ACA
0109
.5

HARVARD UNIVERSITY

LIBRARY

OF THE

Museum of Comparative Zoölogy

3335
July 14/83

2646 L

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOOLOGY CAMBRIDGE, MASS.

MEMORIAS

DA

ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

CLASSE

DE

SCIENCIAS MATHEMATICAS, PHYSICAS E NATURAES

Nisi utile est quod facimus, stulta est gloria

NOVA SERIE—TOMO VI, PARTE I

(VOLUME XLVI DA COLLECÇÃO)

6525
5

LISBOA
TYPOGRAPHIA DA ACADEMIA
1881

LIBRARY
MUS. COMP. ZOÖLOGY
CAMBRIDGE, MASS.

LIBRARY
MUSCONETCONG LIFE
CAMPGROUNDS

MEMORIAS

DA

ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

CLASSE DE SCIENCIAS MATHEMATICAS, PHYSICAS E NATURAES

65

MEMORIAS

DA

ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

CLASSE DE SCIENCIAS MATHEMATICAS, PHYSICAS E NATURAES

Nisi utile est quod facimus, stulta est gloria

NOVA SERIE—TOMO VI, PARTE I

6525
5

LISBOA
TYPOGRAPHIA DA ACADEMIA
1881

MEMORIAS

DA

ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

CLASSE DE SCIENCIAS MATHEMATICAS, PHYSICAS E NATURAES

NOVA SERIE.—TOMO II. PARTE I.

LISBOA
IMPRENSA DA ACADEMIA
1931

INDICE

DA I PARTE, TOMO VI DA NOVA SERIE

CLASSE DE SCIENCIAS MATHEMATICAS PHYSICAS E NATURAES

Memorias sobre a influencia dos descobrimentos dos portuguezes no conhecimento das plantas.—I. Memoria sobre a malagueta, pelo conde de Ficalho.

Estudos para a protecção dos campos marginaes do Tejo e navegabilidade do mesmo rio, por João Fagundo da Silva.

Catalogo dos peixes de Portugal, por Felix de Brito Capello.

Estudos prehistoricos em Portugal.—Noticia d'algumas estações e monumentos prehistoricos.—II. Monumentos megalithicos das visinhanças de Bellas, por Carlos Ribeiro.

Estudo sobre o deslocamento d'um solido invariavel no espaço, por Luiz Porfirio da Motta Pegado.

MEMORIAS

SOBRE A INFLUENCIA DOS DESCOBRIMENTOS DOS PORTUGUEZES

NO

CONHECIMENTO DAS PLANTAS

I. — MEMORIA SOBRE A MALAGUETA

APRESENTADA

Á ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

PELO

CONDE DE FICALHO

SOCIO CORRESPONDENTE DA MESMA ACADEMIA

INTRODUCÇÃO

Os descobrimentos dos portuguezes nos seculos XV e XVI constituem uma das feições mais salientes da época, porventura a mais notavel da historia. N'aquelle periodo em que o espirito humano, quebrando as peias das severas e estreitas tradições da edade média, e parecendo ter a intuição de tudo quanto é elevado e bello, abre novos horisontes nas sciencias, nas lettras e nas artes; os limites do mundo physico tornam-se, como os do mundo moral, apertados para as aspirações de uma grande e forte geração, e rasgam-se como elles, perante o seu singular poder expansivo. Um povo pequeno, situado no extremo occidental do mundo até então explorado, lançando-se em perigosas e heroicas aventuras nos mares incognitos e tenebrosos, dá o primeiro impulso a uma serie de descobrimentos, que, em menos de um seculo, dobram perante as nações maravilhadas a extensão das terras conhecidas. Mares e climas novos, raças humanas ignoradas, animaes e vegetaes estranhos e variados se patenteiam, em rapida successão, a uma geração curiosa e ávida de informações. Mais de uma vez se tem apontado, o quanto estes novos aspectos do mundo physico deviam influir nos animos, alargando as idéas e destruindo antigos preconceitos; mas não cabe n'este trabalho o quadro, nem mesmo o esboço, de taes transformações.

Limitando-nos rigorosamente ao nosso assumpto, é licito affirmar, que em época alguma se accrescentaram tantas e tão variadas fórmas vegetaes ao peculio das já conhecidas. A vegetação inteiramente nova das terras de

Santa Cruz, ou da Africa meridional, e as ricas floras da India, do archipelago malayo e da China, antes apenas entrevistas e agora observadas de perto, enriqueceram, por modo sem egual em tão curto periodo, o conhecimento do mundo vegetal.

É certo, que as plantas se não estudaram então systematicamente, e muitos annos decorreram, antes que as fórmas vegetaes se grupassem com methodo, e se descrevessem com rigor. Todavia, grande numero de ricos e uteis productos vegetaes attraíram desde logo as attenções, e encontramos dispersas nas obras dos navegadores e escriptores portuguezes e hespanhoes, muitas noticias curiosas, e muitas informações exactas, sobre a sua natureza e a sua origem. Basta citar, entre muitos outros, Duarte Barbosa, Thomé Pires, Garcia da Orta, Christovão da Costa, Oviedo, e Nicolau Monardes para provar com quanto interesse, e em muitos casos, com que espirito de rigor scientifico se observaram as plantas então descobertas.

Estudar sob este ponto de vista a historia dos nossos descobrimentos, e do nosso dominio nas terras da Africa, da Asia e da America, buscando nos documentos comtemporaneos as provas do conhecimento que os portuguezes tiveram dos vegetaes, e esclarecendo á luz da moderna sciencia alguns pontos duvidosos ou obscuros das suas narrações, seria sem duvida muito interessante e util. Ao interesse, que se liga á elucidação de mais uma consequencia d'aquelle grande facto historico reune-se uma verdadeira utilidade scientifica, porque as sciencias naturaes não vivem só do presente, não se desenvolvem unicamente pelas recentes observações, e pelas descripções de novas especies, mas vivem tambem do passado, e adquirem vigor e auctoridade, quando os periodos do seu aperfeiçoamento se prendem ás successivas phases da evolução do espirito humano.

Considerado este estudo de um modo geral, daria logar a um trabalho em extremo difficil e longo, pois só teria valor quando apoiado em provas, que demandam demoradas investigações. É, porém, possivel reunir pouco a pouco materiaes para esse trabalho de maior vulto, em noticias especiaes sobre plantas, regiões, ou épocas particulares. Eis o que tentei n'esta memoria em relação a uma planta, que teve uma época de celebridade.

Refiro-me ao *Amomum Granum-paradisi*, cujas sementes foram conhecidas dos nossos navegadores sob o nome de *malagueta*. Esta substancia tem hoje

pouca importancia, e quasi anda esquecido o seu nome e applicado vulgarmente aos fructos de outra planta, que, com a malagueta da Africa, não tem relações nem semelhança. Não succedeu porém sempre assim, e, como ao diante veremos, foi droga muito procurada e apreciada. Das especiarias, que na edade média gozavam de nomeada, foi a *malagueta* a primeira que os navegadores portuguezes encontraram logo no começo dos seus descobrimentos, e a primeira de cujo trafico se senhorearam desviando-o dos caminhos até então seguidos, e tanta importancia adquiriu nas suas mãos, que uma parte do littoral africano veiu a receber o nome de Costa da Malagueta. Primeira, na data do descobrimento, entre as especiarias que enriqueceram o nosso commercio, pareceu-me que a malagueta devia ser o assumpto d'esta primeira memoria.

I

Do conhecimento que houve da malagueta antes e durante as viagens dos portuguezes

É muitas vezes difficil, e não poucas impossivel, averiguar a que plantas se referem os auctores antigos, encontrando-se em suas descripções, quasi sempre vagas, muitas causas de duvida, mórmente quando tratam de drogas vindas de regiões afastadas, e de que tinham imperfeito conhecimento. Theophrasto, e mais tarde Dioscorides e Plinio, nomeiam diversas drogas aromaticas e pungentes, e tiveram noticia, entre outras, da pimenta e do cardamomo. É certo, que algumas inexactidões na relação dada d'estas plantas, particularmente por Plinio, nos levam a crer que confundissem sob a mesma designação productos de diversas origens vegetaes; não ha porém motivo para suppor que entre esses productos figurasse a *malagueta*, attendendo sobretudo á obscuridade, que ainda no tempo de Plinio envolvia as terras d'onde é natural[1].

[1] Theophrasto menciona o *χαρδαμωμον* como procedente da India (Hist. pl. IX, 7, p. 147. ed. Wimmer) e egualmente o *πεπερι* (H. pl. IX, 20, p. 162). Dioscorides falla das mesmas substancias (lib. I, cap. V, p. 15 e cap. CLXXXVIII, p. 298 ed. Sprengel). Veja-se tambem Plinio (Hist. nat. L. XII, cap. VII et XIII). Laguna, nos seus commentarios a Dioscorides, pretendeu identificar um dos cardamomos do auctor grego com a *malagueta*. É porém erro manifesto, e que não passou inadvertido pelo nosso Garcia da Orta (*Colloq. dos simples* etc., p. 50 ed. 1872). Em quanto ao *αμωμου* dos antigos, é planta muito duvidosa, mas parece ser o *Cissus vitiginea* L. e em todo o caso é muito afastada d'aquellas especies que depois, por errada applicação do nome, se gruparam no genero *Amomum*. Veja-se o erudito commentario de Sprengel no seu Dioscorides (tom. II, p. 345, 352 e 475). Veja-se tambem a (*Synopsis pl. fl. classicae*. de C. Fraas, p. 198 e 278).

Encontramos nos livros de medicina e materia medica de alguns escriptores arabes, como por exemplo nos de Serapio e de Avicenna, mencionadas diversas drogas africanas. Na época, em que estes celebrados medicos compuseram as suas obras, isto é do IX e X seculo em diante, já os productos do Sudan começavam a ser conhecidos no Egypto, e na Africa septentrional pelas viagens, que faziam as kafilas de mercadores através do Sahará, e parece provavel, que a *malagueta* fosse um d'esses productos. As referencias muito succintas, que se encontram em seus livros, deixam-nos porém, na maior parte dos casos, em muita incerteza e não temos fundamento para affirmar que a conhecessem e descrevessem, antes temos razão para suppor, ou pela descripção das drogas, ou pela indicação da sua procedencia, que se referiam a outras substancias vegetaes[1].

A primeira menção da droga pelo nome ainda hoje usado, de que tenho noticia, é do começo do XIII seculo, e encontra-se casualmente na descripção

[1] Serapio (*De simpl. med. opus* etc. pars II. 327. ed. Othonis Brunfelsii 1531.) falla de uma droga, a que dá o nome de *hab el zelim* e tambem segnndo a *Cyclopaedia* de Rees e o dr. Hooker (*Fl. nigr.* p. 206) o de *fulful alsuadem*, (deve antes ler-se *felfel el sudan* pimenta da terra dos negros). Esta substancia tem sido geralmente identificada com o *Piper Æthiopicum* de Matthioli, e o *Piper nigrorum Serapioni* de Bauhinio, que é uma Anonacea, a *Xylopia Æthiopica* (Veja-se o que disse nas *Noticias sobre alguns pr. veg. da Afr. Portugueza* no *Jornal de Sc. math.* etc. num. XXII 1877. p. 105). A verdade é, que Serapio na citada passagem se refere a tres substancias diversas: uma o *hab el zelim* tambem chamado *Piper nigrorum* (*felfel el sudan*): outra o verdadeiro *Piper nigrorum* a que na Barbaria chamam *croni:* e uma terceira das terras de Chedensor chamada *habese*. Se uma d'estas subtancias é a *Xylopia Æthiopica*, as outras são de mui difficil identificação pela defficiencia das indicações.

No celebre *Canon* de Ibn Sina (Avicenna) vem mencionado o *hab al zelem* ou *hab al zelim*, que alguns referiram á droga mencionada com o mesmo nome por Serapio, e outros ao *hab al zizi*, a que os venezianos chamavam *dolceghini* e que parece ser um *Cyperus*. (Vid. a edição de Avicenna de Benedicto Rinio, Basileæ 1556, nos indices dos nomes arabes, tanto da antiga exposição, como da interpretação do Bellunense, e tambem a edição de Plempio de 1658).

Garcia da Orta falla de uma substancia, que Avicenna chama *Combusbague* e diz que essa substancia é a *malagueta* (*Collq. dos simpl.* p. 51). Parece-me que o nosso auctor laborou em erro n'esta asserção. A substancia que Avicenna chama, não *Combusbague*, mas *chair bawe* como diz Clusio (*Exoticorum libri* etc., p. 249, ed. 1605) ou *chir bawa* (Ed. de Plempio 1658), vinha de Sofala e era semelhante ao *Cacolla*, ou antes *Khakhalá*, isto é a um dos *Cardamomos* da India. Julgo que Avicenna se referia ou ao *Amomum angustifolium* de Sonnerat, de Madagascar e da costa oriental da Africa, ou ao *Amomum Korarima* de Pereira, da Abyssinia e do paiz dos Gallas, mas não ao *Amomum Granum paradisi*, que produz a verdadeira *malagueta* e habit. a Africa occidental.

de uma festa celebrada em Treviso no anno de 1214. Figurou n'esta especie de justa, ou torneio uma fortaleza ricamente ornada, cuja defeza estava entregue a doze das mais illustres e mais formosas senhoras, accompanhadas de suas donzellas, e que devia ser assaltada pelos moços cavalleiros, armados de flores, aguas aromaticas e custosas especiarias; infelizmente o fingido assalto transformou-se em seria peleja, porque os cavalleiros paduanos e venezianos, pressurosos, como é bem de crer, de correrem ao combate, se desavieram entre si, ficando alguns mal feridos na contenda, e rotos os estandartes de suas cidades. Entre as especiarias enumeradas na relação d'esta festa figura a *melegeta*[1]. Depois d'esta primeira menção encontramos numerosas indicações de quanto aquella substancia foi conhecida e usada durante a edade média.

No mesmo seculo XIII, Nicolau Myrepso, medico do imperador João III, na côrte de Nicaea, receitava a *μευεγεται*[2], e o seu comtemporaneo Simão de Genova, estabelecido em Roma, falla da *melegete* ou *melegette*[3]. Com o nome de *grana paradisi*, pelo qual tambem era conhecida, vem mencionada entre as especiarias vendidas em Lyão no anno de 1245; egualmente em uma pauta ou tarifa de direitos cobrados em Dordrecht na Hollanda, em 1358; e ainda entre os condimentos usados por João II rei de França, durante o seu captiveiro em Inglaterra[4]. Sabemos tambem pelo curioso livro de Francesco Balducci Pegolotti, escripto pelo anno de 1340, que era importada em algumas cidades do sul da França, como Nimes e Montpellier[5].

Era esta droga apreciada como medicamento e como condimento, e junta

[1] Transcrevo, por curiosa, a lista das substancias usadas no assalto: «*rosis, liliis et violis, similiter ampullis balsami, amphii et aquæ rosæ, ambra, camphora, cardamo, cymino, garyofolis, melegetis, cunctis immo florum vel speciérum genéribus, quæcumque redolent vel splendescunt.*» Rolandinus Patavinus. (*De factis in marchia Tarvisana.* Lib I, cap. XIII. ap. Muratori *Rer. It. scrip.* t. VIII, p. 180).

[2] *Nicolai Mirepsi Alex. medic. opus* etc. a *L. Fuchsio* etc. *De antidotis* p. 19. Lugduni 1550. É de notar que Mirepso distingue a *malagueta* do *cardamomo* e outras drogas que entram na composição do seu medicamento.

[3] *Clavis sanationis*, Venet. 1510 citado por Flück. e Hanbury *(Pharmac.)*

[4] Documentos citados por Flück. e Hanbury (*Pharmac.* p. 590).

[5] Balducci Pegolotti era feitor da casa ou companhia commercial dos Bardi de Florença, e como tal muito versado no tracto de mercadorias do mediterraneo. O manuscripto do seu livro existe na Bibliotheca Riccardiana de Florença, e foi publicado em um tratado intitulado *Della decima e di varie altre gravezze imposte dal commune di Firenze*, cujo auctor parece ser Pagnini. No mesmo tractado vem inserido outro livro commercial, escripto pelo anno de 1440 por G. da Uzzano, aonde tambem se mencionam as *malaguetas*. Veja-se uma noticia do auctor e extractos do livro na obra do coronel H. Yule (*Cathay and the way thither*, p. 280 e Appendix III).

ao gengivre e á canella empregada na preparação do vinho adubado, chamado *hippocras*, muito em uso na edade média[1].

As caravanas arabes, ou berbéres traziam estas e outras mercadorias do Sudan, através do grande deserto do Sahará até aos portos do mediterraneo. D'este commercio e do nome de *Grana paradisi*, o qual proveiu de ser preciosa a especiaria, e misteriosa a sua origem, nos dá noticia uma importante passagem de João de Barros[2]. Vê-se pois, que o nome de *malagueta* foi bem conhecido e usado na Europa d'esde o começo do seculo XIII, e que n'este e seguintes, até ao meiado do XV, o transporte d'esta substancia era exclusivamente feito pelas kafilas ou caravanas dos mercadores africanos.

As eruditas e clarissimas demonstrações do visconde de Santarem[3] e do sr. H. Major[4] pozeram tão fóra de duvida, o caracter fabuloso das viagens

[1] Na *Form of cury.*, manuscripto do chefe das cozinhas de Ricardo II de Inglaterra, do anno de 1390 vem a receita do hippocras. Veja-se Flük. et Hanbury (*Pharmac.* p. 479).

[2] Diz o chronista (*Asia.* dec. I, liv. II, cap. III), «sempre houve descobrimentos, assi «como da costa donde veo a primeira malagueta, que se fez per o infante don Henrique. «Da qual alguma que em Italia se havia, ante deste descobrimento, era per mão dos mouros «d'estas partes de Guiné, que atravessavão a grande região de Mandinga e os desertos da «Libya, a que elles chamão Çahará té aportarem em o mar mediterraneo, em hum porto «por elles chamado *Mundi Barca*, e corruptamente Monte da Barca. E de lhe os Italianos não «saberem o lugar de seo nascimento por ser especearia tam preciosa lhe chamarão Grana «paradisi, que é nome que tem entrelles.» Sobre o conhecimento, que os portuguezes tiveram do commercio feito pelo interior da Africa com a terra dos negros, veja-se o que diz Azurara (*Chr. do desc. de Guiné*, p. 364 e seguintes). Veja-se tambem o que diz Leão Africano do commercio feito em Mesrata, e outros portos ao oriente de Tripoli, isto é não longe da região de Mundi barca, pelas galeras venezianas, que ahi carregavam mercadorias da Ethiopia (Ramusio. *Delle nav.* etc., I. p. 72. Venetia 1563). Das especiarias da terra dos negros falla o celebre viajante arabe, enumerando os objectos que compunham um explendido presente enviado ao rei de Fez por um grande senhor de Tensita, entre os quaes se incluia *certo pepe di Ethiopia* (ibid. p. 24 v.°), e tambem na relação de um singular banquete, que lhe deu um chefe berbér, no qual, além de carne de camello, e de abestruz assado, figurava *buona quantitad di spetie della Terranegra* (ibid. p. 6). O dr. Daniell em um excellente artigo sobre os *Amoma* d'Africa, publicado no *Pharmaceutical journal*, diz, que Marmol deu a primeira indicação definida sobre o caminho por que antigamente se transportava a *malagueta* até á Europa, o que não é exacto, pois a primeira edição da *Africa* de Marmol é de 1573, e a primeira década da *Asia* de Barros, aonde vem a passsagem, tão explicita, acima citada, publicou-se em Lisboa no anno de 1552.

[3] *Memoria sobre a prioridade dos desc. dos port. na costa d'Africa occidental.* Paris, 1841.

[4] *Life of Prince Henry*, etc. preface XXV e p. 117.

normandas do XIV seculo, e do supposto commercio ou trato de mercadorias, feito entre Dieppe e Roão, e a costa de Africa, que bem podemos passar em silencio o que Villaud e o sr. Margry nos dizem a tal respeito.

Os nossos navegadores tiveram conhecimento da *malagueta* ainda em tempo do infante D. Henrique, como se deduz da já citada passagem de João de Barros. Quando falleceu o infante, ainda não tinhamos chegado á parte da costa, que mais especialmente recebeu depois o nome d'aquella especiaria, e corre do cabo Mesurado ao cabo das Palmas; mas tinhamos conhecimento dos terrenos banhados pelo rio Gambia, rio Grande e rio de Geba, aonde egualmente se encontra. Das relações de viagem, que deixou o veneziano Alvise Cadamosto, tanto das duas a que elle proprio foi, por mandado do infante, como da que emprehendeu Pedro de Cintra, o qual chegou ao arvoredo de Santa Maria, além do cabo Mesurado e já na costa da Malagueta, não consta que se encontrasse a droga nas terras d'onde é natural. Falla é verdade da *malagueta*, mas como de mercadoria, que as caravanas de passagem em Hoden, ou Guaden traziam de Tombuto e outras regiões habitadas pelos negros[1]. Conhecia pois Cadamosto aquella especiaria, e é singular que a não encontrasse ou não mencionasse nas noticias detalhadas que dá das terras do Gambia, e do Casamança, tanto mais que o genovez Antonio da Nolle, ou Antonio Uso di Mare, seu companheiro de viagem, fallando do rio Gamba, diz que ahi entrou porque *in ipsa regione aurum et meregeta colligitur*[2]. Na narração da viagem de Diogo Gomes, levada a cabo ainda em tempo do infante pelos annos de 1456 ou 1457, encontramos uma interessante menção. Estando detidas as tres caravellas de seu commando pouco além da foz do rio Grande (o actual rio de Geba), pelas correntes fortissimas, que lhes embargavam o passo, vieram de terra os naturaes, trazendo pannos de algodão, marfim e *malagueta* em grão e tambem nos fructos em que nasce, de que elle (Diogo Gomes) teve grande contentamento[3].

[1] *Collecção de not. para a hist. e geogr. das nações ultram.* etc. II p. 17. As viagens de Cadamosto, publicadas primeiro em italiano, e inseridas mais tarde na collecção de Ramusio, foram depois vertidas em portuguez pelo academico Sebastião Francisco de Mendo Trigoso, para fazer parte das citadas noticias dadas á estampa por ordem da Academia Real das Sciencias de Lisboa.

[2] Em uma carta encontrada por Gräberg nos archivos de Genova, publicada em 1802 (*Ann. di geogr. e statist.* tomo II, p. 385), e que vem transcripta na integra nas notas de Major (*Life of Pr. Henry*, p. 102). Veja-se tambem o que diz o visconde de Santarem (*Chr. da conquista de Guiné por Azurara*, p. 449 nas notas). O sr. Major põe em duvida a authenticidade d'esta carta, e de feito não só é de uma grande incoherencia de linguagem, como contém affirmações de todo o ponto inexactas.

[3] *... et venerunt Mauri de terra in suis almadiis, et portaverunt nobis de suis mercimo-*

É para notar, que os nossos escriptores não fallam da malagueta, como de coisa nova e então descoberta, mas sim como de especiaria bem conhecida, e de feito sabemos o era, a qual, por ser preciosa, os navegadores folgavam de encontrar. É um sentimento analogo, ao que, alguns annos depois, deviam experimentar chegando ás terras da pimenta e do cravo.

Encontramos a prova da importancia, que desde logo teve a *malagueta* em um valioso documento do XV seculo, o celebre globo de Martinho Behaim. É bem sabido, que este notavel cosmographo, discipulo do mais afamado astronomo dos seus tempos, Regiomontanus, se estabeleceu em Portugal, para onde fôra attraido, como outros distinctos sabios, pela fama, que ao longe corria da revolução feita nos conhecimentos geographicos, e na arte de navegar pelos descobrimentos dos portuguezes. Assistiu muitos annos em Lisboa, e na ilha do Fayal, d'onde era natural sua mulher, fazendo apenas algumas curtas viagens á Allemanha, sua patria, e vindo a fallecer em Lisboa no anno de 1506. N'esta cidade se encontrou de 1480 a 1484 com Cristovão Colombo, o qual já andava empenhado nos seus projectos de viagem ao occidente, e alguns auctores pretenderam, ainda que com pouco fundamento, attribuir-lhe a gloria dos descobrimentos de Colombo, e tambem dos de Magalhães, dizendo que se haviam guiado por seus avisos e conselhos, ou por alguns mappas seus, em que se achava indicada a existencia do continente americano e mesmo a sua terminação austral. No anno de 1484 acompanhou Martinho Behaim a Diogo Cam, em uma viagem ao Congo, e de volta á Europa, ajudado pelo que elle proprio observara, e pelas informações colhidas entre os portuguezes, construiu o globo que ainda se conserva em Nuremberg[1]. Nos rotulos ahi gravados, além de outras indicações, que não vem para o nosso assumpto, lê-se o seguinte: «Chegámos ao pays que chamão reino de Gambia aonde cresce a malagueta,

niis sc. pannos bombicinos seu cotonis, dentes elephantum et unam quartam mensuram de malagueta in grano et in corticibus suis sicut crescit, cum quo multum gavisus fui. Veja-se a relação de Diogo Gomes intitulada *De prima inventione Guineae*, na memoria do dr. Schmeller *(Ueber Valenti Fernandez Alemã und seine Sammlung* etc. p. 26*)*. Sobre a collecção de manuscriptos, formada em Lisboa pelo celebre typographo Valentim Fernandes, veja-se, além da citada memoria, o que diz o sr. H. Major *(Life of prince Henry* etc. preface XVI e p. 228*)*.

[1] Sobre Martinho Behaim: veja-se de Murr (*Note sur le chevalier portugais Martin Behaim*, trad. de H. Jansen); veja-se tambem a erudita noticia de Humboldt (*Hist. de la géogr. du nouveau Continent*, I, p. 258-283), e uma excellente memoria de Sebastião Francisco de Mendo Trigoso (*Memorias de Litteratura Portugueza,* t. VIII, p. 365 e seguintes, ed. 1856). A data da sua viagem com Diogo Cam, foi fixada com muito rigor por A. M. de Castilho (*Études historico-géographiques*, 2.° ètude, etc., p. 33 e seguintes). Encontra-se no Atlas do visconde de Santarem, I, X, a reproducção de uma parte do globo.

«afastado de Portugal oitocentas léguas, passámos depois ao pays do rei de «Furfur que está a mil e duzentas léguas, aonde cresce a pimenta chamada de «Portugal[1].» Por aqui se vê que estas drogas não só eram bem conhecidas, como tidas pelos mais valiosos productos vegetaes d'aquellas regiões, e por isso mencionadas nos curtos rotulos aonde se descreviam as principaes feições das terras figuradas no globo.

Dos fins do XV seculo, ou principios do seguinte temos uma curiosa e detalhada noticia da *malagueta* e do seu commercio, em um livro que ainda se conserva inedito, intitulado *Esmeraldo de situ orbis*, escripto por Duarte Pacheco, um dos capitães portuguezes mais conhecidos por seu denodo e extremado valor. Dos seus heroicos feitos na India fazem menção João de Barros, Castanheda e Camões. Voltando da India governou o castello da Mina, e caindo depois, por intrigas que lhe moveram, no desagrado d'el-rei, foi preso e terminou a vida pobre e abandonado. Da ingratidão d'el-rei D. Manuel o vingaram bem algumas admiraveis oitavas de Camões[2]. O *Esmeraldo* foi terminado, ao que parece, no anno de 1505, isto é logo que Duarte Pacheco voltou da India, para onde fôra em 1503 na armada de Affonso de Albuquerque, e aonde ainda permanecia em 1504. Attendendo ao curto periodo decorrido entre o regresso do oriente e o offerecimento do livro a el-rei D. Manuel, é natural suppor que estivesse já composto antes da sua partida, e que as informações minuciosas sobre a costa de Africa, que ali se encontram, fossem colligidas nas viagens de que Duarte Pacheco falla, feitas nos fins do seculo XV, ainda em tempo de D. João II, de cuja casa era cavalleiro[3].

Terei de examinar mais detidamente este livro nas paginas seguintes, basta

[1] O merito de ter chegado ás regiões da Africa aonde cresce a malagueta, foi attribuido a Martinho Behaim, e foi-lhe depois negado e attribuido a Affonso de Aveiro por Sprengel (*Gesch. der geogr. Entd.*, p. 376, citado por Humboldt, *Hist. de la géogr. du nouveau Continent*, I, p. 259). Ha aqui um erro, pois que João Affonso de Aveiro trouxe do reino de Benim não a malagueta, mas a baga do *Piper Clusii*, a pimenta de rabo, chamada por Martinho Behaim pimenta de Portugal. De mais, muito antes de João Affonso de Aveiro ter ido á costa de Benim, e Diogo Cam além da foz do Zaire, tinham os portuguezes encontrado a malagueta, como se vê da historia de João de Barros, da carta de Antonio da Nolle, e da narração de Diogo Gomes.

[2] Veja-se sobre Duarte Pacheco o que diz João de Barros (*Asia*, dec. I, livro VII, cap. II e seguintes), assim como Damião de Goes na *(Chr. d'el-rei D. Manuel,* I parte) e Camões nas oitavas 12 a 25 do canto X.

[3] O titulo do manuscripto é o seguinte: *Esmeraldo de Situ orbis feito e composto por Duarte Pacheco cavalleiro da casa del Rey D. João o II de Portugal, que Deus tem, dirigido ao muyto alto e poderoso principe e serenissimo senhor, o senhor Rey D. Manuel nosso senhor, o primeiro d'este nome que reynou em Portugal.* D'este livro existem duas copias,

dizer por agora, que o auctor conhecia mui bem a *malagueta* e as suas diversas designações, pois na descripção da costa de Africa, diz fallando da matta de Santa Maria: «e d'aqui se comessa o resguate da malagueta que em latim se chama grany paradisy (*sic*)».

Ainda devemos citar uma passagem da historia ou relação da viagem de um piloto portuguez á ilha de S. Thomé. Não era homem vulgar este piloto, antes parece ter sido muito lido e erudito. Estando em Veneza travou amisade com o bem conhecido Jeronymo Fracastor, e com o conde Romualdo de la Torre, e occupou-se em estudar e interpretar o periplo de Hannon. O conhecimento, que já então tinha da costa da Africa occidental aonde fôra varias vezes, habilitava-o a lançar alguma luz na obscura relação, que nos ficou, da tão discutida e celebrada viagem dos carthaginezes. E certo que Ramusio se serviu muito, na sua interpretação do periplo, das observações e esclarecimentos fornecidos pelo portuguez [1]. De volta a Villa do Conde, d'onde era natural, escreveu o anonymo piloto a relação de uma das suas viagens á ilha de S. Thomé, relação que enviou ao Conde de la Torre, e que, vertida em italiano, foi publicada por J. B. Ramusio. Deprehende-se das datas citadas ter a viagem tido logar pelos annos de 1551 ou 1552.

No capitulo VI [2] tratando da Costa de Guiné e Benim diz o seguinte: «Nasce n'esta costa a especiaria chamada malagueta, muito semelhante ao mi-«lho da Italia, porém de um gosto forte como a pimenta; produz-se alli tam-«bem uma pimenta fortissima, mais do dobro do que he a de Calicut a qual nós «os Portuguezes, porque ella tem um pezinho que conserva depois de secca «chamamos pimenta de cauda [3]; he muito semelhante ás cubebas em a sua fi-«gura, porém para o paladar é tão forte, que uma onça d'ella faz o mesmo ef-

as mais completas e authenticas na Bibliotheca de Evora, das quaes deu noticia o distincto escriptor o sr. Rivara no vol. v do *Panorama*. Consultei a copia que possue a Bibliotheca Nacional de Lisboa, extraída de outra, que parece ter pertencido a D. Rodrigo da Cunha, bispo do Porto, e mais tarde arcebispo de Lisboa. Era para sentir, que esta importante obra se conservasse ainda inedita, mas julgo que em breve será publicada, por iniciativa e sob a direcção do sr. João de Andrade Corvo.

[1] Veja-se a curiosa relação de Ramusio, sobre as informações que lhe deu o piloto a quem chama «*persona périta, non solamente del'arte dell mare, ma anchora per le lettere «e per il molto legger di diversi auttori pieno di molta cognitione.*» (Ramusio, Delle navig. etc. I. p. 112 v.° Venetia, 1563.)

[2] Cito a traducção publicada por ordem da Academia das Sciencias e feita pelo socio Sebastião Francisco de Mendo Trigoso. (*Collec. de not. para a Hist. etc.*, II, p. 87.)

[3] No texto italiano vem em portuguez o nome de *pimenta de rabo*, que era effectivamente a expressão vulgar; mas foi convertida em fórma mais academica na versão portugueza.

«feito que faria meia libra da ordinaria; e ainda que seja prohibido debaixo de «gravissimas penas exportal-a da dita costa, tirão-na comtudo ás escondidas «vendendo-a em Inglaterra por um preço dobrado d'aquelle porque venderião «a pimenta vulgar. Procede esta prohibição, de que desconfiando ElRei N. S.r «que esta planta não fizesse empatar e abaratar a grande quantidade de pi- «menta que vem cada anno de Calicut determinou que de modo algum se po- «desse conduzir para fóra [1]. Ha tambem uns arbustos que produzem vagens «longas como saõ as dos feijões, com algumas sementes dentro, as quaes não «tem sabor algum, mas as vagens mastigadas tem um gosto delicado de gen- «gibre, e os negros lhe chamaõ *Unias* e lhes serve de tempero, junto com a «dita pimenta, quando comem peixe de que saõ sobremaneira avidos.»

Citei integralmente este importante trexo porque nos dá clara e completa a distincção entre tres substancias vegetaes por vezes confundidas. De feito a descripção corresponde bem ao *Amomum Granum paradisi* Afzelius, ao *Piper Clusii* Cas. DC. e á *Xylopia Æthiopica* Richard, plantas de todo o ponto diversas e de afastadas familias, porém semelhantes nas qualidades aromaticas e ardentes de seus fructos ou sementes, e que por isso se substituiram mutuamente ou confundiram no commercio.

Por estas citações se vê, que os nossos navegadores e escriptores conheceram bem a droga produzida pelos *Amoma* da Africa occidental, e que a designaram geralmente com o nome de *malagueta*, não lhes sendo tambem estranho o nome de *grãos do parayso*.

[1] A mesma noticia se encontra nas notas com que Carlos de l'Escluze, mais conhecido pelo nome de Clusio, enriqueceu a sua traducção latina do livro de Garcia da Orta (*Exoticorum libri decem* etc., p. 184). João de Barros pelo contrario diz que el-rei mandou esta pimenta a Flandres, mas ahi não agradou tanto como a da India. Conciliam-se perfeitamente estas informações em apparencia encontradas. A noticia de João de Barros, confirmada pelo que diz Garcia de Resende, refere-se ao tempo de D. João II, época em que ainda não tinhamos attingido o termo tão desejado de nossas explorações, e em que o commercio das especiarias estava em mão dos venezianos, sendo natural que procurassemos attrair a attenção para os productos das terras africanas, de cujo commercio nos haviamos senhoreado. Pelo contrario, em tempos de D. Manuel e posteriores, já estava nas mãos dos portuguezes o monopolio das especiarias asiaticas, e, dadas as doutrinas commerciaes de então, bem se comprehendem as prohibições rigorosas de que falla a viagem a S. Thomé.

II

Da origem da palavra malagueta

Esta designação foi, como vimos, muito usada nos XIII, XIV e XV seculos, e, quanto hoje podemos julgar, applicada sempre, ou quasi sempre, ás sementes dos *Amoma* da Africa occidental. Rarissimas vezes encontramos este nome designando drogas da Asia, como por exemplo algum dos cardamomos da India, e n'estes casos por evidente equivocação. Assim Laguna, nos seus commentarios a Dioscorides, pertende identificar um dos cardamomos do auctor grego com a malagueta, quando é quasi certo que tal droga não conhecia [1]. Assim tambem Fr. Odorico de Pordenone, que visitou o oriente pelos annos de 1320 a 1328, diz, que na ilha de Java crescem diversas especiarias e entre estas as *melegetae*. A substancia designada assim pelo missionario Franciscano era sem duvida um cardamomo [2]. Estas applicações erradas do nome explicam-se facilmente pela semelhança das drogas, e por modo algum significam, que estas se confundissem geralmente, antes temos provas de que bem se distinguiam [3]. Foi só muito mais tarde, que este nome começou a ser vagamente dado a outras drogas e mui particularmente, como adiante veremos, aos fructos de uma Solanacea.

Examinemos agora qual a origem provavel da palavra *malagueta*, ou talvez melhor *melegeta* primeira fórma com que a encontramos escripta. Um dos mais eruditos homens de sciencia dos nossos tempos, Alexandre de Humboldt, quiz filiar esta palavra nos vocabulos asiaticos, que designam a pimenta. De

[1] Veja-se a nota 1, a pag. 7.

[2] O texto de Pordenone é o seguinte: «*In ipsa* (*insula Jauá*) *nascuntur cubebae, melegetae, nuces que muscatae, multae que aliae species pretiosae*. Veja-se H. Yule (*Cathay and the way thither, etc.*, II. Appendix, I, XVII.)

[3] Sabemos que pelos tempos de Frey Odorico se differençavam perfeitamente as duas drogas. Pegolotti no seu (*Libro di divisameuti di paesi, etc.*) inserido no tratado (*Della decima, etc.* III) falla das *meleghette* e do cardamomo como de mercadorias diversas; a mesma distincção faz um seculo mais tarde G. da Uzzano no (*Libro di gabelli, etc.*) egualmente inserido no (*Della decima, etc.*, IV). Veja-se H. Yule (*Cathay and the way thither, etc., I*, pag. 88). A passagem de Rolandino Patavino, assim como a de Nicolau Myrepso antes citadas, dão tambem a malagueta e o cardamomo como coisas diversas. Veja-se a nota a pag. 9.

feito tem esta ultima especiaria em Sumatra o nome de *molaga*, e na India o de *mellaghoo*, e pela tendencia natural a applicar o mesmo nome a substancias analogas, e que o commercio confunde, suppoz Humboldt que o nome da pimenta, um pouco alterado, e tomando a fórma *malagueta*, se viesse a dar á droga de Africa [1]. Não julgo por modo algum acceitavel esta etymologia. Para que na Europa se désse á semente do *Amomum* um nome derivado, por analogia, do da pimenta, era necessario que esse nome se tivesse primeiro dado aos fructos do verdadeiro *Piper*. Ora não temos noticia de que a pimenta fosse conhecida nas linguas da Europa por palavra semelhante a *molaga* ou *mellaghoo*, ou que de algum modo se possa filiar nas fórmas sanskritas *mallaja* ou *maricha*. O vocabulo grego πέπερι, assim como o latino *piper*, d'onde vem quasi todas as designações usadas na Europa, prendem-se sem a menor duvida ao sanskrito *pippali* pela mudança do *l* em *r*, frequente nas linguas do ramo iraniano, pelas quaes nos foi transmittido. Não é pois facil admittir que se désse a uma droga, por ser semelhante á pimenta, um nome que a pimenta nunca teve, nem se comprehende que na Europa se applicasse a uma substancia da Africa um nome asiatico pouco ou nada conhecido.

O sabio academico visconde de Santarem propõe em uma das suas obras [3] outra etymologia. Recordando que Cosmas Indicopleustes falla, na sua *Topographia christiana*, do paiz de *Mala* na Asia, e accrescenta *ubi piper gignitur*,

[1] Eis a passagem em qne Humboldt (*Hist. de la géogr. du nouveau Continent*, I, pag. 258), expõe esta theoria. «Como as producções vegetaes, analogas, e que se substituem «mutuamente no commercio, tomam sempre o mesmo nome, o de *malagueta*, tão celebre «no XV seculo, e que os pharmaceuticos transformaram em *melegueta*, *maniguette* e *car*«*damomum piperatum* parece-me derivar-se do nome indico do *pimento*, tal qual é usado «na lingua de Sumatra. Acho na Cosmographia de Sebastião Munster (ed. de 1550 p. «1093), *lingua patria sumatrensis piper molaga dicunt*. O sabio auctor da *Materia me*«*dica of Hindoostan*, o sr. Ainslie dá tambem (ed. de Madrasta, 1813, p. 34) ao *Piper* «*nigrum* o nome tamul de *mellaghoo*. Em sanskrito *mallaja* e *maricha* são synonymos «de *pippali*. O primeiro designa mais particularmente, segnndo Wilson, o *Piper nigrum* e «o segundo o *Piper longum*.» A estes nomes apontados por Humboldt podemos accrescentar os que encontramos citados por Garcia da Orta (*Colloquios dos simples, etc.*, p. 172, ed. 1872), pertencentes ás mesmas fórmas, como são *molanga*, *meriche* e *merois*. A semelhança de alguns d'estes nomes com a palavra melegueta é singular; julgo porém ser uma simples aproximação fortuita.

[2] A palavra portugueza *pimenta* não vem da mesma origem, como quer o padre Raphael Bluteau no Vocabulario, fazendo-a derivar de *pimpilim*, nome usado no Malabar. Deriva-se de *pigmentum*, que na baixa latinidade significava especiaria em geral: *species aromatis*. Ducange. (*Gloss. ad script. med. et infim. lat. voc. pigmentum.*)

[3] *Recherches sur la déc. des pays situés sur la côte occ. d'Afrique*, etc. p. 266.

suppõe que malagueta seja *malagignitur* corrompido, por isso que os primeiros navegadores, chegando á costa da Malagueta, e vendo tanta abundancia de especiaria se podiam julgar no paiz de Mala. Na verdade, parece-me demasiado forçada e difficil de admittir esta derivação.

Sustentaram alguns auctores a origem européa; entre outros Villaud de Bellefond, seguido depois com pouco criterio por Corneille no seu Diccionario Geographico, disse que a palavra era franceza, e quiz d'ahi tirar, não sei bem porque raciocinio, uma prova de que os francezes haviam descoberto as terras aonde a planta cresce. A origem franceza é insustentavel, e não tem um unico argumento em seu favor. Devemos todavia notar, que o visconde de Santarem, refutando esta opinião de Villaud, incorreu por sua parte em alguns erros e seguiu um systema contrario á verdade dos factos. No texto da sua memoria a pag. 39 e nota 7.ª[1], aquelle erudito escriptor pretende provar, que a palavra *malagueta* era usada pelos naturaes da costa d'Africa, datando dos nossos descobrimentos a sua adopção para designar a droga, antes mais conhecida pelo nome de sementes, ou grãos do paraizo. Os factos apontados nas citadas passagens pouco ou nada provam. Se Antonio da Nolle diz que na região aonde foi havia *ouro e malagueta*, não se segue que o nome fosse usado pelos negros, mas sim que elle o conhecia, o que era natural pois havia traficado no Mediterraneo. Se Brown, na relação da sua viagem, affirma que os negros chamavam *malagueta* a uma especie de pimenta, isto só significa que os negros da costa já n'aquelle tempo (1617) haviam adoptado o nome empregado pelos portuguezes, com os quaes estavam em contacto quasi diario. Demais todos estes argumentos caem perante os documentos citados nas paginas precedentes, que escaparam ás investigações do douto academico[2], e provam ser conhecido o nome de *melegeta* desde o começo do seculo XIII, isto é, mais de dois seculos antes das nossas viagens, e muitos annos antes das datas marcadas aos suppostos descobrimentos dos genovezes, dos catalães e dos normandos. Se pois a adopção da palavra *malagueta* se não póde ligar á viagem dos francezes á Africa, não é por só ter sido conhecida depois, mas exactamente pela razão opposta por ser vulgarissima muito antes.

Deparam-nos as obras de Matthioli, uma etymologia que, com quanto apresentada de passagem e como opinião pessoal, é muito digna de attenção e exame. Vem a ser a que deriva a palavra *malagueta* da semelhança da semente com os grãos de milho da India, aos quaes em algumas partes da Ita-

[1] *Mem. sobre a prioridade, etc.*, p. 39, e nota 7.ª, p. 196.

[2] Na edição franceza da sua memoria (*Recherches sur la déc.* etc. Paris 1842), o visconde de Santarem cita Balducci Pegolotti, e a passagem onde falla da malagueta (p. LXV), mas não modifica a sua argumentação (p. 14 e 15).

lia se dava o nome de *meléga* [1]. Effectivamente, o milho da India, o *Holcus sorghum* de Linneo, foi denominado *meléga*, *meliga* ou *mélica*, e encontra-se designado com este nome em uma data anterior á primeira menção, que conheço, do nome de *malagueta*. Em um instrumento publico do XIII seculo, passado na villa d'Incisa, se diz, que dois cavalleiros cruzados, companheiros de armas de Bonifacio, marquez de Monteferrato, de volta do cerco de Constantinopla, deram á dita villa, além de uma cruz de prata encerrando um fragmento do Santo Lenho, uma porção de sementes provenientes da provincia de Natolia na Asia e chamadas *meliga*, offerta que foi tida em grande estima e consideração [2]. Quizeram alguns, que estas sementes fossem o milho, é porém mais provavel fosse uma especie de sorgo então nova, ou pouco vulgar [3]. Do theor da carta passada em Incisa no anno de 1204 parece resultar que o nome de *méliga* era até então desconhecido. É possivel, com quanto pouco provavel, que dez annos depois no de 1214 se tivesse já, por analogia e semelhança de fórma, derivado d'aquelle nome o de *melégueta*.

Resta examinar a origem africana, a qual se póde encontrar nos numerosos e variados dialectos usados pelas populações negras da região aonde a planta se cria, ou ainda nas linguas dos povos que com ellas negoceiavam. Dois povos de raça diversa se empregaram no activo commercio feito por um lado com os europeus, e por outro com as populações de raça negra; commercio de que os nossos escriptores tiveram, como vimos, noticia, e de que Leão Africano dá relação com a clareza e intimo conhecimento de quem n'elle tomou parte. Foram esses povos os arabes e os berbéres: estes, os numidas ou libyanos dos antigos, fallam uma lingua bem distincta do arabe, e que nem mesmo se póde filiar no grupo semitico, mas sim em um grupo um pouco vago, de que o coptico parece ser o typo, para o qual se propoz o nome de «chamitico [4].» Dominados pelos semitas e em contacto por duas vezes com linguas semiticas, isto é, com a lingua punica dos colonos carthaginezes, e se-

[1] Eis o que diz Matthioli: *i grani, i quali chiamano alcuni meleghette per rasomigliarsi eglino* (*come credo io*) *al miglio indiano, il quale in alcuni luoghi d'Italia si chiama melega* (*I discorsi di M. P. Matthioli etc., nei sei libri di Dioscoride*, p. 24. Venezia, 1712).

[2] Foi publicado na (*Storia d'Incisa, etc.* Asti, 1810) e vem transcripta por Michaud (*Hist. des Croisades*, II, p. 494).

[3] Sobre a verdadeira natureza da *meliga* e a introducção da cultura do milho na Europa pode-se consultar Bonafous (*Hist. nat. agric. et éc. du maïs*); e tambem A. de Candolle (*Géogr. bot. rais.*, p. 943).

[4] É esta a opinião apresentada pelo sr. Ernesto Renan (*Hist. des langues sémitiques*, p. 201-202, 4ème éd.), da qual, porém, se afastam alguns philologos, e entre outros o sr. Newman, que considera o berbér como um idioma semitico.

culos depois com a arabica, aceitando o dominio dos arabes e recebendo mesmo d'estes a religião mahometana, alguns berbéres conservaram no entanto lingua e costumes proprios. Ainda mais; os povos berbéres de raça pura, como os Tuareg, mais entranhados no deserto, e mais afastados do elemento arabe, que tão profundamente tem penetrado todo o norte da Africa, não só fallam uma lingua distincta, mas conservam o uso de um alphabeto especial, semelhante ao das inscripções libycas [1]. O mais antigo historiador dos descobrimentos portuguezes, Gomes Eannes de Azurara, teve conhecimento dos berbéres, que chamou azanegues e barbaros, e da distincção entre a linguagem mourisca e «a azaneguya do Zaara»; e ainda mais, relatando a viagem do heroico escudeiro João Fernandes, dá conta de usarem de uma lettra com que escrevem «de outra guisa» que a dos mouros [2], facto curioso, ignorado ou posto em duvida durante muito tempo, e demonstrado pelas modernas investigações scientificas.

É pois no arabe, no berbér, ou nas linguas do Sudan e da costa occidental que se deve procurar a origem da palavra, se porventura é africana.

Devemos no entanto notar que os nomes arabes, hoje mais usados, não tem relação ou semelhança com a palavra *malagueta*. São estes nomes *teen el felfel* e *tamar el felfel*, o que vale o mesmo que *pimenta figo* e *pimenta tamara*, derivados por um lado da ardencia das sementes, e por outro de uma vaga semelhança na fórma dos fructos, quando mais desenvolvidos, com os figos, quando menores, com as tamaras.

Vem expressa em varias obras, sobretudo francezas, a opinião de que o nome da droga se deriva do nome de uma villa ou logar de Africa, chamado *Melega*, d'onde era trazida para a Europa. Da existencia de tal villa não pôde achar noticia, e creio, que alguns d'esses auctores se equivocaram com a costa da Malagueta, e que os outros, como tantas vezes succede, repetiram a asserção sem se darem ao trabalho de procurar os seus fundamentos [3].

[1] Veja-se sobre o alphabeto *tifinar* ou *tifinag* uma noticia do sr. A. Judas: *(Journal Asiatique.* Mai 1847) assim como o *(Essai de grammaire tamachek.)* do sr. Hanoteau.

[2] *Chron. da Conq. de Guiné.* p. 83 e 365.

[3] Diz Pomet «*nous l'appellons aussi maniquette ou melaquette a cause d'une ville d'Afrique appelée Melega d'ou elle était autrefois apportée (Hist. gén. des drogues,* I, 42, 2.me éd.) Nicolau Lémery repete a mesma asserção quasi pelas mesmas palavras (*Traité univ. des drogues simples*, p. 152. Paris, 1698); e não obstante La Martinière, no seu diccionario ter mostrado ser falsa, ainda se encontra no diccionario do sr. Littré.

Uma derivação inversa, e que vem apontada na *Africa* de Ogilby, tambem envolve um erro. Diz-se ahi: *grain coast is named melliguette or melli, from the abundance of grain of paradise there growing, which the natives call mellegette.* Confunde-se n'esta passagem a costa da Malagueta, a qual de feito recebeu o nome da droga com a região de Melli, si-

Nos dialectos dos negros os nomes da droga são variadissimos e pela maior parte absolutamente diversos e afastados no som e na fórma da palavra *malagueta* [1]. Diz-nos porém o sr. Daniell, que entre os negros Krus habitantes da costa que vae do cabo Mesurado ao das Palmas, o nome vulgar é *Guetta*, ao qual frequentes vezes se juntam as prefixas *mane* ou *malé*, e tem por certo ser esta a origem da palavra. É possivel, mas não tão seguro, nem tão fóra de discussão como parece ao dr. Daniell, pois se póde bem admittir que o nome usado pelos Krus seja a corrupção do vocabulo empregado pelos portuguezes e outros europeus, o que é tanto mais provavel quanto os Krus não são uma população do interior, mas sim um povo da costa, muito dado á navegação, e como tal um dos que tem sempre tido mais contacto com os estrangeiros.

Em todo o caso, se a palavra pertence ao dialecto dos negros foi-nos transmittida pelos povos do norte da Africa, unicos que até ás viagens portuguezas tiveram contacto com aquellas regiões. Devemos pois admittir que espalhando-se o seu uso pelo interior da região de Mandinga, se tornasse vulgar em Timbuktu e outros grandes mercados do Sudan. Os arabes e os berbéres, que a esses mercados concorriam trouxeram a droga, e com a droga o nome, pelo caminho do Dar-Fur ao alto Nilo, e d'ahi aos portos do Egypto, ou pela via mais seguida do Fezzan aos portos de Tripoli. Mercadores de varias nações, e na época a que nos referimos, principalmente os venezianos, navegavam para esses portos, e desde o começo do XIII seculo, se não antes, introduziram a droga na Europa e usaram o nome *malagueta* ou *melegeta*.

Em resumo a origem da palavra permanece obscura, e unicamente temos tuada já no centro de Africa ao meio dia de Timbuktu, e bem conhecida desde tempos remotos. Foi visitada em 1352 por Ibn Batuta, que a designa com o nome de Melle ou Mali (segundo a traducção do padre Moura) e figura na carta Catalan de 1375. Cadamosto tambem a conhecia, e indica com bastante rigor o itinerario das caravanas, que transportavam o sal de Tagazza a Timbuktu e a Melli. Só muito depois se começou a usar o nome de costa da Malagueta e nenhuma relação tem com o de Melli.

[1] Eis alguns dos nomes citados pelo sr. Daniell: *Attahre* usado em Yorruba: *Ussorgé* em Ebo: *Anniewhé* em Accara: *Weeza* entre os Ashantis: *Guetta* e *Emaneguetta* entre os Krus: uma variedade de fructos mais pequenos é chamada *Tosshan te timmané* em Serra Leôa: *Niammakyu* entre os negros Susus: *Bellankufo* entre os Mandingas do interior; uma terceira variedade de fructos ainda menores recebe o nome de *Tokolo m'pomah* em Fernão do Pó, e de *Dungo zargo* e *Dungo zenzambah* no Congo. Conservei escrupulosamente a orthographia usada pelo sr. Daniell, que não é talvez a mais propria, e corresponde á impressão produzida em um ouvido inglez pelos sons dos dialectos africanos. Barbot, citado por Daniell, diz que nas proximidades do cabo Lopes, se dá á droga o nome de *Calicute*. Deve ser uma antiga designação portugueza, derivada da semelhança com a pimenta que vinha de Calecut.

como certo, que os italianos foram os primeiros, entre os povos da Europa, a empregal-a, quer a derivassem da semelhança da droga com o sorgo, chamado *melega*, quer usassem, o que é mais provavel, de uma denominação vulgar entre os africanos.

III

Das plantas que produzem a malagueta, e da sua distribuição geographica

Como mais de uma vez tenho observado, existe uma tendencia geral a applicar o mesmo nome a productos distinctos, mas semelhantes ou de propriedades analogas, e que se confundem ou substituem mutuamente no commercio. Por outro lado nas diversas regiões e épocas se tem dado nomes differentes á mesma substancia. D'aqui resulta uma certa confusão de nomes vulgares, da qual póde provir obscuridade, e que exige algumas palavras de explicação.

O nome de *pimenta* tem designado productos vegetaes variados. Em primeiro logar algumas especies do genero *Piper*[1], da familia das Piperaceas, pela maior parte oriundas da Asia, algumas porém naturaes da Africa, como por exemplo o *Piper Clusii*, chamado *pimenta de rabo* pelos nossos antigos escriptores. Por analogia de propriedades deu-se depois ao fructo de uma planta totalmente diversa, uma Myrtacea das Indias occidentaes, o *Myrtus Pimenta* de Lineo, ou *Pimenta officinalis* de Lindley, sendo singular que o nome portuguez do *Piper* se viesse a adoptar na linguagem scientifica para uma planta tão afastada. O fructo de uma Anonacea, a *Xylopia Æthiopica*, foi egualmente conhecido no commercio, pelos nomes de *pimenta de Guiné* ou de *Ethiopia*, de *pimenta negra longa*[2], de *grãos de zelim* e de *maniguette*[3], este ultimo por confusão com a verdadeira malagueta.

[1] O genero *Piper* tal qual se acha constituido na monographia das *Piperaceae* do sr. Casimir de Candolle (*Prodromus*, XVI, S. I.), inclue os generos *Chavica*, *Cubeba* e outros, e abrange mais de 600 especies.

[2] Com este nome (*poivre long noir*) a menciona Pomet, negociante droguista de Paris, referindo-a a uma figura bastante exacta, para que se não possa duvidar da identidade da especie. (*Hist. géner. des drogues*, p. 225, f. 140, éd. de 1735.)

[3] Os nomes de *maniguette, bois d'Ecorce, poivre d'Ethiopie* são dados a uma planta denominada *Waria Zeylanica*, por Fusée Aublet (*Hist. des plantes de la Guiane*, I, p. 605, t. 243), a qual sem duvida é a *Xylopia Æthiopica*.

Pelos fins do XV seculo, ou principios do seguinte, introduziu-se na Europa a cultura de diversas especies do genero *Capsicum* da familia das Solanaceas. Parece que todas estas especies são de origem americana[1]. A primeira noticia que temos d'estas plantas, é dada pelo medico Chanca, natural de Sevilha, e companheiro de Christovão Colombo na sua segunda viagem, o qual as descreve sob o nome de *agi* usado pelos naturaes das Antilhas[2]. Trazido o *Capsicum* para a Europa, ahi se generalisou rapidamente a sua cultura. D. Nicolau Monardes, que escreveu não muitos annos depois da conquista do novo mundo, diz que em toda as hortas de Hespanha se cultivava[3]. Clusio dá a mesma noticia em relação a Hespanha e a Portugal, aonde, nos arredores de Lisboa, observou differentes especies e variedades[4]. Pelas qualidades pungentes e ardentissimas de seus fructos, receberam estas plantas o nome de *pimenta*, sendo chamadas, no tempo em que Clusio visitou Lisboa *pimenta do Brasil*, e depois *pimenta de Hespanha* ou de *Cayenna* e tambem *pimento*, *pimentão* e *malagueta*. É o fructo pequeno, alongado e muito ardente, da variedade quasi arbustiva, que geralmente se conhece com o nome de malagueta. Como a cultura d'esta planta é hoje muito espalhada no meio-dia da Europa, e tambem na Africa, e ao mesmo tempo a antiga malagueta é rara no commercio e pouco usada, o nome transferiu-se na linguagem vulgar para o fructo do *Capsicum*, sendo geralmenle ignorado, que durante seculos designou uma planta totalmente diversa.

Em quanto a essa planta, a que agora nos occupa, pertence á familia das Zingiberaceas do grande grupo das Monocotyledoneas: familia constituida por vegetaes das regiões quentes do globo, nos quaes abundam principios aromaticos, e cujas raizes, ou antes rhyzomas e sementes, fornecem alguns productos muito conhecidos desde tempos antigos, como são os cardamomos, a curcuma, a galanga e o gengivre. Os cardamomos, produzidos pelo genero *Elletaria* e por algumas especies do genero *Amomum* da Asia ou do oriente da Africa, foram conhecidos dos antigos, mas bastante confundidos entre si. Dioscorides e Plinio, e ainda

[1] Temos em favor d'esta opinião a auctoridade de Robert Brown (*Exp. to the river Zaire*, etc. Appendix. p. 469), e a não menos valiosa de A. de Candolle (*Prodrom* XIII, I p. 412). Fraas é de opinião contraria, e suppõe que o *Capsicum longum* DC. fôra conhecido de Theophrasto. (*Synops. pl. fl. classic.*, p. 169.)

[2] Veja-se a carta de Chanca nas (*Select letters of Columbus, etc.*, na Coll. Hakluyt).

[3] *Simplicium medic. ex novo orbe delatorum*, traducção latina de Clusio inserida nos (*Exotic.* p. 343). Monardes excellente auctoridade pelo tempo (1565) e logar, em que escreveu, admitte a origem americana da planta.

[4] Clusio nas notas a Monardes, (*Exotic.* p. 343. A numeração das paginas vem errada na edição de 1605 e lê-se 341 mas deve ser 343). Na mesma nota diz Clusio, que a planta se chamava então em Lisboa *pimenta do Brasil*.

mais os seus commentadores, como Ruellio, Valerio Cordo, Laguna, Matthioli e outros, enredaram por tal fórma a synonymia dos cardamomos[1], que os trabalhos modernos, e em especial as pacientes investigações do erudito Hanbury, ainda não conseguiram dissipar toda a obscuridade e remover todas as duvidas. Quando a semente do *Amomum* da Africa occidental começou a apparecer no commercio, foi envolvida n'esta confusão, recebendo por vezes os nomes de *cardamomum majus*, e *cardamomum piperatum*, com quanto fosse geralmente chamada *melegeta* ou *granum paradisi*. A natureza e patria da planta, que a produzia, eram então ignoradas e mesmo quando depois as viagens dos portuguezes lançaram alguma luz sobre estes pontos, a distincção das especies permaneceu por muito tempo, e até aos nossos dias, em extremo duvidosa e incerta.

Foi Linneo o primeiro a descrever uma Zingiberacea sob o nome de *Amomum Granum-paradisi*[2]: porém dando uma diagnose curtissima, como era seu costume, que mal permitte discriminar a que planta se referia, e citando a par da habitação exacta na Guiné, a habitação em Madagascar e em Ceylão, aonde não existe tal especie e sim outras distinctas, temos a prova de que confundiu a especie do occidente d'Africa, com alguma outra da Africa oriental ou da Asia. Torna-se assim muito difficil saber o que na realidade seja a planta de Linneo. Um botanico sueco, que no começo d'este seculo assistiu por algum tempo em Serra Leôa, Afzélius, descreveu depois uma especie sob o mesmo nome de *A. Granum paradisi*[3]. Mais tarde Roscoe, em uma monographia das Scitamineas, estabeleceu uma especie que julgou nova, mas parece ser uma simples variedade da já descripta por Afzélius, da qual diz provirem as sementes do commercio, e á qual deu o nome de *A. Melegueta*[4]. Algum tempo depois sir J. Smith em trabalhos diversos, e particularmente em varios artigos da Cyclopaedia de Rees, occupou-se do genero *Amomum*, creando algumas especies novas. O dr. Hooker publicou finalmente differentes noticias sobre estas plantas, e fez a revisão dos *Amoma* da Africa occidental[5]. Devemos ainda citar as observações de Jonathan Pereira, inseridas nas successivas edições dos seus elementos de Materia Medica, assim como as do sr. Planchon nas ultimas edições da Historia

[1] Esta embaraçosa confusão fazia exclamar ao antigo auctor Geoffroy: «*Nulla res est fortasse in re Pharmaceutica magis litigiata quam Cardamomi notitia.*» (*Tractatus de materia medica*, II, p. 364.)

[2] *Spec. plant.* I p. 9 ed. Willd. 1797.

[3] *Remedia guineensia*, p. 71. Upsaliae; citado por Flück. et Hanb. *Pharmac.* p. 590.

[4] *Monandrian plants of the ordər Scitamineae*, etc. 1828.

[5] Hooker (*On some afr. sp. of. Amomum. Kew gardens misc.* VI, p. 293) vem transcripto em (*Walpers Ann. bot. syst.* VI, p. 19): póde-se tambem consultar (*Bot. mag.* t. 4663 e 4764 e noticias annexas).

das drogas de Guibourt[1] e muito particularmente uma memoria importante do dr. Daniell, á qual já repetidas vezes me referi, fructo de longas e cuidadosas investigações, feitas na costa de Africa[2].

De todos estes trabalhos resulta, que houve numerosos enganos e trocas na descripção e identificação das diversas especies, devidos por um lado á difficuldade de as distinguir, e por outro á imperfeita exploração da região que habitam. Ainda hoje não concordam absolutamente os diversos auctores, Hanbury, o dr. Hooker e o dr. Daniell sobre a sua limitação, e o valor de algumas fôrmas, que uns julgam especies e outros simples variedades. Não entra no plano d'este trabalho a descripção minuciosa das especies, nem a discussão da sua synonymia muito complicada e das divergencias em alguns pontos secundarios, que ainda podem existir entre uns e outros botanicos, e se encontram expostas nas obras citadas.

Basta-nos dizer, seguindo principalmente a opinião do dr. Daniell, que as sementes se podem distribuir em dois grupos: o primeiro da *malagueta véra*, ao qual pertence quasi toda a droga do commercio, tendo em subido grau as qualidades aromaticas e pungentes que a tornam procurada: o segundo da *malagueta dubia*, aproveitada pelos negros na falta da primeira, e servindo mesmo para adulterar a droga trazida aos mercados, pois possue algumas das suas qualidades, posto que em menor grau.

A *malagueta véra* parece ser produzida por uma unica especie, o *Amomum Granum paradisi* Afz.[3], da qual se encontram tres variedades distinctas.

Var. a. majus: de porte maior e fructos e sementes grandes, a mais estimada. Encontra-se principalmente na costa da Malagueta e do golfo de Guiné, e particularmente nos logares baixos, humidos e ferteis. É a fórma que Roscoe considerou como especie distincta e descreveu com o nome de *A. Melegueta*.

Var. b. medium: de porte e fructos menores. Habita os terrenos montanhosos da Serra Leôa e outros logares. Parece ser a que serviu de typo á descripção de Afzelius.

Var. c. minus: propria ás regiões mais seccas e mais elevadas, de porte, fructos e sementes muito reduzidos; uma verdadeira variedade subalpina.

Em quanto á *malagueta dubia* é produzida por um certo numero de especies bem distinctas, como são o *Amomum exscapum* Sims., *A. longiscapum*

[1] Guibourt (*Hist. nat. des dr. simples* II, p. 224. 1876).

[2] Daniell (*On the Amoma of Western Africa. Pharm. Journal* XIV, p. 312 e 356, XVI, p. 465 e 511).

[3] É esta a opinião de Daniell, da qual se afasta um pouco Hooker, e tambem Flückiger e Hanbury na sua *Pharmacographia*.

Hooker fil., *A. latifolium* Afzelius, *A. Danielli*[1] Hooker fil., *A. palustre* Afzelius, *A. Pereirianum* Daniell.

A exploração botanica da Africa intertropical está demasiado imperfeita, para que se possa fixar com rigor, ou mesmo com uma tal ou qual segurança, a demarcação das areas habitadas pelas differentes especies vegetaes. Os limites, que vamos indicar, devem pois tomar-se apenas como uma grosseira aproximação, sujeita a muitas correcções.

Pelo lado do norte a malagueta começa a encontrar-se desde o cabo Verde, ou talvez mesmo desde o Senegal. Parece porém ser bastante rara na região proxima ao mar, que corre da foz d'este rio á do Gambia. A que por ahi se vende é trazida do interior pelos mandingas, e provém do alto Senegal, alto Gambia, e das terras de Bambará. Podemos pois fixar como limite norte, aproximadamente, o parallelo de 15° latitude norte.

Caminhando para o sul encontra-se na Guiné portugueza porém em pequena quantidade. É mais frequente a partir do rio de Nuno Tristão, e muito abundante desde a Serra Leôa até ao cabo das Palmas. Predomina sempre nos terrenos baixos, humidos e fundos aonde chega a invadir as culturas sendo difficil de destruir. Do cabo das Palmas para este abunda em toda a zona da costa da Mina, costa de Benin, e delta do Niger até ao rio dos Camarões, encontrando-se tambem na ilha de Fernão do Pó. Existe egualmente no Gabão, e em geral em toda a costa que corre norte sul do rio dos Camarões até ao Zaire. Começa porém a ser mais rara, ou pelo menos a não dar logar a tão activo commercio. Estende-se a habitação da planta além do Zaire. Temos n'esta parte uma informação importante, dada pelo dr. Welwitsch, o qual nas suas explorações botanicas, não encontrou a planta espontanea, mas foi informado de que existe nas florestas do interior do Congo[2]. Comparando esta informação com o itinerario seguido por Welwitsch, póde fixar-se como limite aproximado sul o parallelo de 7° latitude sul. Vê-se pois que a planta se encontra localisada em uma região bastante vasta, que se estende ao norte e ao sul do equador, dilatando-se mais para o norte[3].

O limite oriental é muito mais vago, senão absolutamente desconhecido. As vastas regiões do Sudan tem sido atravessadas por alguns, poucos, explo-

[1] Encontra-se nas ilhas de S. Thomé e do Principe, aonde é conhecido com o nome de *Uçame*.

[2] Veja-se a noticia sobre os *Dongos do Congo* na (*Synopse expl. das mad. e dr. medicinaes*, p. 30, num. 51-74) e tambem (*Apont. phytogeographicos*, p. 544) nos *Annaes do Conselho Ultramarino*.

[3] É necessario advertir que estes limites se referem á planta espontanea, pois que se encontra cultivada não só em outras regiões da Africa, por exemplo nas margens do rio Coango, mas ainda na America, em Demerara e outros pontos.

radores europeus, mas não estudadas botanicamente. Sabemos apenas, que aos mercados da costa vem malagueta das terras de Bambará e talvez das de Massina no alto Niger, que por outro lado as caravanas ainda hoje levam a Murzuk, no Fezzan, alguma malagueta do Sudan[1], mas ignoramos a região onde é produzida. Attendendo ás condições bastante uniformes de temperatura e humidade que reinam no Sudan, é natural suppor que alguns *Amoma* da costa occidental, se não todos, se estendam em uma vasta habitação até á região dos lagos, ou mesmo de costa a costa. Na Abyssinia, no paiz dos Gallas, e mesmo na costa oriental existem especies de *Amomum*, mas a sua identidade com as da costa occidental, com quanto admittida por alguns auctores[2], não está completamente demonstrada. É forçoso confessar que o conhecimento d'estas plantas é demasiado imperfeito, e a exploração d'estas regiões demasiado incompleta para que desde já se possam formular quaesquer conclusões seguras.

IV

Do commercio da malagueta, e da parte da costa a que se deu este nome

Na ultima metade do XV seculo, e no principio do seguinte, o commercio da *malagueta*, como o de todos os outros productos da costa occidental da Africa, foi exclusivamente feito pelos portuguezes. O caracter, que distingue os descobrimentos dos nossos, e os separa de muitas tentativas arrojadas, mas desconnexas, de outros navegadores, é a energia e a persistencia com que, não só proseguem avançando para o desconhecido, mas vão consolidando, por meio de novas e repetidas expedições, o seu dominio nas longinquas praias recentemente visitadas. Inspiradas pelo genio ardente do infante D. Henrique, as navegações portuguezas algum tanto affrouxam no tempo de D. Affonso V, occupado pelas dissenções intestinas do reino, pelos cuidados das expedições á Africa mediterranica, e pela lucta em que a defesa dos direitos da excellente Senhora o havia envolvido; tomam porém novo impulso sob a mão energica e inflexivel de D. João II, para chegarem no reinado de D. Manuel, a essa época de maravilhosa espansão, em que as naus portuguezas sulcavam todos os ma-

[1] A substancia mencionada pelo capitão Lyon, sob o nome de *Tammerat el filfil*, entre as mercadorias trazidas do Sudan ao Fezzan, é, sem a menor duvida, a malagueta (*A narr. of travels in northern Africa*, etc., p. 156, 1821).

[2] Assim Pereira suppõe que o *cardamomo* conhecido na Abyssinia com o nome de *Korarima* é identico ao *Amomum angustifolium* Sonnerat, de Madagascar, e Hanbury (*Pharm. Journ.* 1872) considera um e outro identicos ao *A. Danielli* Hooker fil.

res. Não se satisfazem os nossos em descobrir novas terras, mas procuram firmar por toda a parte o dominio portuguez, levantam o castello de Arguim, edificam a fortaleza de S. Jorge da Mina, e cobrem a costa oriental da Africa e a costa do Malabar de fortes e feitorias. Estabelecem-se assim relações seguidas, e um activissimo commercio com a Africa e com o Oriente, no qual as especiarias representavam, como é geralmente sabido, o mais importante papel.

Hoje, que algumas especiarias tem caído em completo desuso e abandono, e outras se encontram tão vulgares e correntes no commercio, surprehende-nos a singular estima, em que foram tidas nos tempos antigos, durante toda a edade média, e ainda no primeiro periodo do renascimento. É certo, porém, que as difficeis, e muitas vezes interrompidas relações com o extremo Oriente, e as longas e demoradas viagens pela Persia, ou pelo Mar Vermelho[1], tornaram estes productos vegetaes raros e custosos, e por isso mesmo procurados como objecto de luxo excepcional. As duvidas sobre a sua patria, o mysterio que envolvia a sua origem, e fazia considerar alguns como provenientes do parayso terrestre[2], ainda mais contribuiram para que se encarecessem as suas

[1] O livro de Pegolloti, já muitas vezes citado, dá interessantes noticias sobre o commercio com o Oriente. Pode-se consultar tambem um curioso capitulo de João de Barros (*Asia*, dec. I, liv. VIII, cap. I), do qual se vê quanto eram extensas e exactas as suas informações sobre o modo porque se fazia o trafico das especiarias, antes de os nossos haverem dobrado o cabo da Boa Esperança; e egualmente o bem conhecido (*Tratado dos diversos e desvairados caminhos*, etc.) de Antonio Galvão.

[2] Sobre a supposta situação do parayso e a sua vegetação, póde ler-se a relação de Fr. João de Marignolli, e as eruditas notas de Yule (*Cathay and the way*, etc., pp. 360 e seguintes). Veja-se tambem uma carta de Letronne inserida na obra de Humboldt (*Hist. de la géographie du nouveau continent*, III p. 118). N'esta mesma obra se encontram expostas e discutidas as curiosas opiniões de Christovão Colombo sobre a proximidade em que deviam estar as novas terras por elle descobertas, do parayso terreal (*Hist.* etc. III, p. 111). Emquanto á influencia do parayso sobre a producção das especiarias ou substancias aromaticas, diz-nos Maçudi, escriptor arabe do X seculo, que Adão saiu do parayso coberto de folhas, e que estas depois de seccas, sendo espalhadas pelo vento sobre a India, deram origem a todos os aromas d'aquella região. (*Les prairies d'or*, etc. trad. de B. de Meynard et P. de Courteille. I. p. 60). O prudente arabe accrescenta no entanto (Deus sabe melhor a verdade). É curiosa a aproximação entre esta singular asserção e outra muito semelhante que encontramos nas obras de Santo Athanasio, o qual no dialogo *Quaestiones ad Anthiocum* (*Opera*, etc., II p. 279. Parisiis 1698), diz que a abundancia de substancias aromaticas nas regiões orientaes ou Indicas, é devida á proximidade do parayso, pois o vento que d'ali sopra póde tornar fragrantes e aromaticas as arvores das terras visinhas «*sic fragrantia quae ex paradyso ventorum afflatu exit, arbores locorum illorum viciniores fragrantes efficit.*» D'estas e de outras opiniões semelhantes resultou o nome de *grana paradysi*, dado, como vimos, á malagueta.

excellencias como medicamentos, e como adubos. Quantidades pequenas d'estas substancias, e que hoje teriamos por insignificantes, se offereciam como valiosos presentes a papas e imperadores, ou se enumeravam cuidadosamente entre as riquezas accumuladas em seus thesouros[1].

O desejo de chegar ás terras aonde cresciam tão ricos e estimados productos, e de, pela communicação directa, arrancar das mãos dos venezianos o monopolio do trato commercial com o Oriente, foi sem duvida uma das causas principaes, que incitaram portuguezes e hespanhoes nas suas navegações.

É impossivel desconhecer, que outros motivos mais elevados e desinteressados actuaram no animo dos nossos antepassados. As vivas crenças religiosas, e o empenho de dilatar a verdadeira fé entre as populações pagans ou mahometanas, o intuito de alargar o dominio das quinas, accrescentando novas glorias, a tantas que já as rodeavam, e ainda o puro interesse scientifico de resolver alguns problemas geographicos, influiram por certo nos portuguezes para os lançar em empresas heroicas, nas quaes nunca regatearam o sangue, nem a vida. Todavia, devemos confessar, que a estes motivos mais puros accresceram depois a sede do lucro, a rivalidade com as opulentas cidades de Italia, e a attracção irresistivel exercida pelas riquezas do Oriente, a terra das pedras preciosas, do ouro e das especiarias.

As relações com o extremo Oriente haviam-se tornado durante a dominação dos tartaros, pelos XIII e XIV seculos mais seguidas e frequentes. A viagem tão conhecida de Marco Polo, e as perigrinações de alguns frades menores, como Fr. João de Plano Carpini, Guilherme Rubruk, mais conhecido com o nome de Rubruquis, Fr. João de Monte Corvino, Fr. Odorico de Pordenone, Fr. João de Marignolli e muitos outros, rasgaram um pouco o véo, que envolvia as terras quasi fabulosas do Cathayo ou da Ilha de Cipango, e avivaram o desejo e a cubiça de penetrar n'aquellas regiões, pois antes encareciam que diminuiam a fama já antiga das suas riquezas. Se algumas d'estas viagens foram menos conhecidas ou quasi ignoradas[2], não succedeu o mesmo

[1] O godo Alarico exigia da cidade de Roma para levantar o cerco, um resgate no qual figurava ao lado de avultada quantia de ouro e prata, uma porção relativamente pequena de pimenta. Constantino offerecia ao papa S. Silvestre vasos de ouro cravejados de pedrarias contendo quantidades minimas de perfumes e especiarias. Nos thesouros de Chosroes II, rei da Persia, mencionava-se a existencia da camphora, do almiscar e do sandalo. Muitos outros exemplos, que seria facil accumular, provam quanto eram considerados estes productos de afastadas regiões.

[2] Ao periodo de grande expansão que teve o christianismo no oriente, e particularmente na Tartaria e na China nos fins do seculo XIII e começo do seguinte, succede uma rapida decadencia, durante a qual quasi se apagou a sua memoria. Quando no XVI seculo os Jesuitas penetraram na India e na China, e tão cuidadosamente buscaram os

a todas. As copias e traducções da relação escripta por Marco Polo multiplicaram-se desde logo, e é bem sabido, que em Portugal se conheceram e estudaram na época, que precede o grande movimento dos nossos descobrimentos [1]. O mesmo se deu no XV seculo com a viagem de Nicolo di Conti, escripta por Poggio [2], e avidamente lida e estudada pelos mais notaveis geographos de então, como Fra Mauro e Toscanelli.

Os projectos para chegar a essas ricas regiões do oriente, *a terra das especiarias* occupam por esta época todos os espiritos. D. Affonso V manda por um dos seus capellães, o conego Fernão Martins, consultar o celebre Toscanelli sobre o mais curto caminho para aquella terra. Christovão Colombo consulta egualmente Toscanelli sobre o seu grande intento de chegar aonde nascem as *especiarias* navegando para o occidente; intento que não levou a cabo, que só devia realisar Fernando de Magalhães alguns annos mais tarde, mas

vestigios dos christãos de S. Thomé, ou tiveram pouca noticia, ou intencionalmente callaram os grandes serviços feitos pelos Dominicanos, e sobretudo pelos Franciscanos, que ali os haviam precedido, e aos quaes só mais tarde se fez completa justiça. Veja-se Huc (*Le christianisme en Chine*, etc., I, p. 94 e seguintes) e tambem o livro já tantas vezes citado de Yule (*Cathay and the way*, etc).

[1] Quando o infante D. Pedro esteve em Veneza, foi-lhe ali offerecido um exemplar do livro de Marco Polo; o manuscripto original, como suppoz Ribeiro dos Santos (*Mem. de litt. portugueza*, VIII, p. 276, 2.ª ed.), ou, o que é mais provavel, uma copia authentica. Valentim Fernandes, no prefacio á traducção portugueza que depois fez, menciona esta circumstancia. Ramusio dá a mesma indicação (*Discorso sopra la prima et secunda lettera di Andrea Corsali.—Delle nav.* I. p. 176 v.°, Venetia 1563), e refere-se á influencia que o livro teve em Portugal «*e che'l detto libro dapoi tradotto nella loro lingua fu gran causa che tutti quelli serenissimi Re s'infiammassero a voler far scoprir l'India orientale, e sopra tutti il Ré Don Giovánni.*» Por esta, ou por outra copia, se fez desde logo uma traducção portugueza, pois entre os livros de uso d'el-rei D. Duarte, figura *Marco Paulo, latim e linguagem em um volume* (*Provas da Hist. Geneal*, etc. I. p. 544). Annos depois fez Valentim Fernandes a sua traducção, que imprimiu em Lisboa em 1502, obra muito rara, da qual a Bibliotheca nacional de Lisboa possue um exemplar.

[2] A relação da viagem de Nicolo di Conti, foi, por ordem do papa Eugenio IV, dictada ao seu secretario Poggio Bracciolini e por este escripta em latim. Foi depois vertida em portuguez por Valentim Fernandes e publicada juntamente com a obra de Marco Polo, com o titulo *Ho livro de Nycolao Veneto*. Quando Ramusio a quiz inserir na sua collecção não pôde encontrar o original latino, e teve de recorrer á versão portugueza, bastante defeituosa. (*Dell. nav.* etc. p. 338—1563.) Depois porém se publicou a relação em latim juntamente com outras obras de Poggio (*De varietate fortunæ libri quatuor*—1723) e por esta fez o sr. Major a traducção ingleza inserida no livro (*India in the fifteenth century—Collec. Hakluyt*). Sobre a influencia exercida pelo livro de Conti, veja-se Humboldt (*Hist. de la géogr. du nouv. cont.* I. p. 216).

que o conduziu ao inesperado descobrimento do novo mundo e illustrou para sempre o seu nome. D. João II, não affrouxando nas expedições maritimas, manda pela via do Mediterraneo Pero da Covilhan e Affonso de Paiva, estudar o caminho para a terra das especiarias, e procurar o Preste João, esse singular e mysterioso personagem, que tanto occupou as attenções do mundo christão durante alguns seculos[1].

Dada esta preoccupação dos espiritos, este desejo de alcançar as terras do oriente ricas em aromas e productos preciosos, e os esforços durante muitos annos baldados para ahi penetrar dobrando a *terra incognita* do continente africano, facil é comprehender, com que alvoroço seria acolhido o descobrimento, nas novas terras de Africa, de substancias vegetaes aromaticas capazes de rivalisar com as producções da Asia. É o que se torna bem patente pela sollicitude com que, no dizer de João de Barros e de Garcia de Rezende, D. João II procurava fazer conhecida nos mercados da Europa, a pimenta trazida por João Affonso de Aveiro da costa de Benin[2].

Por mais importante se teve sem duvida o descobrimento da *malagueta*, pois se tratava, não de uma substancia nova, e que podia ser recebida no commercio com maior ou menor acceitação, mas de uma droga conhecida, apreciada e unica talvez, entre as drogas africanas, que gosava já então de tanta nomeada como as especiarias do oriente.

Que esta droga ou especiaria fosse conhecida dos portuguezes antes de descobrirem as terras d'onde é natural, parece-me fóra de toda a duvida. O contacto que tiveram com os italianos, a presença nas esquadras portuguezas de genovezes e de venezianos, versados na navegação e commercio do Mediterraneo, levam-nos a crer que os nossos andassem bem informados do valor e natureza dos principaes objectos de trafico com o Oriente e com a Africa. O modo porque alguns dos primeiros navegadores, como por exemplo Diogo Gomes, se referem áquella substancia confirma inteiramente esta opinião.

Que por outro lado a patria da *malagueta* e a natureza da planta que a produz fossem então desconhecidas, parece-me facto egualmente provado. É

[1] Primeiro mandou D. João II, Fr. Antonio de Lisboa, e Pero de Montarroyo, que por ignorarem a lingua arabica não proseguiram na sua viagem; depois Affonso de Paiva e Pero da Covilhan, e finalmente, em busca d'estes, dois judeos, Rabbi Abram de Beja, e um sapateiro de Lamego, chamado José. Veja-se o que diz Barros (*Asia*, dec. I, liv. III, cap. V) e sobretudo a relação muito mais detalhada dada pelo padre Francisco Alvares, na *(Verdadeira informaçam das terras do Preste Joam)*.

[2] Diz João de Barros fallando da pimenta de rabo «a qual ElRei mandou a Fran«des, mas não foi tida em tanta estima como a da India.» (*Asia*, dec. I, livr. III, cap. III.) Garcia de Rezende diz tambem da mesma pimenta «da qual foi logo mandado a Frandes.» *(Chron. del Rey D. João* II. pag. 43 verso. Lisboa).

bem notorio, qne as regiões centraes da Africa não permaneceram inexploradas, até aos descobrimentos dos portuguezes na costa occidental, e que desde épocas remotas os viajantes e mercadores arabes penetraram no Sudan. Pelas relações que estes conservaram durante muito tempo na peninsula, deviam os portuguezes e os hespanhoes, andar mais bem informados das coisas de Africa, que outro qualquer povo da Europa: sabemos mesmo, com quanto zelo e sollicitude o infante D. Henrique procurava obter, por esta via, informações das terras africanas[1]: no entanto não temos motivo para suppor que essas informações fossem muito exactas e detalhadas, no que dizia respeito á origem e natureza das producções vegetaes.

Algumas passagens das narrações dos nossos primeiros navegadores, vem tambem em apoio d'esta opinião. Diz Diogo Gomes, enumerando os objectos que os negros trouxeram de terra estando as suas caravellas em frente do rio Grande «e uma quarta de malagueta em grão, e nos fructos em que nasce, de que fiquei muito satisfeito.» Parece-me resultar claramente d'esta phrase que conhecia bem a malagueta, sabia o seu valor, e folgava de encontrar a terra ou região aonde era produzida. Ainda mais, referindo-se ao facto, que parece julgar importante, de trazerem a semente incluida nos fructos, indica que estes lhe eram menos familiares que a semente ou grão, o que é natural, pois se encontravam com menos frequencia no commercio. Tinha por tanto a

[1] Sobre as informações que o infante tomava dos arabes veja-se o que diz João de Barros: «Donde assi na tomada de Cepta como as outras vezes que lá passou sempre in-«quiria dos mouros as cousas de dentro do sertão da terra» vindo a saber não só das terras dos Alarves e do Saharà mas tambem dos Azenegnes «que confinam com os ne-«gros de Jalof onde se começa a regiam de Guiné.» *(Asia* dec. I, livr. I, cap. II). Damiam de Goes falla tambem «das muitas informações que (o infante) cada dia tomava de mouros e azenégues practicos nas cousas de Africa» *(Chron. do Princ. D. Joam.* etc. cap. VII). Diogo Gomes conta que estando em Cantor, no Rio Gambia, ahi soubera de uma batalha travada entre dois regulos negros do interior, e que voltando ao reino, dera esta noticia ao infante, o qual lhe respondeu, que por uma carta de um mercador de Oran já fôra informado d'aquelle successo. Prova curiosissima de quanto eram extensas as relações que D. Henrique mantinha com o interior de Africa.

Sobre o conhecimento que os arabes tiveram do Sudan desde o tempo de Ibn Haucal (x seculo), e a influencia que as noções por elles obtidas e transmittidas mais tarde aos christãos exerceram na construcção da carta Catalan de 1375, na do museu Borgia, e em outros monumentos cosmographicos, veja-se o que diz o visconde de Santarem *(Essai sur l'hist. de la cosm.* etc). A curiosa viagem de Ibn Batuta ás terras do Alto Niger, em 1352, dá uma idéa clara das relações dos arabes com aquellas regiões. *(Viagens ext. e dil. de Abu-Abdallah* ete. versão de fr. J. de Santo Antonio Moura. II. pag. 140 e seguintes).

vista do fructo por um signal de que a planta se encontrava em logares proximos, como de feito succedia.

Foram pois os portuguezes, os primeiros europeos que observaram a planta, e definiram bem a situação das terras aonde nasce; situação que se havia conservado, durante a edade média, envolvida em grande obscuridade e mysterio, dando origem ao nome de *grana paradisi*. Lançou-se assim um primeiro raio de luz sobre um ponto importante de geographia botanica.

Foram egualmente os portuguezes, os primeiros a darem a uma parte do littoral africano o nome, que ainda conserva, de costa da Malagueta. Vamos demonstrar pelo exame de alguns documentos importantes, que este nome se applicava á mesma extensão de costa, hoje assim designada, e que os limites pouco ou nada tem variado.

Como vimos, a primeira malagueta encontrou-se na região do Gambia, e nas terras da Guiné portugueza, que foram descobertas em 1446 por Nuno Tristam [1] na viagem em que pereceu, e visitadas no mesmo anno e nos seguintes por Alvaro Fernandes [2], Diogo Gomes [3] e Cadamosto [4]. Alguns annos depois, no de 1460 [5], Pedro de Cintra avançou muito nos descobrimentos, correndo toda a costa africana até á Serra Leôa, a qual já fôra reconhecida por Alvaro Fernandes, mas ao que parece imperfeitamente, e avançando para o meio dia até ao cabo Mesurado e ao arvoredo de Santa Maria. Dos annos seguintes temos escassas noticias; é certo, porém, que pouco ou nada se adiantou, e que mesmo a ultima parte da viagem de Pedro de Cintra era mal conhecida, pois se encontra, no contracto celebrado com Fernão Gomes no de 1469, marcada a Serra Leôa como o termo dos anteriores descobrimentos, feitos pelo mencionado Pedro de Cintra e por Sueiro da Costa [6]. Em janeiro de 1471 descobriram João de Santarem e Pedro de Escobar [7] o resgate do ouro, já no golfo de Guiné sendo, ao que parece, os primeiros que correram a costa depois chamada da Malagueta. Podemos por tanto fixar o descobrimento d'aquella costa entre o anno de 1460, em que as nossas caravellas passaram além da Serra Leôa, e o de 1471, em que penetraram no golfo de Guiné, dobrando o cabo das Palmas.

[1] Azurara *(Chron. da conq.* etc. pag. 400). Barros (*Asia* dec. I, liv. I, cap. XIV).

[2] No mesmo anno de 1446. Azurara *(Chron.* etc. pag. 410). Barros *(Asia* ibid).

[3] Em 1448; veja-se Major *(Life of Princ. Henry* etc. pag. 288).

[4] Em 1454 e 1455. *(Collecção de not.* etc. II. pag.28 e seguintes). As datas citadas não são as admittidas na versão portugueza, mas as que se encontram em Ramusio, tidas geralmente por mais exactas.

[5] *Collecção de not.* II. pag. 73.

[6] Barros *(Asia* dec. I, livr. II, cap. II).

[7] Barros (ibid.)

O nome de Guiné, applicado primeiro de um modo vago a todo o occidente de Africa, veiu depois a dar-se mais especialmente á terra dos negros, aos quaes os primeiros historiadores das nossas conquistas, como por exemplo Azurara, chamam muitas vezes guinéos. O rio Senegal determinava rigorosamente o limite septentrional da Guiné, pois que as differenças de vegetação e de clima, e a passagem dos berbéres ou mouros da margem direita aos negros Jallofs da margem esquerda estabeleciam ahi uma transição rapida, que não escapou á observação dos nossos[1]. Dava-se por tanto o nome de costa de Guiné, á que corria para o meio-dia do Senegal, e ás vezes o de costa de Anterote, á que ficava ao norte entre o cabo Branco e a foz do dito rio. O limite meridional da Guiné, não era bem definido, e parece ter-se designado com aquelle nome toda a Senegambia, assim como toda a região, que hoje o conserva mais especialmente e limita pelo norte o golfo de Guiné. É certo, porém, que as diversas partes da costa começaram desde logo a receber nomes especiaes, derivados geralmente das principaes mercadorias que ahi affluiam. Assim como parte da costa do golfo de Guiné, que corre para oriente do cabo das Palmas, se chamou costa do Resgate do ouro ou da Mina, a que fica aquem d'aquelle cabo teve o nome da costa da Malagueta.

Encontra-se uma primeira menção d'este nome nos escriptos de Christovão Colombo, o qual antes de emprehender a celebre viagem, em que descobriu o novo mundo, tinha navegado varias vezes para Guiné em companhia dos portuguezes. Na relação da sua primeira expedição á America, diz por incidente ter visto, tempo antes, algumas sereias na costa da Malagueta[2]. Com quanto não sejam conhecidas, com rigor, as datas das suas viagens a Africa, podem-se fixar com bastante aproximação. De feito Colombo affirma, no seu tratado das zonas habitaveis, que esteve no Castello da Mina do rei de Portu-

[1] Veja-se o que diz Azurara *(Chron. da conq.* etc. pag. 158), em uma curiosa passagem na qual define bem o sentido em que toma a palavra. Pode-se consultar egualmente o admiravel capitulo, cheio de observações curiosas e exactas de João de Barros (*Asia* dec. I, livr. III, cap. VIII). Sobre o conhecimento que os arabes tiveram da Guiné, e sobre os erros commettidos em relação á sua situação geographica antes dos descobrimentos dos portuguezes, veja-se o visconde de Santarem *(Essai sur l'hist. de la cosm.* etc. I. pag. 300) e tambem a *(Mem. sobre a prior.* etc. pag. 161 e seguintes).

[2] *É nel libro del primo viaggio dice, que egli vide alcune sirene nella costa della Manegueta.* (*Hist. del signor D. Fernando Colombo* etc. pag. 16. Venezia 1676). Esta biographia do almirante foi escripta por seu filho D. Fernando Colombo em hespanhol, vertida por Affonso Ulloa em italiano, e havendo-se perdido o manuscripto original o qual nunca fôra publicado, vertida de novo em hespanhol e inserida na collecção de *Historiadores primitivos* de Andre Gonzales Barcia. A versão italiana, de que se fizeram diversas edições, é por tanto a mais authentica.

gal[1]. Como a fortaleza de S. Jorge da Mina foi mandada edificar no anno de 1481, e terminada no seguinte de 1482, e como no de 1484[2], saiu Colombo para Hespanha a offerecer os seus serviços aos reis de Castella, segue-se que uma das suas viagens teve logar entre estas datas, e que as outras foram provavelmente anteriores, pois decerto não voltou a Guiné, depois de passar a Hespanha. Vê-se, por tanto, que já n'essa época os portuguezes, com quem Colombo navegou, empregavam a designação de costa da Malagueta[3].

Vejamos agora as curiosas observações, que nos depára o *Esmeraldo* de Duarte Pacheco, do qual já de passagem fiz menção, mas que é mister examinar em detalhe, não só pela importancia das noticias que contém, como pelo facto de se conservar inedito.

Em primeiro logar convém advertir, que o nome de *costa da Malagueta* se encontra ali mencionado repetidas vezes, como expressão vulgar e corrente. Assim em uma taboada das latitudes de diversos logares, vem (fol. 12 v.º) a latitude «do rio dos Cestos na costa da Malagueta.» Mais adiante (fol. 50) explicando a derrota, que os navios devem seguir, diz assim: «se algum

[1] «*Yo estuve en el castillo de la Mina del Rey de Portugal.*» Veja-se a *Historia de las Indias*, de Las Casas, contemporaneo do almirante. (Navarrete. *Collection de Doc.*, etc. t. LXII). Na biographia antes citada, escripta por D. Fernando Colombo, encontra-se a mesma asserção. Em quanto ás outras viagens, Las Casas diz, que o almirante «*affirma haber navegado muchas veces de Lisbona a Guinéa.*» As datas, porém, são duvidosas, e o proprio D. Fernando Colombo confessa não saber bem quando tiveram logar estas viagens de seu pae.

[2] É a data marcada por Herrera (*Historia de las Ind. ocid.*, dec. I, libr. I, cap. VII).

[3] É evidente que a designação empregada era a usada e vulgar entre os portuguezes. Colombo, como antes Cadamosto, A. da Nolle e outros, fez as suas viagens nos navios portuguezes, unicos que então se dirigiam para a Africa. O celebre genovez pelo seu casamento com a filha de Bartholomeu Perestrello, homem principal, e demais mui versado na navegação, tinha adquirido muitas relações em Portugal, e tão portuguez se havia tornado, que Toscanelli, seu compatriota, parece olvidar-se da sua nacionalidade e confundil-o com os portuguezes dizendo-lhe em uma carta, se não admira da sua grande coragem, e da de toda a nação portugueza, na qual sempre houve homens assignalados em todas as empresas: «*Non mi maraviglio che tu, che sei di gran cuore, e tutta la natione Portoghese, la quale ha havuto sempre huomini segnalati in tutte le imprese etc.*: segunda carta de Toscanelli a Colombo inserida na *(Hist. del signor D. Fernando Colombo* etc. cap. VIII).

Las Casas diz, do modo o mais explicito, que as viagens a Guiné foram feitas em companhia dos portuguezes «*y assi navegó algunas veces aquel camino en compania de los portuguezes, como persona ya vecina y quasi natural de Portugal.*» (*Hist. de las Indias. Collec. de doc.* etc. t. LXII). Estas informações colheu Las Casas da boca de D. Diogo Colombo, filho do almirante.

navio estiver tanto avante como o cabo Ledo da Serra Lyoa e ouver de ir pera a costa da Malagueta.» E ainda em outra passagem (fol. 53 v.º) tratando do Cabo das Palmas, e da navegação, que convém fazer para o dobrar na volta para Portugal, diz: «Costumamos de fazer caminho de Loes Sudoeste caminho destes reynos, por nos arradarmos da costa da Malagueta.»

Em quanto aos limites do littoral comprehendido sob aquella designação, estão fixados com o maior rigor nas seguintes passagens. A (fl. 50) encontra-se no *Esmeraldo* o seguinte: «Item do Cabo do Mesurado ha matta de Santa Maria som 2 leguoas e esta matta he muito grande e de muito grosso arvoredo e daqui se comessa o resguate da Malagueta, que em latim se chama grany paradisy (sic) e dura este comercio 40 leguoas ao longo desta costa.» Segue depois enumerando os diversos pontos do littoral[1], mencionando repe-

[1] Eis as localidadades mencionadas na descripção da costa da Malagueta por Duarte Pacheco.

Cabo do Monte.	Rio dos Cestos.	Rio de S. Vicente.
Cabo Mesurado.	Ilha da Palma.	Praia dos Escravos.
Matta de Santa Maria.	Ilhéos.	Lagea.
Rio de S. Paulo.	Cabo Formoso.	Cabo de S. Cremente.
Rio do Junco.	Resgate do Genovez.	Cabo das Palmas.

É facil definir a situação da maior parte d'estas localidades. Na excellente obra de A. M. de Castilho, encontram-se o *Cabo do Monte*, *Cabo Mesurado*, *Rio de S. Paulo*, *Rio dos Juncos*, *Rio dos Cestos*, *Ilha da Palma* e *Cabo das Palmas* (*Descr. e Rot. da costa occ. de Africa*, I, p. 264 a 301 e mappa VIII), situados por modo, que não póde haver duvida em serem as localidades mencionadas, com os mesmos nomes, por Duarte Pacheco.

As outras designações, ou não se encontram no *Roteiro* como são a *Matta de Santa Maria*, os *Ilhéos*, o *Resgate do Genovez*, o *Rio de S. Vicente*, a *Praia dos Escravos* e a *Lagea*, ou se encontram applicados por modo diverso d'aquelle, que se adopta no *Esmeraldo*, como são o *Cabo Formoso* e o de *S. Clemente*.

A *Matta de S. Maria* é uma localidade bem conhecida, situada logo adiante do *Mesurado*, e aonde segundo a relação de Cadamosto, já muitas vezes citada, terminou a viagem de Pero de Cintra.

O *Cabo Formoso* do Roteiro de Castilho não póde ser o *Cabo Formoso* do *Esmeraldo*. De feito o primeiro, a *Ponta Timbo* de algumas cartas (*Rot.* p. 276), fica ao norte do *Rio dos Cestos;* em quanto que o do *Esmeraldo* demora muito ao sul, a 7 leguas da *Ilha da Palma*, e ainda ao sul dos *Ilhéos*. Deve corresponder á *Ponta de Baffa* ou á *Ponta Tassou* (*Rot.* p. 282). Não ha erro da parte de Duarte Pacheco em o collocar n'esta situação, pois temos uma prova de que segue a nomenclatura usada no seu tempo. Na carta de João Freire, de 1546, vem do mesmo modo *Ilha da Palma*, *Ilhéo Cayado* (é um dos ilhéos

tidas vezes a Malagueta entre os objectos de commercio, e quando falla do Cabo das Palmas, diz: (fol. 53 v.º) «da costa da Malagueta a qual faz fim no dito cabo das Palmas.»

Das affirmações d'estes dois escriptores contemporaneos, Christovão Colombo e Duarte Pacheco Pereira, que conheceram muito bem, e frequentaram

citados no *Esmeraldo*, e ahi se diz, que eram muito brancos, d'onde lhe veiu o nome) e depois *Cabo Formoso*, por tanto na mesma successão que adopta o nosso auctor.

Segue-se o *Resgate do Genovez*, assim chamado porque um marinheiro genovez foi o primeiro que ahi resgatou malagueta, deverá collocar-se nas proximidades de *Battoa Grande* (*Rot.* p. 284).

O *Rio de S. Vicente* é talvez o *Rio do Sino* (*Rot.* pag. 285): em quanto á *Praia dos Escravos*, que tinha, no dizer de Pacheco, duas leguas de extensão, é sem duvida a parte do littoral aonde vem desembocar os pequenos rios *Dru*, *dos Escravos* e *Ferroowah* (*Rot.* pag. 290 a 292).

A *Lagea*, rochedo separado da costa coisa de um quarto de legua, póde com alguma duvida, identificar-se com o *Carpenter rock* ao mar da *Ponta de Setre* (*Rot.*, pag. 293).

Em quanto ao *Cabo de S. Clemente*, tambem não concorda a sua posição com a que vem no *Roteiro*: Castilho dá este nome á *Ponta de Battoa Grande*, sendo certo que o *Cabo de S. Clemente* de Duarte Pacheco fica muito para o sul, e já proximo ao *Cabo das Palmas*. Deve, me parece, corresponder á *Ponta dos Bretons* ou à de *Fish town*. (*Rot.* pag. 297). Na carta de Freire, que não vi, mas de que o visconde de Santarem transcreve os nomes por sua ordem (*Mem. sobre a prior.*, etc., pag. 213) vem por estas alturas o *Cabo do Sacramento;* haverá erro de leitura e será *Cabo de S. Cremente* com a orthographia então usada? N'este caso a nomenclatura de Freire estaria mais uma vez de accordo com a do *Esmeraldo*.

As latitudes ou «graos de ladeza» dadas por Duarte Pacheco não se afastam muito das que hoje se admittem. Sendo para notar que as citadas no texto differem ás vezes das que estão reunidas em uma taboada geral, o que sem duvida é devido a erros de copia. As que se referem á parte da costa que nos occupa são as seguintes:

	No *Esmeraldo*	*Roteiro* de Castilho
Cabo do Monte	6° 40′	6° 44′
Cabo Mesurado	6° 20′	6° 19′
Rio dos Cestos	5° 30′	5° 26′
Cabo das Palmas	4°	4° 22′

A divergencia maior no *Cabo das Palmas*, é devida sem duvida, a ter o copista omittido os minutos.

Estas aproximações foram feitas rapidamente e de modo algum as tenho por seguras, pois levantam não poucas difficuldades, cuja discussão saíria completamente do plano n'este trabalho.

a costa africana, se deduz, que a designação de costa da Malagueta era usada nos fins do seculo XV e por tanto se devia ter começado a empregar logo após o descobrimento. Torna-se pois bem claro, que o commercio d'aquella droga, havia tomado grande importancia logo nos primeiros annos, o que nos não póde surprehender, em vista da nomeada que então tinha nos mercados da Europa. É egualmente certo, que este nome era então exclusivamente usado entre os portuguezes e pelos portuguezes, ou estrangeiros, que em seus navios embarcavam, pois n'estas primeiras épocas, os navegadores de outras nações nem frequentavam, nem quasi conheciam o caminho d'aquellas regiões. Quando annos depois esses navegadores começaram a concorrer com os nossos, adoptaram a designação portugueza, ou os seus equivalentes de *Côte des grains* e de *grain coast*. Só muito recentemente se tem empregado o nome de costa da Liberia, não se tendo, ainda assim, abandonado a designação primitiva. No tocante aos limites não houve alteração, pois em todo o tempo a costa da Malagueta, se considerou, como começando no cabo do Monte, ou no Mesurado e estendendo-se até ao das Palmas; isto é, limitada pelo mesmo modo que na época de Duarte Pacheco.

Seguindo o exame do *Esmeraldo* encontramos outras importantes noticias. A origem do nome do rio dos Cestos, vem ali explicada do modo o mais claro na seguinte passagem (fol. 51 v.º) «Item do rio do Junco ao rio dos Cestos som 12 leguoas, e este nome do rio dos Cestos lhe foi posto porque os negros d'esta terra vem resguatar malagueta, a qual hé muito boa e arrazoada quantidade e esta trazem em huns Cestos, o que em toda a outra costa honde há a dita malagueta nom costumom trazer[1].»

Sobre o preço da droga, e sua variação nos dá Duarte Pacheco preciosas informacões. Fallando da Ilha da Palma, e do commercio de escravos, que tres leguas adiante se podia fazer, diz assim: «aguóra está este comercio danádo, porque quando se compráva um alqueire de malagueta por uma manilha de latam, que teria em pezo meio arratel, e um escrávo por duas bacias,

[1] Com quanto todo este trabalho se prenda á questão tão disputada da prioridade do descobrimento da costa occidental da Africa, e particularmente d'esta costa da Malagueta pelos portuguezes, mui deliberadamente a não tenho querido tratar, porque, com prefeita sinceridade e desprendido de todo o falso patriotismo a julgo fóra de contestação. No entanto, não posso deixar de recordar que Villaud de Bellefond, diz do Rio dos Cestos, que fôra assim chamado pelos portuguezes: «*a cause d'une espèce de poivre qui y croit, qu'ils appellent sextos:*» e em outra parte, fallando dos negros da Costa, diz: *le peu de langage qu'on peut entendre est français. Ils n'appellent pas ce poivre sextos a la portugaise, ni grain a la hollandaise, mais malaguette.*» É difficil accumular tantos e tão palmares erros em tão poucas palavras! Pena é que estas ridiculas asserções fossem admittidas por escriptores serios e de boa nota.

assi como as dos barbeiros, e aguóra val um alqueire de malagueta cinco e seis manilhas e um escrávo quatro e cinco bacias.» D'onde se vê, que o preço augmentára de um modo consideravel, e que os negros tinham tirado partido da frequencia, com que as nossas caravellas visitavam aquella costa. É para notar a circumstancia curiosa, de ter, relativamente, crescido mais o preço da malagueta, que o dos escravos, ou porque a primeira fosse mais procurada, ou (o que infelizmente é mais provavel) porque o mercado andasse sempre abundantemente provido da mercadoria humana pelas guerras e correrias continuas das populações do littoral e do interior.

Ainda merece ser citada uma observação feita por Pacheco quando, descrevendo a costa situada na proximidade da Lagea, diz «neste lugar ha maior malagueta de toda esta costa:» observação pela qual se vê, que as differentes dimensões da planta, e dos seus fructos e sementes, tinham attrahido a attenção dos portuguezes já nos fins do seculo XV. Estas differenças são, como vimos, bastante sensiveis, sendo os fructos e sementes de grandes dimensões na fórma, que Roscoe, o dr. Hooker e outros botanicos, admittiram como especie distincta e descreveram sob o nome de *Amomum Melegueta*, e que o dr. Daniell tem por uma simples variedade (var. a *majus* da *malagueta véra*), e sendo mais pequenas na especie *Amomum Granum paradisi* de alguns auctores, a qual corresponde ás duas variedades (*b. medium* e *c. minus*) do dr. Daniell[1]. Da memoria d'este botanico consta, que a primeira fórma é mais frequente na parte média da area habitada pela planta, isto é, na extremidade meridional da costa da Malagueta, na costa do golfo de Guiné até ao delta do Niger e nas terras interiores do Sudan, em quanto que as fórmas menores abundam para o norte na costa da Serra Leôa, e para o sul em Fernão do Pó, costa do Gabão e terras do Congo. Confirma-se assim a exactidão do reparo de Duarte Pacheco, pois que a Lagea estava situada na região aonde então, como ainda hoje, se devia encontrar a especie ou variedade de sementes maiores.

Temos, por tanto provas numerosas e seguras, de que os portuguezes, conheceram a *Malagueta,* souberam bem o seu valor, frequentaram as terras d'onde é natural, e distinguiram mesmo as variedades, que os negros offereciam á venda nas diversas localidades. Fica egualmente provado, que os portuguezes, desviaram o commercio d'aquella especiaria do caminho, moroso e difficil, até então seguido pelo interior da Africa, abrindo-lhe via mais rapida e segura pelo Atlantico. De feito, se das terras sertanejas do Sudan continuaram a vir, como ainda hoje vem algumas pequenas porções através do Sahará, toda a que se produzia na região occidental, passou a ser conduzida pelos

[1] Veja-se a p. 25.

nossos, os quaes se senhorearam d'este commercio, como mais tarde do das drogas asiaticas.

Durante todo o XV seculo, e ainda no primeiro quartel do seguinte, se conservou este monopolio nas mãos dos portuguezes. Os reis de Portugal, escudados nas bullas dé Nicolau V, de Calixto III, de Xisto IV e de outros papas, tendo os seus direitos garantidos por tratados celebrados com diversos soberanos, entre os quaes avulta o de Tordesillas de 1493, tratados que os declaravam e reconheciam por senhores exclusivos do commercio e navegação de Guinè, mantiveram com vigillante sollicitude os seus privilegios. Algumas viagens de mercadores estrangeiros, que tentaram traficar na costa de Africa, deram logar a reclamações diplomaticas promptamente attendidas[1], quando não foram reprimidas por meios mais expeditos e violentos, sendo apresados ou mettidos a pique os seus galeões.

Correndo porém o XVI seculo, esta vigillancia veiu a afrouxar, começando os navios francezes e inglezes a frequentar a costa de Guiné. As conquistas no oriente, que não só traziam occupadas todas as forças da nação, mas distraidos os animos para empresas, que então se affiguravam mais lucrativas e gloriosas, contribuiram sem duvida, para que se descurasse a guarda das possessões africanas. A pimenta, a canella, o cravo e as outras ricas especiarias da India e da China, lançavam no esquecimento os mais conhecidos e menos valiosos productos africanos. Continuaram, é certo, as restricções commerciaes, inspiradas pelo desejo de aproveitar as drogas de Africa e ainda mais pelo receio de que estas affrontassem no mercado os productos da Asia; mas essas restricções foram sendo successivamente mantidas com menor energia e cuidado. As nossas armadas conservavam-se o mais do tempo, occupadas nos mares da India e da China, ou na guarda do estreito, fazendo apenas escalla palos portos de Guiné aonde pouco se demoravam. Iam-se assim

[1] Taes foram as viagens feitas pelos hespanhoes no anno de 1475, de que falla D. Diogo Ortiz de Zuniga (*Annales ecl. y sec. de Sevilla*, p. 373. Madrid, 1677); e outras levadas a cabo, ou projectadas, no anno de 1478, a que se refere um documento citado por Navarrete (*Coll.* t. II, pag. 386). Mas logo no anno seguinte de 1479, feitas as pazes com Hespanha, se reconheceram os direitos de Portugal ao exclusivo do commercio de Guiné. Veja-se tambem em Garcia de Rezende (*Chron. d'elrey D. João* II, cap. XXXIII e cap. LXXIII) a relação das duas embaixadas enviadas a Inglaterra em resultado dos preparativos, feitos por João Tintam e Guilherme Fabiam, por ordem do duque de Medina Sidonia, para passar a Guiné, no anno de 1481; e annos depois, no de 1484, em virtude de egual tentativa do conde de Penamacor. Em um e outro caso foram desde logo dadas ordens expressas para que taes viagens não tivessem logar, sendo mesmo o conde de Penamacor encarcerado na torre de Londres. Sobre estas e outras reclamações diplomaticas, veja-se o que diz o visconde de Santarem (*Recherches sur la déc.*, etc., p. 198 a 222).

tornando mais ousados os mercadores estrangeiros, e mais repetidas as suas viagens. Abundam os documentos, que nos fazem assistir, quasi que dia a dia, a esta lucta de Portugal com as nações maritimas rivaes; que nos mostram o caminho de Guiné, aberto pelos portuguezes e só d'elles conhecido durante annos, devassado pouco a pouco pelos outros navegadores, até que o monopolio de Portugal se torna insustentavel e a egualdade se estabelece.

Os primeiros que navegaram para a costa da Malagueta foram os francezes: não só negociando nos seus portos, com quebra dos direitos de Portugal, mas atacando, como verdadeiros corsarios, alguns navios menos veleiros e menos bem armados, que encontravam isolados. Não é possivel fixar exactamente a época, em que as suas primeiras viagens tiveram logar, mas deve ter sido no começo do XVI seculo, pois que em 1531, já para ali se dirigiam com tanta frequencia, que a côrte de Lisboa se resentiu d'estas violações repetidas dos seus direitos, e entabolou longas negociações diplomaticas com a côrte de França, para pôr cobro ás invasões dos mercadores e corsarios francezes. Tomaram parte n'essas negociações, pelo lado de Portugal, os embaixadores D. Antonio de Athayde e o dr. Gaspar Vaz, e pelo lado de França, «o Cardeal de Sans, Legado e Chançarel de França, e os senhores de Memoransi, Grão-mestre e Marichal, e de Biron Almirante de França»: podendo deprehender-se da qualidade das pessoas a importancia do negocio[1]. Chegaram afinal a um concerto, sendo revogadas todas as cartas de marca e represarias, e publicando pouco depois o rei de França uma provisão, na qual prohibia aos seus vassal-

[1] (*Annaes d'el-rey D. João* III por fr. Luiz de Sousa, publicados por Alexandre Herculano, p. 374.) Os plenipotenciarios francezes, cujos nomes citei com a orthographia usada nos Annaes, eram: Antonio du Prat, chanceller de França, que abraçando em edade já avançada o estado ecclesiastico, veiu a ser arcebispo de Sens, cardeal e legado a latere: o bem conhecido Anne de Montmorenci, que então ainda não fôra elevado á dignidade de condestavel, sendo simplesmente grão-mestre: e provavelmente João de Gontault, barão de Biron, que consta fôra empregado em missões diplomaticas junto do imperador e do rei de Portugal. No entanto não o encontro entre os almirantes de França, sendo este cargo desempenhado, na data das negociações, por Philippe de Chabot, conde de Charny: é porém possivel, que exercesse as funcções de almirante temporariamente e no impedimento do titular.

Estas negociações sobre as viagens dos francezes, e as cartas de marca, continuaram por muito tempo, passando a França o conde da Castanheira, e depois Bernaldim de Tavora. Este ultimo levava, ao que parece, instrucções para offerecer ao chanceller, ao grão-mestre e ao almirante, quatro mil cruzados a cada um, em cada anno, para os dispor melhor em favor dos interesses de Portugal. Veja-se (*Ann. d'el-rei D. João* III. p. 375 e 379), e o que diz o visconde de Santarem (*Recherches sur la déc.* etc. p. 216 e seguintes).

los contratar nas conquistas do rei de Portugal, sob pena de confiscação de sua pessoa e bens[1]. Era urgente obter estas providencias, pois só no citado anno de 1531 tinham saido dos portos de Normandia, Picardia e Bretanha, não menos de sete navios com destino a Guiné. No entanto o dr. Gaspar Vaz, que andava empenhado n'estas reclamações, e dá noticia da partida d'estes navios, parece acreditar pouco na efficacia das prohibições, pois recommenda com muita instancia, que os mettam no fundo, unico remedio seguro, na sua opinião, para qne taes viagens não continuassem, e o nosso commercio se não devassasse[2]. De feito as previsões do dr. Gaspar Vaz realisaram-se, porque as viagens continuaram. Ramusio, dando conta da navegação de um capitão de Dieppe, que no anno de 1539 foi á Malagueta e muito além, dobrando o cabo de Boa Esperança e chegando a Sumatra, affirma que os francezes corriam com frequencia a costa de Guiné[3]. Fr. Luiz de Sousa, relatando a partida de uma forte armada, commandada por Manuel de Macedo, que no anno de 1540 passou á costa da Malagueta, diz que o seu destino era «fazer levantar os cossarios que a continuavam com teima e força[4].» Finalmente no anno de 1542, dizia o conde da Castanheira, em uma especie de *memorandum* sobre o estado da fazenda publica, «o trato da malagueta he devasso de vinte e oito e vinte e nove annos a esta parte» e aconselhava como remedio fazer-se uma fortaleza n'aquella costa[5]. Por todas estas affirmações se vê bem claramente, que os esforços de Portugal para fazer respeitar os seus direitos, já pelas vias diplomaticas, já pela força das armas, haviam sido baldados.

Não tardaram os inglezes em seguir o mesmo caminho. Thomaz Windham em 1551, João Lok em 1554, Towrson por varias vezes nos annos seguintes, e pouco depois Butter, Fenner e Baker correram a costa de Malagueta, e ne-

[1] Os capitulos de concerto foram passados a 11 de julho de 1531. Mais tarde os nossos direitos foram tambem reconhecidos no tratado concluido em Lyão a 14 de julho de 1536, e nas cartas patentes de Francisco I, datadas de Valença e de Lyão de 8 e 27 de agosto do mesmo anno. Veja-se o visconde de Santarem (*Recherches*, etc., pag. 219).

[2] Em um extenso e curioso despacho, de que vi o original na Torre do Tombo (*Corp. Chron.* p. I, maço 47, doc. 75).

[3] Veja-se (*Delle nav. et viagg.*, etc. III, p. 417, v.° ed. de 1565).

[4] *Annaes d'el-rey D. João* III, p. 306.

[5] (Ibid., p. 404.) Deve-se notar, que o conde se não refere unicamunte ao trato da droga, mas ao commercio de toda a costa, pois a palavra malagueta significa aqui a região e não a especiaria. Encontra-se muitas vezes, nos escriptores d'aquelle tempo, empregada a expressão *a malagueta*, por costa da Malagueta.

Se este documento é, como parece, do anno de 1542, segue-se que as viagens dos francezes haviam começado pelos annos de 1513 ou 1514, um pouco mais cedo do que suppõe o visconde de Santarem (*Recherches*, etc., pp. 213-223).

gociaram nos seus portos[1]. É de notar, como prova de quanto, ainda então, aquellas paragens eram pouco conhecidas dos outros povos da Europa, que tanto os francezes como os inglezes procuravam o auxilio de portuguezes, que os guiassem nas suas primeiras viagens. A bordo do navio saído da Rochella no anno de 1531 ia como piloto o portuguez João Affonso, e em companhia de Windham foram Antonio Annes Penteado[2], que então andava refugiado em Inglaterra, e outro portuguez chamado Francisco.

Por esta época ainda a *malagueta* conservava a sua reputação e o seu valor, sendo procurada como um dos principaes objectos de trafico da costa de Guiné. O curioso despacho do dr. Gaspar Vaz, antes citado, dá noticia de uma pequena porção d'esta especiaria, que os francezes tinham trazido directamente da Africa: a Roão vieram 17 botas[3], e fôra informado de que em Flandres tinham vendido 5 ou 6, e por ventura mais alguma nos portos de Inglaterra ou Escossia. Sobre estas vendas havia o nosso embaixador dirigido uma reclamação ao almirante de França, da qual, na data do seu despacho, ainda aguardava a solução. É importante este documento, porque prova, que se então já vinha alguma malagueta á Europa por mão dos francezes, era pequena a quantidade, e não era facto vulgar[4], pois que esta venda insignificante chamava a attenção e provocava os reparos do embaixador de Portugal.

Nas relações das primeiras viagens dos inglezes vem egualmente mencionada a malagueta. Windham falla dos grãos, ou sementes do paiz de Sestros, como

[1] As narrativas d'estas viagens, publicadas por Eden e outros, foram depois reunidas na importante collecção de Hakluyt. Não tive esta obra á minha disposição, e só póde consultar a versão franceza má e incompleta, que faz parte da (*Hist. gén. des voyages*, etc. II., p. 242 e seguintes. Paris, 1746).

[2] Penteado tinha feito viagens a Africa, sendo mesmo encarregado da guarda da costa da Malagueta, antes de passar a Inglaterra, aggravado por uma prisão que julgou injusta. Dos esforços feitos pelo infante D. Luiz para que voltasse ao reino, se deduz que era pessoa de importancia. Foi victima n'esta viagem dos maus tratos e dissabores, porque o fizeram passar os inglezes.

[3] A *bota* ou antes *botta*, segundo a orthographia proposta por Duarte Nunes de Leão, correspondia a duas terças partes de uma pipa. Dava-se tambem este nome a um barril grande ou barrica d'aquellas dimensões. Em barricas se trazia então habitualmente a malagueta. João Lok, trouxe em 1554 «*thirty six butts of graines.*» O *butt* é uma barrica da capacidade de cento e vinte e seis gallões.

[4] O visconde de Santarem cita brevemente este despacho, e diz que elle fixa a época em que a primeira malagueta foi levada ao mercado de Roão. Do theor do despacho não resulta bem claramente que fosse a primeira vez, e unicamente se vê que não era um acontecimento vulgar e corrente.

incluidos em um fructo quente, semelhante aos figos[1]; não diz porém o nome, que parece ignorar. João Lok, que trouxe, como parte da sua carga, trinta e seis barricas d'aquella mercadoria, dá uma noticia bastante exacta dos fructos, e das sementes, chamadas pelos medicos Grana Paradisi[2]. Towrson é o primeiro que menciona o nome de *manegeta*, como sendo usado pelos negros[3], e dado ás vezes á parte da costa aonde aquelle commercio era mais activo.

Se por estes documentos se prova que os francezes e os inglezes, já no meado do seculo XVI concorriam com os nossos no commercio da malagueta, prova-se egualmente que o seu trato era ainda limitado, e não affrontava sensivelmente o monopolio dos portuguezes. De feito as pequenas porções da droga a que se referem, contrastam com as avultadas quantias, que os navios de Portugal lançavam nos mercados da Europa. Por uma carta d'el-rei D. João III, de 5 de fevereiro de 1533, se vê que havia, na casa da India, mil e quinhentos quintaes de malagueta para vender[4]. Annos depois, no de 1537, fazia-se, por intermedio do conde da Castanheira, a venda de quatro centos quintaes a doze cruzados o quintal[5]. São sufficientes estes numeros para demonstrar a importancia que ainda conservava para Portugal aquelle commercio.

No entanto ia-nos escapando pouco a pouco das mãos, pela marcha natural dos acontecimentos, e mau grado os esforços da nossa diplomacia, um monopolio, que na verdade era difficil de conservar, perante os progressos realisados pelas outras nações maritimas da Europa. De feito é de crer, que as prohibições emanadas dos governos, com os quaes estavamos em relações amigaveis, se não tornassem effectivas com grande rigor, pois eram mais destinadas a dar satisfação apparente ás nossas reclamações, que a tolher o desenvolvimento da navegação e commercio, por certo agradavel a esses governos.

Não vem para aqui a historia da decadencia do nosso poder maritimo. Quando Portugal, conquistada de novo a independencia, fez um esforço supremo para restabelecer o seu dominio sobre algumas colonias quasi perdi-

[1] ... *a very hote fruit, and much like unto a fig, as it groweth on the tree.* (Hakluyt II, p. 12, citado por Daniell.)

[2] *They grow a foot and a half, or two foot from the ground, aud are rcd as blood when they are gathered. The graines themselvcs are called by the Physicians Grana Paradisi.* (Ibid. p. 22, citado por Daniell.)

[3] Já fiz notar que esta asserção, referindo-se a uma época posterior perto de um seculo ao descobrimento d'aquella parte da costa, nenhuma importancia tem relativamente á primitiva origem do nome.

[4] *Annaes d'el-rei D. João* III, etc., p. 378.

[5] (Ibid. p. 401). Esta venda foi talvez realisada nas feitorias de Flandres, que ainda então existiam, sendo n'este anno feitor Jorge de Barros: a feitoria de Flandres só foi desfeita no anno de 1549.

das, e para recuperar outras que totalmente lhe haviam escapado, não pôde voltar ao estado de antiga supremacia. Não só tinha perdido o exclusivo da navegação e commercio nos mares de Guiné e do Oriente, já antes mais nominal que real, não só estava em presença de uma concorrencia absolutamente livre, mas achava-se em estado de evidente inferioridade, relativamente a outras nações. No que toca à costa occidental do continente africano, apenas conserva o dominio da Guiné portugueza e da vasta provincia de Angola. Nas regiões mais proximas ao equador, onde mais activamente se fazia o commercio da malagueta, só ficou possuindo o insignificante forte ou feitoria de S. João Baptista de Ajudá. As outras possessões portuguezas passaram para as mãos dos hollandezes e dos inglezes, que tomaram desde então a parte mais activa no commercio d'aquellas regiões. É certo, que alguns navios portuguezes continuaram até a época presente, a concorrer com os das outras nações aos portos da costa da Malagueta e do golfo de Guiné; mas este commercio feito em pequena escala, e perdendo a feição exclusivamente portugueza deixa de nos interessar n'este estudo.

Ao passo que o commercio da malagueta perde a sua importancia relativamente a Portugal, perde-a egualmente de um modo absoluto. A droga, outr'ora tão conhecida, foi pouco a pouco caindo em desuso; já porque as suas propriedades medicinaes ou aromaticas haviam sido exageradas, e se foram reduzindo ao seu verdadeiro valor; já porque a crescente facilidade de communicações fez affluir aos centros de consumo outras substancias vegetaes das diversas partes do globo, de eguaes ou superiores qualidades. Entre os negros continuou, e continua ainda, a ser usada como medicina e condimento estimulante. Ainda no seculo passado e principio do corrente a predilecção dos negros por aquelle adubo dava alguma actividade ao commercio da malagueta, pois que se vendia facilmente na America aonde estava accumulada uma grande população de escravos. É o que succedia, por exemplo, na provincia da Bahia, principalmente abastecida de escravos pela região de Benin e circumvisinhas, habituados á comida feita com azeite de palma e adubada com as substancias vegetaes aromaticas da sua terra natal. Hoje porém, que o trafico da escravatura está mui limitado, este consumo deve ter diminuido, se não cessado inteiramente. Entre os povos civilisados o emprego da malagneta é modernamente pouco consideravel. No entanto dos portos das costas da Malagueta, do Marfim e do Ouro, ainda se embarca alguma para Inglaterra, França, Hollanda, Estados Unidos e outros destinos. É empregada na preparação de medicamentos para os animaes, raras vezes usada como condimento, servindo principalmente para dar um gosto forte a alguns cordeaes[1].

[1] Flükiger and Hanbury (*Pharmacographia* p. 592.)

Como se vê tem decaido muito da sua antiga nomeada a celebrada droga da edade média: tão celebrada, que as suas suppostas excellencias e o mysterio da sua origem lhe haviam conquistado o nome de semente do parayso.

V

Conclusões

É facil agora, resumindo o que levamos dito, definir em breves palavras, qual foi a influencia das viagens portuguezas sobre o conhecimento d'aquella notavel planta, e sobre o trafico commercial a que deu logar.

Vimos nas paginas precedentes, que a *malagueta* é a semente de uma especie vegetal, o *Amomum Granum paradisi*, localisada em uma vasta zona da Africa equatorial, que se estende das praias do Atlantico até a um limite oriental ainda pouco definido. A densa população de raça negra d'aquella região, conheceu sem duvida as suas propriedades, e empregou-a desde épocas muito remotas. Ficou porém ignorada dos povos da Europa, que só em um periodo relativamente recente, tiveram noticia das terras, hoje geralmente designadas com o nome de Sudan.

Á subita e singular expansão da raça arabe, que se seguiu ao estabelecimento da religião mahometana, se prendem os successos historicos que abriram ao commercio europeu aquellas uberrimas terras. As invasões arabes na Africa septentrional, repellindo uma parte da população berbére, que se não quiz submetter ao dominio dos sectarios do Islam, determinaram a sua migração para o interior, lançando-a sobre a terra dos negros, com os quaes já antes tinham communicações, porém menos seguidas e frequentes. Não tardaram os arabes em trilhar o mesmo caminho, internando-se no sertão e pondo-se tambem em contacto com a terra dos negros, o *Belad es-Sudan*. Estes dois povos, affeitos á vida nómada, eram eminentemente proprios a precorrer, em longas e penosas viagens, os desvios de areia movediça, ou de rocha escalvada e sáfara do Sahará. Estabeleceu-se assim o trafico das caravanas, travando relações commerciaes entre os portos do Mediterraneo, e as ferteis regiões do Sudan. A Alexandria, a Tripoli e aos portos do Gharb affluiram os escravos, o ouro, o zibetto, a malagueta e outras mercadorias de Melli, de Kukia, ou de Timbuktu. Aos navegadores italianos, entre os quaes sobrelevaram os venezianos, que, durante seculos, tiveram em suas mãos o commercio do Mediterraneo, se deve sem duvida a introducção na Europa d'essas mercadorias, e entre ellas da *malagueta*. Esta conjectura é confirmada pelo estudo feito nas paginas precedentes. A primeira menção da droga, encon-

tra-se, como vimos, em um livro italiano: depois abundam as noticias em livros egualmente publicados em Italia, e as referencias á introducção pelos portos da Italia ou do meio-dia da França. Se bem as menções, de que tive conhecimento e que citei, sejam do seculo XIII e seguintes, tudo nos leva a crer que fosse conhecida no seculo XII ou mesmo XI, pois já então havia relações com o Sudan. Como vimos, os italianos começaram desde logo a usar simultaneamente de duas designações: a de *malagueta* ou *melegeta*, provavelmente de origem africana: a de *grana paradisi* de invenção européa, e que resume em si duas noções, a da excellencia da droga, e a da incerteza da sua patria.

De feito os italianos colheram dos mercadores africanos poucas e vagas noticias sobre as terras centraes da Africa e as suas producções. E é natural que assim fosse: mais occupados de interesses commerciaes, que de investigações scientificas, contentavam-se com fazer permutações vantajosas, sem inquirir meudamente a natureza e origem das drogas. De mais, os berbéres semi-selvagens, e os arabes, na generalidade pouco mais cultos, mal poderiam esclarecel-os sobre productos, cuja origem elles proprios talvez ignorassem, havendo-os recebido da mão dos negros. Continuaram por muito tempo as coisas n'este estado: conhecida a droga e louvada, mais ainda do que rasoavelmente o mereciam as suas qualidades, ignorada a sua procedencia vegetal e geographica.

Corria o XV seculo quando os portuguezes dobraram o cabo do Bojador. Transposta esta temerosa meta das anteriores navegações, alongaram-se uns após outros e á porfia pela costa do Sahará, devassando os segredos do mar tenebroso, e delineando nas cartas os contornos do grande continente africano. Attingiram emfim a foz do Senegal e penetraram pelo occidente na terra dos negros, aonde os arabes haviam chegado pelo oriente e pelo centro. Costeando as praias da Guiné, e penetrando nas suas bahias e enseadas, subindo o curso do Senegal e do Gambia, explorando os vastos estuarios do rio de Cacheo, ou do rio de Geba, os portuguezes familiarisaram-se rapidamente com as principaes producções das novas terras. Nenhuma substancia vegetal attraiu mais as attenções do que a *malagueta*. O exame detido, que fizemos dos documentos contemporaneos, mostrou-nos o alvoroço com que foi acolhido o encontro da celebre especiaria, e o rapido incremento tomado pelo seu commercio, dando o nome a uma vasta região. Mostrou-nos tambem, o que mais nos interessa, como os portuguezes observaram a planta, até então desconhecida dos povos da Europa. É certo que não encontramos nos seus escriptos descripções acuradas e scientificas, nem o podiamos esperar: mas patenteiam-nos um conhecimento exacto da planta, que distinguiram bem das que produzem a *pimenta de rabo*, e a *pimenta de Guiné*. Noções mais perfeitas e rigorosas sobre a estructura da especie vegetal, não as havia então, nem as houve muito tempo

depois, e só as encontramos nos trabalhos dos botanicos do fim do seculo passado ou do principio d'este, que citámos nas paginas precedentes. Ao passo que os portuguezes observavam pela primeira vez a planta, determinavam tambem os confins da sua habitação, descobrindo essas terras mysteriosas, até então entrevistas apenas através das obscuras e incompletas relações dos arabes. De feito os limites norte e sul da parte occidental da área habitada por aquella especie foram bem conhecidos dos portuguezes: emquanto aos limites orientaes, se então permaneceram ignorados, ainda hoje estão pouco definidos. A impenetravel Africa não revelou por emquanto todos os seus segredos, não obstante os esforços de muitos exploradores, e o sacrificio de muitos martyres da sciencia, victimas das inclemencias do seu clima ou da crueza dos seus habitantes.

O descobrimento da malagueta e outros productos da Africa equatorial, além de ter interesse puramente botanico, resultante da observação de novas fórmas vegetaes, assignala uma época notavel na historia commercial do mundo. Os portuguezes abrindo a esses productos o caminho do Atlantico, vibram o primeiro golpe ao trafico dos arabes, e á prosperidade das cidades maritimas da Italia. Desviando algumas mercadorias dos negros das cidades de Djenni ou de Timbuktu, encetam a lucta com os arabes que se ha de proseguir na Africa oriental, e na peninsula Indo-gangetica, estendendo-se até Malaca, ilhas Molucas e China. Lucta que terminou pela victoria dos portuguezes sobre os arabes e os italianos; pela victoria do Atlantico sobre o Mediterraneo. O grande movimento commercial do Oriente, abandonou durante tres seculos o mar interior, para seguir o caminho apontado pelos navegadores de Portugal dobrando o cabo de Boa Esperança. Para que nos nossos dias o trato do Oriente voltasse á antiga via do Mar Vermelho, foi necessario que a industria moderna levasse a cabo um intento collossal, perante o qual haviam recuado os monarchas egypcios, e rasgasse a estreita faxa de terra que ligava os continentes africano e asiatico.

ESTUDOS

PARA A

PROTECÇÃO DOS CAMPOS MARGINAES DO TEJO

E

NAVEGABILIDADE DO MESMO RIO

MEMORIA

APRESENTADA Á ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

POR

JOÃO FAGUNDO DA SILVA

SOCIO CORRESPONDENTE DA MESMA ACADEMIA

ELEMENTOS DE UM ANTEPROJECTO

DE

MELHORAMENTO DO REGIMEN DO TEJO

PRIMEIRA PARTE

PRELIMINARES

Nas considerações que vamos fazer, trataremos duas questões importantes, uma palpitante de opportunidade, outra que já leva perdido o ensejo, visto que se trata de Portugal em que felizmente é raro o artigo de producção indigena a que o commercio não pode fazer affrontar grandes distancias de transporte.

Referimo-nos á protecção dos campos inundaveis e á navegabilidade do Tejo.

A protecção dos campos marginaes d'este rio é uma questão palpitante, visto que as inundações do inverno de 1876 a 1877 vieram acordar os proprietarios ribatejanos do lethargo em que os tinha feito adormecer um estio protrahido por tres annos, e que ainda mais lhes tinha desenvolvido o natural indifferentismo pelos seus interesses mais caros.

A assolação, que em muitas partes invadiu as propriedades rusticas e urbanas, era um facto inevitavel após as torrentes de chuva, que se precipitaram sobre o solo da peninsula que habitamos, quaesquer que fossem os expedientes da industria humana para evitar as calamidades das grandes enchentes, e esse flagello que entrou por quasi todas as casas e que bateu a todas as portas, fez pensar então em que não convinha ficar de braços cruzados perante um phenomeno, que, se na sua magestade era excepcional, não o seria no entanto se attingisse apenas as proporções dos annos regulares.

Mas o inverno passou, e as chuvas da primavera vieram apenas produzir uns ligeiros estremecimentos nos que tinham sentido violento abalo, ao verem as suas terras cobertas d'agua, sem poderem antever se na sua saída ella lhes

deixaria o torrão, que havia dado o pão da vespera, ou a areia que lhes daria a penuria do dia seguinte.

A alternativa era terrivel!

Ninguem fica indifferente entre o bem estar e a miseria. Assim aquella ameaça de novos desastres ainda fez palpitar mais de um animo placido. Mas por fim o tempo, que sempre segue sereno a sua eterna estrada, trouxe o estio, os ardores de julho e a seccura de agosto, e os campos começaram de estuar, dardejados pelos feixes aprumados dos raios solares e varridos pelas brisas absorventes do secco nordeste.

Os mares do inverno cederam o passo aos páramos aridos do verão.

As lembranças das catastrophes foram-se. E mal ficou, n'um ou n'outro espirito mais previdente, o conselho que importará aproveitar para quando factos analogos se repitam. Se evocarmos porém com côres vivas as lembranças do passado, a idéa de um remedio para aquelles males, não deixará de despertar a attenção dos que o pediam com phrenesi, em occasião em que todas as forças humanas congregadas seriam impotentes para o dar.

Assim pois, pensamos não errar denominando de palpitante a questão da protecção dos campos marginaes do Tejo.

Mas ainda acresce, que as industrias do paiz marcham rapidamente no caminho do progresso e exigem que a agricultura as acompanhe. Não se deve pois deixar esta, n'uma das regiões mais ferteis da nossa terra, amarrada ás vicissitudes cegas da sorte, que n'um anno espalha as grossas e fartas espigas da abundancia, e n'outro mal deixa que se arrastem algumas poucas vaccas magras.

A questão da canalisação do Tejo, com o fim de o tornar navegavel em qualquer época do anno, é sem duvida um pouco secundaria; não só porque a região que elle atravessa não produz essas enormes quantidades de combustivel, nem esses grandes *montes* de minerio que demandam um transporte economico, para chegarem em condições vantajosas aos seus mercados de consumo ou aos seus pontos d'aproveitamento; mas ainda porque na extensão que pensamos em o tornar navegavel, isto é, entre Vallada e Abrantes, um caminho de ferro parallelo lhe disputa as mercadorias e o reduz a um fraco competidor.

Mas apesar d'isto, que sómente prova que o ensejo de tal melhoramento é um pouco perdido, pensamos no entanto que não se dirá que elle é inutil, visto que, além de generos agricolas, ainda muitos materiaes de construcção como o pinho, a cantaria, a alvenaria e a cal, devem demandar este meio de transporte de preferencia ao caminho de ferro, que lhe absorve pelo transporte a qualidade de concorrentes com outros d'outras proveniencias.

Assim é natural que, se o Tejo conservasse em todo o anno um regular tirante d'agua, que permittisse aos barcos um calado de $1^{m},0$, e animasse por

tanto o emprego d'um rebocador a vapor, para a subida d'elles em vasio ou com pequena carga, fosse, por exemplo, a enorme quantidade de cantaria vinda de Lisboa para as construcções do Ribatejo, substituida com vantagem pelo excellente granito do Tramagal, proximo de Abrantes.

Não nos eximimos por tanto á tarefa de expor o systema d'obras, rapido e economico, que nos parece poder-se empregar com vantagem para obter a navegabilidade regular do rio, quando além d'isso este methodo de resolver a questão tambem prende com a protecção das margens propriamente ditas.

Para tornar clara esta breve exposição, dividil-a-hemos em duas secções: a que se occupa da protecção dos campos marginaes; e a que trata da navegabilidade regular do Baixa-Tejo. Tratal-as-hemos pela ordem decrescente da sua importancia, e assim collocaremos em primeiro logar a

PROTECÇÃO DOS CAMPOS

Começaremos por apresentar alguns principios que teem de regular as nossas considerações ulteriores e que, embora sejam ou intuitivos ou familiares a quem tenha algumas noções d'hydraulica, não nos parece todavia dever deixar de expor e demonstrar, visto que depois só nos restará a tarefa d'uma citação, quando os precisemos invocar como auxiliares da doutrina a tratar.

I

A velocidade d'uma corrente d'agua é tanto maior quanto maior é a inclinação do pello d'agua sobre um plano horisontal, e quanto maior é tambem o quociente da divisão da secção transversal pelo perimetro d'essa secção.

Para demonstrar este principio, começaremos por averiguar qual o modo porque a gravidade, unica força que sollicita as moleculas liquidas no seu descenso, actua sobre ellas, conforme a disposição que tenha o fundo do leito em que ellas se movam.

O fundo pode: 1.º ser inclinado e parallelo ao fio d'agua; 2.º sendo inclinado, ter uma inclinação maior que a da corrente e no mesmo sentido; 3.º horisontal; e 4.º ter finalmente inclinação inversa da inclinação do lume d'agua, egual a ella, maior ou menor.

No primeiro caso, é evidente que uma delgada camada d'agua assente sobre o fundo, descerá n'elle como qualquer movel sobre um plano inclinado.

(fig. 1). Todas as camadas sobrepostas a esta e parallelas a ella, até á camada superficial *a b*, descerão egualmente, sollicitadas pela gravidade com uma intensidade representada, da mesma sorte que nos planos inclinados, pela altura *c h* ou *a e*, e descerão na direcção de *ab* que representa a força total *g* da gravidade.

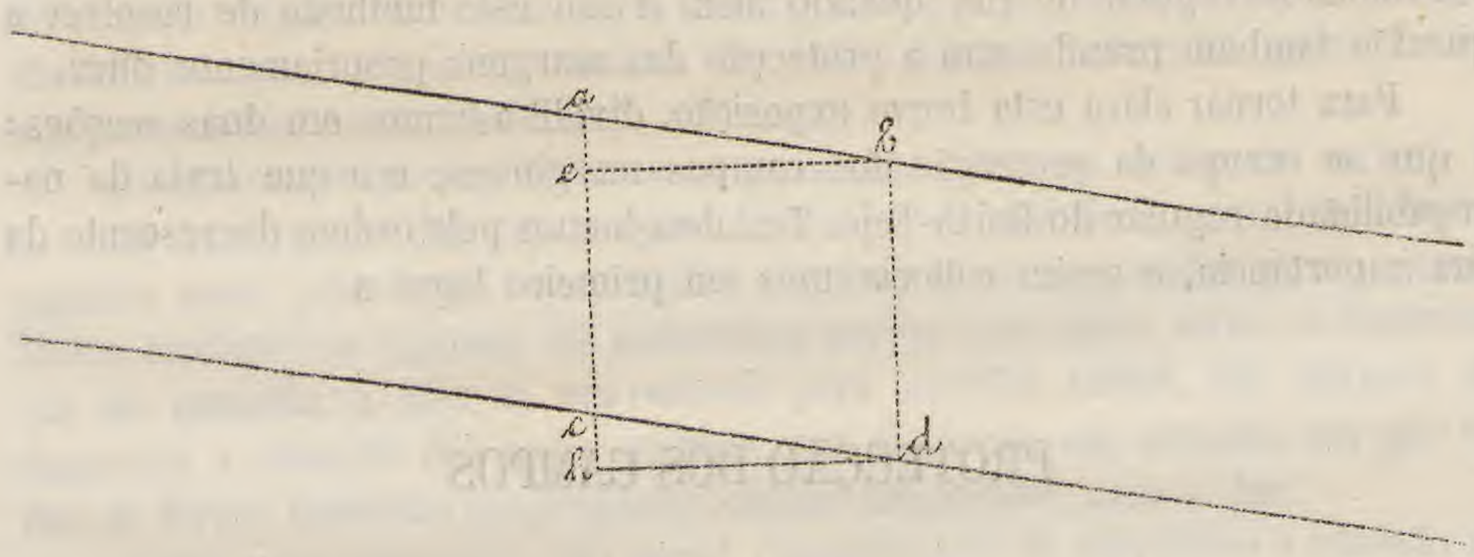


Fig. 1

Como é o angulo $abe = cdh = I$ teremos que as moleculas liquidas serão arrastadas por uma força egual a *(g sen I)*.

É facil de ver que as pressões lateraes, perpendiculares ao plano *a b e*, supportadas por cada molecula, sendo eguaes e contrarias, destruir-se-hão e será cada molecula sollicitada sómente pela força *(g sen I)*, representando *I* o angulo de inclinação do pello d'agua.

No segundo caso, uma camada *m* (fig. 2) encostada ao fundo será sollici-

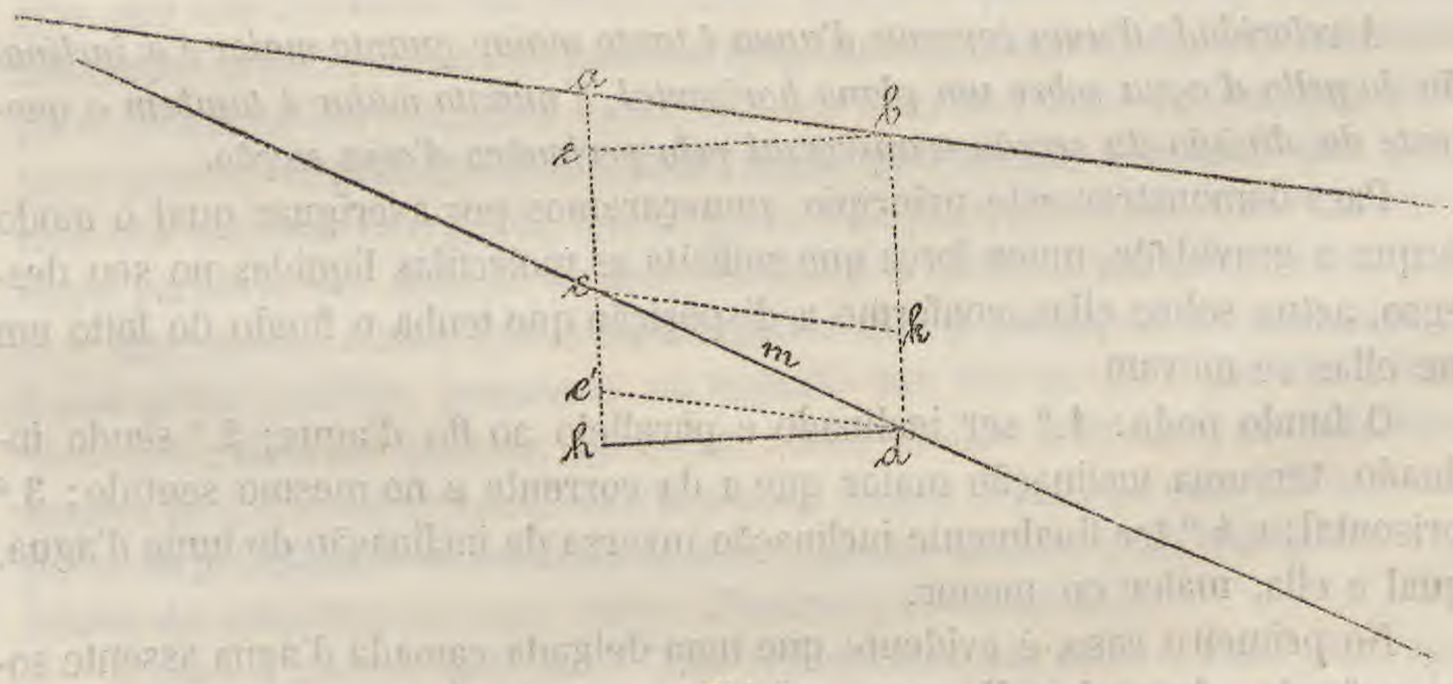


Fig. 2

tada primeiro por uma intensidade da gravidade representada por $c\,h$ e soffrerá além d'isso uma pressão representada por $a\,c$, de sorte que será ao todo sollicitada por uma força egual a $a\,h$; no ponto d porém soffre uma pressão representada por $b\,d$; e por tanto será em definitiva sollicitada por uma força egual a $ah-bd=ac+ch-bk-kd=ac+ch-ac-kd=ch-kd=ch-ce'=e'h=ae=$ sen *I.*

Será por tanto n'este caso *(g* sen *I)* a força que sollicita as moleculas.

Quando o fundo for horisontal (fig. 3), a força que sollicita uma camada liquida será representada pela differença das pressões $a\,c-b\,d=ae=$ sen *I.*

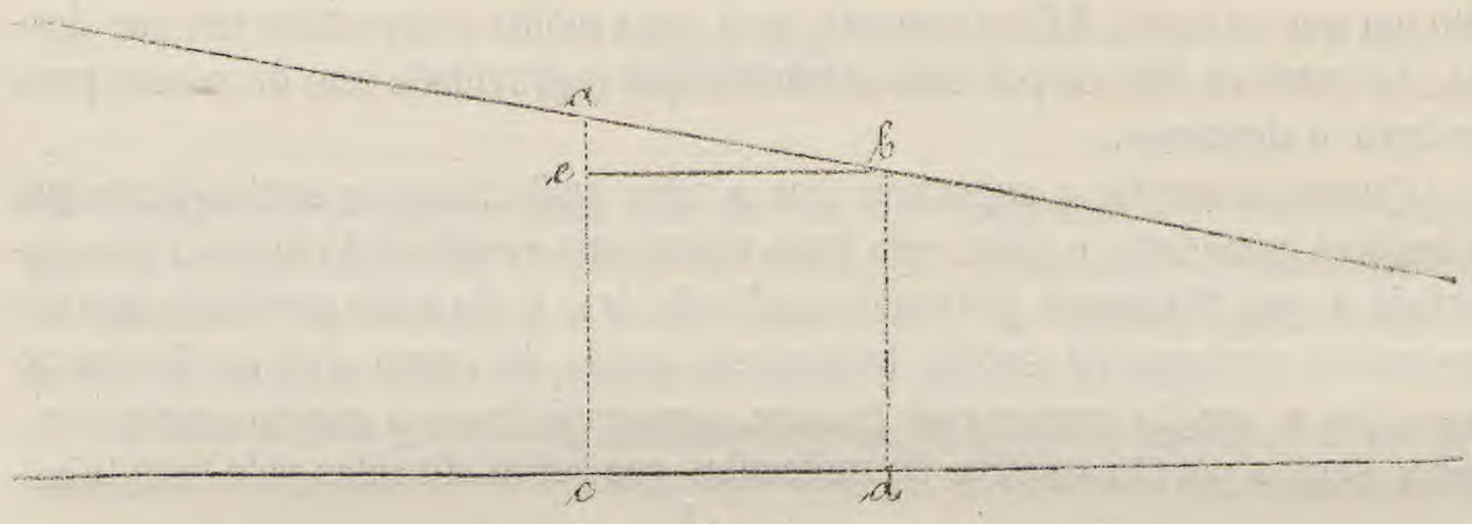


Fig. 3

Finalmente, quando o fundo for em subida (fig. 4), a força será representada pela differença $ae+ec-ch-bd=ae+ec--ch-ec=ae-ch$ mas

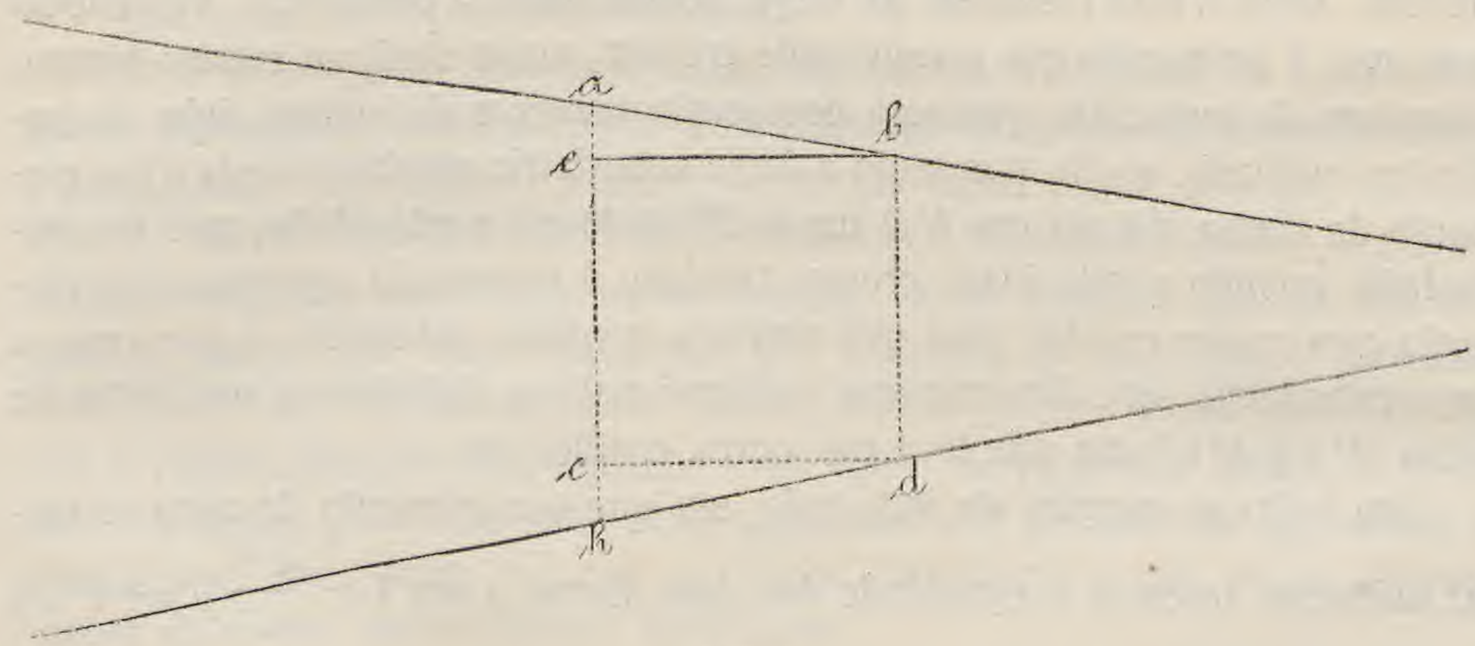


Fig. 4

a pressão $c\,h$ é em sentido inverso; por tanto a unica força que sollicita as moleculas no sentido de a para b é sómente $a\,e=$ sen *I.*

Conclue-se do que fica exposto que, se a agua no seu movimento descencional, devido á inclinação da superficie liquida, não encontrasse forças retardadoras, esse movimento tornar-se-hia uniformemente accelerado, como o de qualquer grave descendo em plano inclinado.

Observa-se no entanto que, em qualquer curso d'agua natural ou artificial, ha sempre comprimentos mais ou menos importantes em que o movimento se torna uniforme; é pois necessario estudar as forças que determinam esta uniformidade.

A primeira força retardatriz, que apparece no exame dos phenomenos que teem logar no movimento da agua, é a que resulta da adhesão entre esta e o leito em que se move. Effectivamente, se a agua molha a superficie em que deslisa, ha entre os dois corpos uma attracção que a gravidade tem de vencer para produzir o descenso.

Quanto maior for a superficie que a agua molhar, maior será a força que se oppõe á gravidade, e assim esta força retardatriz resultará do factor d'essa superficie a que chamamos perimetro molhado, isto é, da linha quebrada que representa o contorno da secção transversal solida do curso d'agua. Porém ao passo que a secção transversal crescer, conservando-se o mesmo perimetro, menor será a porção relativa de moleculas que serão attraidas pelo leito, e assim a força retardatriz sera de fórma $a' \frac{P}{S}$ sendo S a área da secção, P o perimetro molhado e a' um coefficiente, cuja grandeza a experiencia deve dar, e que exprime a relação entre a força retardadora e o factor $\frac{P}{S}$ de que ella provém. Além d'este elemento da força, temos outro a considerar. Percebe-se bem que, á proporção que a velocidade crescer, maior será, no mesmo tempo, o numero de moleculas que será necessario arrancar da mesma linha do perimetro molhado, e que por tanto a força retardatriz resultará ainda d'um elemento da fórma $b' v$ em que b' é um coefficiente e v a velocidade; mas por outro lado, quando a velocidade cresce, tambem é necessario arrancar cada molecula com maior rapidez para que outras a venham substituir, e por tanto a força retardatriz será directamente proporcional em definitiva a um factor da fórma $(b' v + b'' v^2)$ em que b'' é um outro coefficiente.

Em todas as porções de leito pois, em que o movimento da agua se tornar uniforme, teremos a egualdade das duas forças g sen $I = \frac{a' P}{S}(b' v + b'' v^2)$ ou, fazendo sen $I = i$, será

$$i = \frac{P}{S}\left(\frac{a' b'}{g} v + \frac{a' b''}{g} v^2\right)$$

fazendo tambem $\frac{a' b'}{g} = a$ e $\frac{a' b''}{g} = b$ e chamando a $\frac{S}{P} = R$ o raio médio virá $Ri = bv^2 + av$ d'onde

$$v = -\frac{a}{2b} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4b^2} + \frac{Ri}{b}}$$

e introduzindo os coefficientes $a = 0{,}0000444$ e $b = 0{,}000309$ resultará em definitiva o valor aproximado de

$$v = 56{,}86\sqrt{Ri} - 0{,}072$$

que a experiencia mostra que, sem dar valores rigorosos a v, isto é, valores que sejam perfeitamente identicos aos fornecidos pelas observações feitas com os instrumentos, destinados a medir velocidades, são todavia sufficientemente aproximados para que nos possamos servir d'elles na pratica.

É esta a formula de que faremos uso em todas as questões em que pretendamos determinar a velocidade, resultante da inclinação e da fórma do perfil transversal dos cursos d'agua.

Outros elementos de não pequena importancia deviam entrar na composição da formula, que dá a velocidade d'um curso de agua por pequenas secções do seu comprimento; porém torna-se impossivel o rigor da introducção d'esses elementos.

Queremos referir-nos á atmosphera.

Se a atmosphera está completamente serena, a camada de agua encostada á atmosphera soffre da parte d'esta um ligeiro estorvo no seu movimento. e geralmente esse estorvo pode-se despresar como muito inferior, não só á adhesão com o leito, mas ainda ao da viscosidade do proprio liquido, cujas moleculas teem uma mobilidade muito inferior ás de qualquer gaz; se porém a agua se move com uma velocidade, por exemplo, de $1^m{,}0$ por $1''$ proximamente, ou com velocidade ainda maior, observa-se que a sua superficie não tem o polido metallico dos espelhos e se cobre de pequenas ondas. A velocidade da agua, pois, tem uma certa importancia a despeito da serenidade da atmosphera, para fazer com que as forças retardatrizes não sejam rigorosamente só as que anteriormente apreciámos.

Se, ao contrario, a atmosphera se não conserva serena e a sua corrente é no mesmo sentido e com o mesma velocidade que a da agua, comprehende-se facilmente que nada deve perturbar a lisura da superficie liquida, mas se a velocidade do vento é maior que a da agua, e no mesmo sentido, as ru-

gas indicadoras da força acceleradora são de fórma diversa das de que fallámos atraz, menos altas e menos arredondadas.

O vento pode ainda oppor-se inteiramente ao descenso da corrente, e percebe-se bem que n'este caso possa a sua resistencia ir até ao ponto de ser egual ou superior á que offerece o fundo e as margens, e, sendo ella egual, então não estudariamos a velocidade de um curso de agua, mas sim a velocidade d'ella n'uma tubagem.

Finalmente, a direcção do vento pode ser tal que faça com o eixo da corrente angulos mais ou menos agudos, favorecendo o descenso, ou angulos mais ou menos agudos oppondo-se a esse descenso.

Se na formula da velocidade da agua houvesse sómente a introduzir-se uma resistencia positiva ou negativa, variavel com a velocidade do vento e com o angulo mais ou menos agudo, formado pela direcção horisontal do mesmo vento com a superficie inclinada da agua, seria possivel a modificação da precedente formula; porém, desde que além d'aquellas variações ha a introduzir a variação da direcção do vento em dois quadrantes, não vejo possibilidade de modificar a formula introduzindo-lhe a resistencia positiva ou negativa do ar, e por isso empregamos a formula tal como foi deduzida por Prony com os coefficientes $a = 0{,}0000444$ $b = 0{,}000309$.

II

A velocidade média d'uma corrente de fundo movel, varia a cada momento n'uma mesma secção transversal, ainda que se conserve o mesmo nivel de agua.

A velocidade, como acabámos de ver, é tanto maior quanto maior a inclinação e o raio médio; esta inevitavelmente se modifica a cada instante com a mobilidade das particulas solidas que formam o fundo; consequentemente a modificação do factor trará a variação do producto.

III

A variação de velocidade de maior para menor importa sempre uma curvatura no eixo da corrente, logo que o fundo d'ella é movel.

Chamamos movel todo o fundo formado de terra, areia, ou calhau rolado, que acompanha a agua no seu descenso pelo leito da corrente.

Com effeito, desde que a velocidade é sufficientemente importante para que uma camada de agua d'um decimetro de espessura, por exemplo, seja a que encostada ao fundo, traz as particulas do mesmo fundo em suspensão, se essa velocidade se reduzir a metade, será proximamente de meio decimetro a camada de agua suspensora.

Se as nossas observações nos mostram que a camada de agua suspensora de particulas solidas é tanto menor quanto menor é a velocidade, não são todavia sufficientemente minuciosas para affirmar ella seja proporcional á 1.ª á 2.ª ou á 3.ª potencia da velocidade. D'aqui resulta, que, apenas a velocidade se modifica para menos, uma certa porção de solidos vindos em suspensão se deposita e começa a formação d'um banco. Se o banco se começa a formar na propria linha do talweg, resulta em seguida uma bifurcação da corrente; e por tanto duas curvas; se ao contrario, o deposito se effectua só d'um lado da linha da corrente, o curso de agua dirige-se para a margem opposta, junto á qual se encontra geralmente a maior sonda.

Antes de passar adiante, convém ennumerar as differentes causas que po dem determinar as variações de velocidade. É evidentissimo que o levantamento e o abaixamento do nivel das aguas, é a causa mais immediata das variações de velocidade na mesma linha transversal á corrente.

Para uma mesma altura de agua, porém, a velocidade não é constante, porque dependendo do perimetro, que é variavel, até mesmo para a mesma secção, resulta que a velocidade não póde ser constante para a mesma altura de agua.

Outra causa sobremodo importante é a velocidade e a direcção do vento. Para apreciar a importancia d'esta causa basta que digamos que uma praia, que tinha estado coberta com $1^{m},0$ de agua proximamente, em occasião em que um vento rigissimo tinha agitado de modo importante essa camada de agua, notámos que depois de descoberta (o que teve logar em poucas horas), era, para assim dizer, a imagem solida da agitação da corrente.

É frequentissimo ver as praias recentemente descobertas, apresentarem ondulações regulares de $0^{m},1$ e $0^{m},2$ de altura, representando perfeitamente as pequenas ondas que o vento tinha produzido na superficie da agua. Qual é a

altura que a agua deve ter para que a agitação da superficie se traduza no fundo? Suppomos que as ondulações que se observam no leito, não dependem só da altura da agua, mas resultam ainda da importancia da velocidade no ponto considerado, e pensamos que os monticulos de areia correspondem ás depressões da superficie da agua, e, vice-versa, as depressões da areia correspondem ás ondas da superficie.

Attribuimos, pois, á importancia d'estas duas causas a grandesa das ondulações do fundo.

Frequentemente n'uma mesma linha transversal, e sem que tenha havido de montante ou de jusante construcções, e em geral quaesquer obstaculos que modifiquem a direcção e a intensidade da corrente, observa-se que se effectuam indistinctamente depositos, junto a uma das margens, ou junto á outra, ou ainda no meio do rio. Não pode estar a explicação d'estes phenomenos, senão na natureza das correntes acima consideradas, isto é, a da agua e as da atmosphera.

IV

O leito dos rios de fundo movel, em que desagúam cursos d'agua torrenciaes, tendem constantemente a ganhar maior altitude.

Temos a considerar na apreciação d'este principio duas hypotheses. Ou a agua do rio collector tem em todas as épocas do anno velocidade sufficiente para acarretar os fragmentos solidos que formam o fundo, ou não tem.

Se se dá o primeiro facto, o principio é evidente, porque a todo o momento as particulas solidas caminham da origem para a foz, formando antes d'ella deltas, como no Tejo, ou depois d'ella, como no Pó e Nilo, e em todo o caso alteando o leito proximo á foz; mas o alteamento junto á foz, determinando uma diminuição d'inclinação e produzindo esta diminuição um decrescimento de velocidade, os depositos necessariamente hão de ir augmentando de juzante para montante, ísto é, da foz para as origens. Ao mesmo tempo que este trabalho se effectua, os affluentes transportam para o leito principal os carrejos que trazem dos montes, e por tanto, em quanto houver montes a desfazer, o valle ir-se-ha enchendo e tendendo a nivelar-se com os montes que o formam.

Se a agua do leito principal não tem sempre velocidade com que possa carrear as particulas do fundo, mas se se verifica a circumstancia de receber affluentes torrenciaes, então apenas tenham logar chuvas importantes, descerão ao collector detrictos das rochas dos valles secundarios, e, ou esses detrictos, entrando no leito principal determinam uma inclinação, d'onde resulte velocidade que as vá transportando até á foz do rio principal e recaímos nas

considerações antecedentes; ou a inclinação ficou em toda a extensão egual á anterior e consequentemente sobre um leito se sobrepoz outro leito.

De resto, que os depositos se hão de formar junto á foz é evidente. Os carrejamentos são o resultado da velocidade das aguas dos rios quer principaes quer secundarios. Logo que as aguas chegam a topar com as do mar, em pontos da costa, onde não ha correntes maritimas, ou em que estas são de pequena velocidade, inevitavelmente se hão de formar depositos mais ou menos distantes da foz, e interiores ou exteriores ao litoral, conforme o ponto em que tenha logar a diminuição e a annullação da corrente.

D'aqui se deduz que os campos adjacentes inundaveis devem tambem tender a altear, porque, suppondo por um pouco que o leito se erguia, sem se erguerem os campos marginaes, o que aconteceria é que, passado tempo, os campos seriam mais baixos que o leito e converter-se-iam elles em leito. Mas demonstrámos que os leitos de rios d'esta indole tendem a altear; logo alteariam os campos marginaes convertidos em leito.

Como é facil de prever, a lei que regula o alteamento do leito e campos marginaes, não póde ser deduzida n'um curto periodo de annos. O alteamento deriva não só da quantidade de chuvas caídas, mas ainda do tempo que uma mesma quantidade gasta a descer da atmosphera. As médias das observações udometricas não podem ter relação exacta com o levantamento dos terrenos em que se effectuam os depositos de carrejos, não só porque a chuva pode ser de indole tal que só se infiltre e se evapore, e quasi nenhuma corra á superficie do solo, ou ainda que a quasi totalidade corra e só uma insignificante quantidade tenha tempo de se infiltrar e se evaporar; mas tambem porque, segundo a época em que as chuvas teem logar, assim as plantas cobertas de folhas podem moderar a quéda das gottas, proteger o solo e augmentar a infiltração e a evaporação á custa das aguas que deviam correr, ou então despidas de folhas e annullada a sua transpiração, não só não proteger o solo contra o choque da agua, mas ainda não dar logar á evaporação pelas folhas, e a maxima parte da agua correr á superficie, carrejando a flôr da terra para o fundo dos valles. As médias mensaes ou annuaes da quantidade da chuva caída, não podem por tanto dar indicações da importancia dos detritos em suspensão, porque, repetimos, esses detritos dependem de um factor da fórma $\frac{C}{t}$, em que C representa a quantidade de chuva e t o tempo em que se effectuou a quéda, e não sómente do factor C.

Para que se podesse, por tanto, achar uma relação aproximada entre a chuva caída e os sedimentos carrejados, seria necessario que os udometros estabelecidos nos differentes pontos das bacias de recepção fossem consultados ao menos de hora a hora.

V

Os campos adjacentes e inundaveis dos rios cujas margens são, de longa data, bordadas de arvoredo, formam planos inclinados sobre o horisonte, cuja parte mais alta é proxima do rio.

Esta lei que se observa em quasi todos os campos, só se não verifica claramente quando consideramos campos que não são, desde largos annos, delimitados por arvoredos plantados á margem do rio.

A observação scientifica, isto é, os nivelamentos a partir da margem, e n'uma linha sensivelmente perpendicular ao eixo da corrente, mostram que o ponto de maior altitude é junto á margem, e o de menor proximo ás collinas que delimitam o valle inundavel.

A observação intelligente confirma-o, quando tem debaixo do seu dominio os primeiros periodos de uma enchente, porque as aguas estabelecem differentes linguas, dirigindo-se desde as margens até ás encostas.

De resto a explicação do facto é singela e facil. Suppondo que as aguas saindo do seu leito normal vão inundar um campo que esteja em plano horisontal, e suppondo além d'isso que ellas transpõe a margem n'uma linha recta, existente n'esse plano, deve acontecer que no principio do trasbordamento ellas apenas transporão um ponto d'essa linha, visto que o pello de agua é uma linha inclinada que não pode interceptar a outra senão n'um ponto. Suppondo que este estado de coisas permanece, isto é, que o plano das aguas não sobe, então continuará a entrar no campo só um filete de agua. A espessura vertical d'este filete, depois de assentar no plano horisontal, deve diminuir por falta de adhesão das moleculas liquidas e em consequencia da gravidade. Mas então as moleculas, que, á entrada no campo, tinham uma certa velocidade, devida á altura da quéda, vão-a sucessivamente perdendo, porque vão caindo de menor altura. Se pois as moleculas, á entrada, tinham velocidade capaz de arrastar grãos de sedimentos, com pesos differentes; n'esse momento deporão os sedimentos mais pesados, em seguida outros de menor pezo absoluto, e assim por diante até depositarem os mais tenues, se a velocidade se anullar. Se estes phenomenos se repetirem, os depositos irão diminuindo successivamente de espessura, a caminhar da margem para o interior do campo, e o plano inclinado pronunciar-se-ha cada vez mais. Mas os phenomenos não podem passar-se rigorosamente assim, porque na margem se não verifica a linha recta mathematica, porque o campo não pode ser o plano geometrico, porque as gottas de agua que entram nos campos não podem ser um filete fluido. Se este principio, admittidas as hypotheses que fizemos, é verdadeiro e resulta

em difinitiva da diminuição da velocidade de entrada, sel-o-ha tambem, logo que outras circumstancias determinem essa diminuição. Na pratica, com effeito, é diminuida a velocidade da agua em toda a faxa da margem que esteja coberta de vegetação, em que as vergonteas tenues e flexiveis se entrelacem e offereçam, para assim dizer, uma successão de redes á passagem da agua.

Umas vezes as vergonteas dobram-se e alguns dos filetes da agua, que atravessam a faxa plantada, teem de subir na especie de plano inclinado que ellas lhe offerecem, e d'ahi resulta a diminuição de velocidade; outras vezes as vergonteas conservam-se sensivelmente aprumadas, em consequencia da relação entre a sua resistencia e a força da agua, e então esta, tendo de percorrer um caminho mais longo, desviando-se da linha recta e caindo da mesma altura, diminue de velocidade, deixando por entre os arbustos os depositos mais pesados.

Por tanto as plantações marginaes são causa poderosa do desnivelamento do campo no sentido transversal á corrente.

VI

O leito dos rios, que soffrem levantamentos e adjacentes, aos quaes ha campinas inundaveis, tendem periodicamente a mudar da proximidade de uma das encostas que fecham o valle para junto da outra encosta que tambem o fecha.

Vimos anteriormente que os campos inundaveis formam planos inclinados, cuja parte mais alta é uma linha divisoria do leito e do campo.

Vimos por outro lado, que os leitos e os campos marginaes dos rios alimentados por cursos torrenciaes, tendiam constantemente a subir de nivel. Examinadas as differentes circumstancias que determinam o alteamento, e que fazem com que n'uma mesma linha perpendicular ao eixo da corrente, esse alteamento não tenha logar em um plano horisontal; vemos que o plano inclinado se ha de ir cada vez pronunciando mais. Com effeito, no leito depositam-se as maiores particulas solidas, nas margens e na faxa do campo contiguo depositam-se as de mediana grossura, e finalmente junto ás encostas depositam-se as mais tenues. Sendo pois estas circumstancias as que determinam, n'umas primeiras inundações, a inclinação transversal nada se oppõe a que a uma primeira inclinação se succeda outra mais forte e assim por diante. D'aqui resulta que deve chegar um tempo em que, junto ás montanhas, o campo seja mais baixo que o proprio leito do rio. N'estas circumstancias, se a industria humana não intervier, e se uma enchente praticar um rasgão n'uma porção do campo, que separa o leito da faxa deprimida junto ás montanhas, o rio tomará para novo leito esse rasgão e a referida faxa.

No Tejo, cuja historia, supponho, não existe nem escripta nem desenhada, pode-se no entanto reconhecer que este principio é verdadeiro.

N'uma planta dos terrenos proximos á Barquinha e pertencentes em parte á quinta da Cardiga, planta levantada no seculo passado, vê-se que o leito actual do rio passa no local onde n'essa época havia uma horta, porventura muito curada, e de cujo poço, ainda ha dez annos, se via a alvenaria no meio da agua.

Em frente de Santarem fica o mouchão denominado de Alfange. Entre elle e as povoações da Ribeira e Alfange corre actualmente o Tejo. Ao sul d'esse mouchão existe ainda bem definido um leito de rio a que se dá o nome de Tejo-velho. Parece que aquelle leito, pela denominação que tem, pela altura da sua respectiva margem esquerda e pela qualidade da terra de que é formada, isto é, terra um pouco siliciosa, foi leito usual do rio antes de ser leito accidental. Em que época abandonou o rio aquelle leito para vir occupar o actual?

Não o sabemos.

Se é porém permittida uma conjectura, deve esse abandono ter tido logar ha menos de tres seculos. A chronica de D. João II dá d'isso uma ligeira indicação.

Todos sabem que foi um folguedo do principe D. Affonso o que feriu no coração de pae, a hombridade da alma do rei D. João II. Corria o principe o *pareo*[1] junto ao rio, em quanto o pae se banhava n'elle. Eram os preludios da quéda que lhe devia dar com o corpo no chão e a alma na eternidade. Se a margem direita do rio fosse a actual, não teria o principe espaço para correr com o seu companheiro, João de Mendonça, nem um minuto, e não teria escolhido logar tão estreito para semelhante jogo. Se a margem fosse, como actualmente, tão proxima das edificações da Ribeira, não teria o principe sido recolhido n'uma cabana de pescadores, e seria logo conduzido para a casa onde depois se recolheu D. João II. Finalmente, se o rio corresse como actualmente, tão proximo da Ribeira, não é natural que houvesse entre a povoação e o rio cabanas de pescadores.

Ainda assim isto são conjecturas, que apenas dão probabilidades, as quaes podem no entanto estar mui longe da verdade.

Fica no entretanto demonstrado, pela analyse e pela observação, que o Tejo deve ter soffrido, desde que a natureza o lançou através da peninsula Iberica, grande numero de modificações no seu percurso entre Tancos e Lisboa. Poderiamos ainda expor outros factos da actualidade, que servissem para mostrar a

[1] Divertimento que consistia em correr a cavallo de mãos dadas, a ver qual saía da sella.

instabilidade do leito do rio em todos os pontos, onde se deixam abandonados ás leis que pozemos anteriormente os campos adjacentes e as margens do mesmo, mas seria longo e pouco util fazel-o.

E estas considerações, que são inquestionavelmente verdadeiras, tomando o Tejo para exemplo, sel-o-hão identicamente para todos os rios da mesma indole, isto é, que tenham campos adjacentes inundaveis, e que sejam collectores de outros rios, ou ribeiros torrenciaes, ou quando elles proprios sejam torrenciaes.

VII

As plantações executadas junto ás margens dos rios, que nas suas enchentes levam aguas carregadas de sedimentos, servindo para definir as suas margens, não são no entanto artificio sufficiente para proteger os campos contra os effeitos destruidores das cheias.

Vimos anteriormente que os campos adjacentes e inundaveis offereciam um plano inclinado no sentido perpendicular á corrente, e que o angulo de inclinação d'este plano, augmentava á proporção que um maior numero de cheias inundava os campos. D'aqui resulta que, embora as margens estejam revestidas de plantações, logo que as aguas ganhem no leito sufficiente altura para cobrirem o solo onde existem essas plantações, dirigir-se-hão através dos campos em direcção ás collinas, ou montes, que fecham o valle.

Esta linha não é geralmente perpendicular á corrente, e quasi sempre se observa ser inclinada a ella, porque o declive dos campos não é só no sentido transversal mas tambem na direcção longitudinal do rio. Assim pois, apenas as aguas se acharem soltas da especie de barreira que os ramos das plantações marginaes lhes offerecem, começarão a descer nos campos com velocidades dependentes da expressão $\sqrt{i\,\frac{S}{P}}$ e variaveis com a grandeza dos valores de $\frac{S}{P}$ que a cada passo quasi se póde dizer que se alteram. Quando pois em virtude d'uma primeira cheia e de circumstancias, que nem sempre é facil averiguar, for levada terra de uma certa faxa de campo, e fique uma depressão, que se estenda da margem para o interior, logo que tenha logar outra cheia, embora se não reunam todas as circumstancias que anteriormente deram logar á excavação, como o valor de $\frac{S}{P}$ cresceu em toda essa faxa, difficilmente a depressão deixará de se pronunciar cada vez mais, á proporção que se forem succedendo outras cheias. A faxa de plantação, junto á margem, que não pode modificar os valores de $\frac{S}{P}$ nem de i que se vão encontrando

através do campo, deixará que a inundação tenha através d'elle todos os effeitos destruidores possiveis.

As circumstancias funestas d'uma cheia podem ser de quatro differentes especies.

O effeito mais violento d'uma cheia é a excavação feita no campo, dando em resultado, quasi sempre, o ficar improductivo todo o espaço excavado, ou seja por não valer a pena regularisar o terreno para o tornar cultivavel, ou seja por ficar apenas uma camada arida de silica, ou seja ainda por ir tão funda a excavação que conserve agua de inverno e de verão, tornando-se além de improductiva insalubre. Comprehende-se bem que n'uma mesma excavação podem apparecer, separadas ou reunidas, as tres circumstancias.

O effeito immediatamente inferior a este em prejuizo, é o de ficar a camada de terra aravel substituida por uma camada de areia. O areiamento pode ter logar junto ás margens ou no interior dos campos, e em qualquer d'estas hypotheses pode resultar de duas circumstancias differentes.

Quando são proximas ao rio, resultam: ou de perder a agua, ao entrar no campo, a velocidade com que carreava as areias do leito, depositando-as á entrada do mesmo campo, e conservando no entanto velocidade ainda sufficiente para não deixar os detritos mais leves; ou de entrar a agua com velocidade capaz de revolver o terreno, levar-lhe as particulas de argila e humus e deixar a silica, com que não pode. N'este ultimo caso não se nota excavação, embora com effeito a haja, porque junto ás margens as terras são geralmente tão delgadas qne a argila e o humus apenas enchem os intersticios da silica, sem augmentarem o volume d'ella.

Quando o areiamento é no interior do campo, pode resultar ainda ou de ter a agua excavado alguma outra porção do mesmo campo, trazer para um ponto a areia e levar para outro o nateiro; ou de ter revolvido uma porção de terreno silicioso, levar-lhe a argilla e humus, e deixar-lhe apenas a silica.

Outro effeito nefasto das cheias é o serem destruidas as culturas. N'este genero ha grande variedade de prejuizos que examinaremos.

Começemos pelos prejuizos nas plantas annuaes.

Podem estar estas nos primeiros periodos do seu crescimento, e n'este caso perdem-se as sementes e os trabalhos executados, mas pode-se repetir a mesma sementeira e o mesmo trabalho, e porventura a abundancia da colheita resarcir o prejuizo soffrido.

Podem as plantas estar nos ultimos periodos do seu desenvolvimento, e n'estas circumstancias só sendo substituidas por outra cultura, se poderá conseguir que o prejuizo seja menos importante.

Finalmente, podem ainda as colheitas estar prestes a effectuar-se, e n'este caso o prejuizo é completo e sem remedio que o attenue.

Comprehende-se, ainda, que, se houver cheias repetidas de fevereiro a julho, se possam realisar successivamente as duas primeiras hypotheses, e que, tendo logar uma cheia em setembro do mesmo anno, venha a terceira Parca cortar o fio da fortuna de qualquer agricultor abastado, e leval-o inevitavelmente ao seio da miseria mais pungente.

Quando se trata da cultura de plantas arboreas, podem as cheias de março e de abril matar os fructos nascidos da vinha, por exemplo, ou as de setembro e outubro, um pouco raras é verdade, virem colher para o mar as uvas e as azeitonas maduras.

Conclue-se de tudo isto, que dado mesmo o caso de serem as plantações marginaes, sufficientes para estorvar as excavações e os areiamentos dos campos, são no entanto um artificio insufficiente para proteger as culturas contra a devastação das cheias.

VIII

Os diques longitudinaes não devem ser admittidos senão como obras provisorias de protecção.

Considerando diques longitudinaes aquelles que, estabelecidos ao longo das margens, vedam a entrada no campo de aguas de cheias, podemos dividil-os em duas categorias *submersiveis* e *insubmersiveis*.

Submersiveis são os que vedam sómente a entrada de aguas de pequenas cheias.

São manifestos os inconvenientes de taes diques. Ou elles são construidos de modo que resistam, funccionando como açudes, ou que não resistam. Se resistem, não só a sua construcção é dispendiosissima, porque é necessario construil-os de alvenaria, e geralmente os materiaes ficam a uma grande distancia do local da construcção, mas, ainda depois de transposto o dique, a agua avança pelos campos, e, procurando as linhas de maior declive, encontra n'um ou n'outro ponto inclinações, que lhe dèem velocidade capaz de excavar n'um ponto, areiar em outro, e emfim produzir os differentes generos de ruinas que anteriormente estudámos.

Se os diques são construidos de terra, e por tanto economicos, mas incapazes de resistirem á agua que d'elles se precipita, e cuja velocidade é dependente, como nos descarregadores, da altura da camada de agua, ou para assim dizer da espessura do lençol de agua, então não só os campos soffrem as ruinas que os anteriores permittem, mas ainda, depois de roto o dique, formam-se junto d'elle alvercas, isto é, excavações ou rasgões de grande importancia, que não é raro termos visto serem em superficies de bastantes hectares de extensão.

Os diques longitudinaes submersiveis devem por tanto ser apenas obras passageiras, que sirvam para proteger as culturas contra as pequenas enchentes, que tenham logar nas épocas em que essas culturas estão perto das colheitas.

Os diques longitudinaes insubmersiveis, isto é, aquelles cujos capellos ficam fóra das maiores enchentes, e que teem por tanto uma das condições necessarias para affrontarem, sem se destruir, as maiores inundações, offerecem inconvenientes que passamos a examinar.

Existindo os diques longitudinaes nas condições de se não destruirem com as enchentes, ficam os campos, por elles protegidos, ao abrigo de todas as inundações. D'aqui resulta, em primeiro logar, que os campos não recebem nateiros que os fertilisem, e, em segundo logar, que, sendo campos marginaes de rios, cujos leitos se alteiem constantemente, virá uma época em que o campo seja mais baixo do que o rio, do que já existe um triste e mui notavel exemplo, nos campos marginaes do Pó. Que um rio da peninsula italica, alimentado pelas aguas das neves eternas, devesse ser tratado de modo tal, que se tenha obtido este mau resultado, comprehende-se, porque ahi, as cheias adveem em má época, teem logar quando os generos se vão colher, trazem uma deploravel situação. Na peninsula hispanica, porém, não é o mesmo. Geralmente as cheias são no inverno e, quando muito, no começo da primavera: esta é a regra.

Nada pois aconselha que se não permittam inundações n'esta época, quando ellas possam ser taes que adubem os terrenos e os façam altear na proporção em que o leito se alteia, e que por outro lado não escavem os campos nem lhes tragam outras ruinas das já apontadas. Como já dissemos, não nos é conhecida a lei do alteamento dos campos marginaes do Tejo, nem é possivel determinal-a no curto periodo em que se teem feito observações e estudos n'este rio. Será ella de $1^{m},0$ por seculo, como se diz que é a das margens do Nilo? Será maior? Será menor o alteamento? Apenas se podem aventar mal fundadas conjecturas.

O dique de Vallada, longitudinal e insubmersivel (ou que pelo menos o pretende ser) tem proximamente um seculo, na parte que fica proxima á povoação que lhe dá o nome.

É natural que na época da construcção do dique, os terrenos por elle defendidos, tivessem uma altura sensivelmente egual á dos exteriores. Actualmente ha pontos em que os campos exteriores estão mais de $1^{m},0$ acima dos interiores, e pode-se por tanto conjecturar que o alteamento não diffira muito de $1^{m},0$ por seculo.

É certo no entretanto, que a alteração da differença de nivel entre o campo ao abrigo das inundações e uma linha transversal de leito médio do rio, não resultará sómente do alteamento constante do leito; deve resultar ainda da

exhaustão que o campo soffre com a extracção dos generos cultivados. Apreciemos qual a espessura da camada de terra que é extraída por anno com as culturas, e tomemos para esta apreciação a cultura do trigo. Considerando que um hectare de terra é sufficientemente productivo para dar 10 sementes, tirar-se-hão d'elle por anno 120 alqueires de trigo, cujo peso sommado com o da palha correspondente dá aproximadamente 30 kilogrammas. Avaliando que o metro cubico d'esta terra pesa 1:600 kilogrammas, ter-se-hão extraído de cada hectare de terra $2^{m},250$ cubicos, ou uma camada de $0^{m},0003$ de espessura, considerando que os restolhos que ficam são a parte da atmosphera que se encorporou nas plantas.

Em um seculo, por tanto, a camada de terra que se retira, é de $0^{m},03$ de espessura.

Bem que de modo insignificante, concorre sem duvida a cultura para deprimir os terrenos. De tudo isto resulta, que os diques insubmersiveis teem os gravissimos inconvenientes de não permittirem a fertilisação do solo por via dos nateiros e de transformarem os campos, depois de um tempo mais ou menos largo, em verdadeiros paúes.

Se pois os diques longitudinaes submersiveis protegem as culturas e deterioram os campos, os insubmersiveis protegem por largo tempo os terrenos mas arruinam as culturas.

Concluimos por tanto que os diques longitudinaes só podem ser acceites como obras passageiras ou, como adiante veremos, como complemento d'outras obras.

IX

Os diques transversaes não podem proteger toda a extensão de terreno que sejam chamados a defender, embora se multipliquem em grande numero.

Nas considerações que vamos fazendo, não estamos tratando das pequenas questões que se podem offerecer na defesa das varzeas, marginaes a ribeiros ou rios de pequena importancia.

Estamos estudando a defeza de campos adjacentes a grandes rios, e em que se contam por kilometros ou hectometros as differentes larguras entre as margens e as encostas que fecham os valles inundaveis.

Na hypothese de pequenos rios e ainda dos grandes rios, mas em pontos em que o campo seja estreito, os diques transversaes podem protegel-o sufficientemente, e mesmo acontecer não valer a pena emprehender outros trabalhos, por isso que o capital n'elles empregado não daria lucro ou apenas juro insufficientissimo.

Vamos pois considerar um campo com largura de alguns hectometros a

alguns kilometros. Os diques transversaes insubmersiveis podem ser estabelecidos perpendicularmente á corrente, ou formando com a linha d'ella angulos pouco differentes do recto. Em qualquer das duas hypotheses, a agua, depois de transpor a margem, dirigir-se-ha pela linha de maior declive para o interior do campo até ás encostas que fecham o valle, e, se encontrar inclinação forte, rasgará o terreno da margem e transportal-o-ha para junto da encosta, fazendo no seu descenso as diversas ruinas que estudámos, isto é, escavando, areiando e depositando nateiros sómente junto á encosta, por se encontrar detida na sua marcha por outro dique transversal do lado de juzante.

Se porém na sua marcha da margem para o interior encontra pequenos declives, então segundo vimos anteriormente, esses declives hão de se ir pronunciando cada vez mais, e chegará uma occasião em que possam começar as grandes velocidades e as suas ruinas concomitantes.

Em qualquer caso, por tanto, sómente uma parte do campo será protegida, mas não o ficará o campo todo.

E não deve, no entanto, ser apenas o campo ou parte d'elle, o que as obras de defeza devem proteger. Não é para despresar o prejuizo que ás culturas podem trazer cheias intempestivas, occorridas nos mezes de maio ou de setembro, as quaes podem aniquilar o rendimento de todo um anno.

Fica por tanto demonstrado que os diques transversaes, não só não podem proteger toda a extensão dos campos em que sejam estabelecidos, como tambem são completamente inuteis na protecção das culturas.

X

Os diques de terra feitos com as dimensões transversaes adoptadas, isto é, tendo na parte superior a largura de 2 a 4 metros, taludes desde 1:1,5 até 1:2,5, só se desmoronam por alguma das quatro causas seguintes:

1.ª Serem cobertos por agua, cuja corrente seja sensivelmente perpendicular ao comprimento d'elles.

2.ª Por serem os seus taludes açoitados pela pequena vaga que as ventanias erguem e que se denomina vulgarmente *mareta*.

3.ª Por terem sido furados por animaes, taes como os coelhos, ratos e toupeiras.

4.ª Finalmente por se estabelecerem ao longo d'elles correntes muito velozes.

Se nenhuma das causas anteriormente enumeradas actua sobre os diques, é facil de ver que elles só teem de resistir á pressão hydrostatica, e é inutil fazer a demonstração de que a resistencia de muros de terra de dimen-

sões mesmo muito inferiores ás dos diques, é sufficientissima para supportar o impulso que a agua exerce sobre elles, quando esse impulso é apenas devido ao peso d'ella em repouso. Todos teem visto a fragilidade dos vallados, que servem para reter em deposito qualquer massa d'agua quieta, por exemplo nas salinas. Não nos demoramos por tanto em tal demonstração, e passamos a examinar como actuam as causas referidas para produzirem a ruptura de qualquer dique.

Se a agua, depois de se ter erguido de um dos lados do dique, o chega a cobrir e a precipitar-se para o outro lado, o dique funcciona evidentemente como um açude.

Se a camada d'agua que se precipita é muito delgada, pequeno é o estrago que pode causar na superficie superior do dique, e sómente depois de ter descido $1^m,0$ ou mais pelo talude, é que pode começar a acarretar a terra d'elle e por tanto encetar o trabalho de desmoronamento do dique. Se porém a camada d'agua, que transpõe o dique, tem uma espessura de $0^m,5$ sómente, então a velocidade será dada pela formula $v = kH\sqrt{2gH}$ e dando ao coefficiente k o menor valor possivel, isto é 0,3, será a velocidade de $0^m,4$ por $1''$ e já não ha terra sufficientemente compacta e pesada para deixar de ser arrastada pela agua que se precipita. Assim pois, logo que o dique seja coberto durante algumas horas por uma camada d'agua de $0^m,5$, e quando mesmo esta agua não tenha velocidade adquirida, ao chegar ao dique, a sua ruptura é inevitavel.

Se porém o dique estivesse cercado d'agua por ambos os lados e a corrente estabelecida, quer transversalmente a elle, quer no sentido do seu comprimento, fosse fraca, comprehende-se perfeitamente que permaneceria incolume; mas tambem, n'estas circumstancias, difficilmente teria prestado algum serviço.

Podemos pois concluir que os diques de terra submersiveis são incapazes de resistir á acção da agua, cuja corrente sejam destinados a modificar.

Examinando a 2.ª causa de ruina, vê-se claramente que, batendo a agua directamente na terra, o seu choque começa por separar algumas particulas, que, na occasião de se retirar, arrasta comsigo: de um novo choque resulta uma nova separação de particulas e depois uma nova retirada d'ellas para o seio das aguas e assim por diante. Se pois as ventanias baloiçam por muito tempo as aguas, a espessura do dique irá successivamente diminuindo até que seja nulla e a agua psssando por cima d'elle, completará, pelo modo que anteriormente examinámos, o trabalho de destruição.

A 3.ª causa de ruina é evidentissima.

Se o dique está furado de um ao outro lado, apenas a agua começa a atravessar este verdadeiro cano, vae-o successivamente alargando; a abobada

que se fórma chega uma occasião em que se não pode sustentar, e o dique rompe-se de alto a baixo. Se porém, o furo o não atravessar de um ao outro lado, acontece uma de duas, ou a parede restante ainda é sufficientemente espessa para resistir á pressão da agua e o dique pode permanecer de pé, a despeito da pressão crescer com o crescimento da altura, ou não resiste a essa pressão e a agua, filtrando-se ao principio e depois empurrando esta especie de porta, pratica o furo de um ao outro lado e o dique rompe-se inevitavelmente.

A 4.ª causa de ruina, aliás rara, é no entanto digna de attenção.

Quando a agua, junto ao dique e no sentido do seu comprimento, tem velocidades muito importantes, deve arrastar do talude do dique uma porção de terra, cuja altura é, desde o lume d'agua até ao ponto abaixo da superficie d'ella, em que o decrescimento de velocidade já não dá logar ao arrastamento. No fim de algum tempo de trabalho, a agua tem roubado ao dique um prisma triangular de terra, e o talude fica mais ou menos aprumado. Conforme pois a qualidade da terra, de que o dique é formado, assim é necessario que o talude fique aprumado para ter logar o desabamento; ou a queda da terra começa, quando ainda o talude tem alguma inclinação com o horisonte. Assim pois, logo que a velocidade for grande e o trabalho de arrastamento se protrair por tempo sufficiente, o desmoronamento será completo e o dique arrazar-se-ha.

XI

Os diques insubmersiveis, cujos taludes são enrelvados e plantados de arbustos sempre verdes, são difficilmente arrazaveis pelas aguas das cheias.

Pelo que anteriormente se disse sabemos que os diques insubmersiveis, com as dimensões usuaes, estão livres da primeira causa de ruina e sómente subjeitos ás tres ultimas. Desde o momento em que o talude é revestido de arbustos cobertos de folhas, e que taes arbustos lhe cobrem toda a superficie, os choques da agua resultantes da mareta, são dados sobre os ramos e folhas, e não vão atacar a terra do talude que, além d'isto, ainda é protegida pela relva. No fim de muito tempo d'esta lucta é que um ou outro ponto do talude, menos bem protegido e mais açoitado, pode ceder á violencia do choque, mas n'este caso como o dique é insubmersivel e tem outras condições de solidez, ninguem se esquiva a vigial-o para occorrer a qualquer risco da construcção, e a ruina só pode resultar de descuido.

Se o dique foi varado por um animal, e que o revestimento do talude não permittiu observar o furo, então mui difficilmente se pode obviar a este mo-

tivo de ruina, quando elle é só conhecido depois da agua passar de um para o outro lado. Finalmente, se uma corrente veloz se estabelecer ao longo do dique, os arbustos afastando-a do talude, e as folhas da relva collando-se á terra, perservam-a de ser arrastada particula a particula, e de ter logar o desmoronamento da construcção.

Conclue-se, pois, que os diques insubmersiveis tendo uma boa porção do corpo fóra das maiores cheias, com os taludes bem inrelvados e bem revestidos de plantações, estando por isso nas condições de poderem ser percorridos em toda a extensão para serem vigiados, só por grave infelicidade serão destruidos pelas aguas.

XII

Os confluentes de rios, que atravessam campinas inundaveis e susceptiveis de se altearem, e que para desaguarem no leito collector percorrem essas campinas, teem uma parte do seu leito parallela ao leito principal[1].

Já vimos que os campos adjacentes a rios, de cujas aguas recebem depo-

[1] O principio que demonstramos relativo ao parallelismo dos leitos dos affluentes, quando estes teem de atravessar as campinas para entrarem no leito do collector, parece não ser conhecido em França, por isso que M. Élisée Reclus na sua *Nouvelle Géographie*, obra que está sendo publicada presentemente (1879), diz, a paginas 539 da serie 10, o seguinte:

Il est à remarquer que la Maine et les autres affluents de la basse Loire, qui coulent dans les terrains anciens, l'Erdre, la Sévre Nantaise et les divers cours d'eau de moindre importance, s'unissent au fleuve suivant un angle presque droit ou légèrement aigu, tandis que *les rivières qui serpentent dans les campagnes de l'Orleanais et de la Touraine, coulent longtemps presque parallélement à la Loire avant de lui verser leurs eaux. Quelques-uns des tributaires offrent même cet* étrange *phénomène, qu'aussitot après leur arrivée dans la vallée fluviale, ils accompagnent la Loire en se maintenant à la même distance de ses berges sur un espace de plusieurs myriamètres*. Ainsi la Cisse, qui débouche dans la vallée de la Loire en aval de Blois, longe la base des collines septentrionales, au lieu d'aller s'unir au fleuve, et c'est á plus de 36 kilomètres en aval du lieu naturel de son confluent qu'elle se *décide* enfin à s'épancher dans la Loire. De même le Cher.....

Poderiamos ajuntar aos exemplos, apresentados pelo illustre geographo, do que se passa com os affluentes do Loire, que desaguam na bacia, que está em via de formação, os exemplos dos affluentes do Tejo que desaguam na parte do valle d'elle que está nas mesmas condições, isto é, em via de levantamento: e citariamos o Almonda, a ribeira d'Ulme (ou valla d'Alpiarça), Rio Maior (ou canal da Azambuja), Sorraia etc., cujos leitos seguem em grande extensão parallelos ao leito do Tejo, e só entram n'elle, quando entre os montes ao longo dos quaes correm e o leito do collector, se interpõe uma estreita faxa de campo, resultante das alluviões dos affluentes e do rio principal.

sitos que os fazem altear, apresentam no sentido transversal um plano inclinado, cuja maior altitude é proxima ao leito do rio. Se pois os affluentes, ao sairem dos valles secundarios, cujas fontes os alimentam, não entram immediatamente no leito collector, por existir entreposto a um e outro um tracto de campo, é facil de ver que o confluente não poderá transpor este tracto n'uma linha perpendicular ao leito principal, porque seria forçado a subir do sopé da encosta onde encontra o campo para a margem do rio, o que não pode ser.

D'aqui resulta, que será forçado a caminhar ao longo dos montes que delimitam, o campo e por tanto a seguir uma linha sensivelmente parallela ao leito do curso principal. D'esta linha só poderá sair, ou quando chegar a um ponto em que seja o leito principal encostado aos montes, ao longo dos quaes foi forçado a caminhar, ou quando o tracto de campo intreposto aos montes e ao collector seja tão pequeno que o desnivelamento transversal seja nullo ou insensivel.

É facil de ver que a importancia dos confluentes augmentará á proporção que o seu curso parallelo augmentar; porque não só receberão todas as infiltrações dos montes a cujo pé forem passando, mas ainda todas as infiltrações dos campos que irão sendo distribuidas entre o collector e o confluente.

XIII

É sempre possivel á industria humana fazer com que o desnivelamento transversal dos campos se torne tão pequeno quanto se queira [1].

Não vamos provar que é possivel pelos artificios usuaes de transporte,

[1] Tendo nós tido o cuidado de apresentar sob fórma generica os principios, que não são privativos do Valle do Tejo, comprehende-se perfeitamente que, embora o não tenhamos dito, elles podem ter applicação nos valles de outros rios nas mesmas condições orographicas e chorographicas, e, sem citarmos os valles dos rios de paizes estrangeiros, (e de que só podemos ter muito imperfeito conhecimento) em que esses principios podiam presidir aos planos das respectivas obras de protecção dos campos marginaes, e navegabilidade estival dos seus cursos, parece-nos no entanto util lembrar que no nosso paiz os valles do Mondego e Liz poderiam (servatis servandis) ser tratados sob o dominio da mesma theoria, e tendo porventura sobre o Tejo a grande vantagem pratica de não serem assoberbados os respectivos proprietarios, ou quem tivesse de dirigir a questão economica respectiva, com as enormes despesas a que um rio da importancia do Tejo obriga, e despesas que, se são proporcionaes ás áreas protegidas, não poderão talvez tambem deixar de ser ao volume das aguas, que rolam nos rios a que ellas se referem, e em que por tanto o Tejo leva sobre todos os outros ingrata vantagem de soberania.

isto é, por meio de carros maiores ou mais pequenos, puxados por homens, quadrupedes, ou a vapor, fazer o nivelamento dos campos, tirando as terras dos pontos mais altos para as lançar nos mais baixos. Embora este trabalho, em campos como os do Tejo, fosse mais gigantesco do que o que projectou o grande Affonso de Albuquerque de desviar o curso do Nilo, ou o que imaginou Antonio Galvão para ligar o Atlantico ao Pacifico, rompendo o isthmo de Panamá, ou finalmente o que levou a effeito o benemerito Lesseps de romper o isthmo de Suez; é certo no entanto que seria exequivel e só dependeria de força e de tempo. O que vamos mostrar é coisa differente.

Vamos provar que é possivel ao homem, com esforço relativamente pequeno, aproveitar as forças da natureza para conseguir este fim.

Desde que se consiga que as aguas carregadas de sedimentos, inundem os pontos baixos do campo sem inundarem os terrenos altos, concebe-se que, repetindo este facto um numero sufficiente de vezes, ter-se-hão erguido os pontos baixos por superposições successivas de colmatas até se nivelarem com os pontos altos. Concebe-se mais que depois de obtido este resultado, se porventura se fizer inundar todo o campo nivelado com camadas d'agua de egual espessura em toda a extensão e uniformemente sobrecarregadas de sedimentos, o alteamento deverá ser uniforme e conservar-se-ha nivelado o campo, como convém.

Examinemos por tanto como se poderão obter inundações, nos pontos baixos do campo, sem que a agua para os cobrir tenha de atravessar desde o leito pelos terrenos altos até lá chegar.

Comprehende-se que, se a partir do leito do rio, abrirmos uma valla que chegue até aos montes que limitam o campo, e fizermos com que a parte d'essa valla, proxima dos montes, seja desprovida de mottas ou comoros, as aguas, apenas tenham no leito a altitude das porções de campo proximas aos montes, começarão por inundar essa parte; e a inundação por tanto terá logar nos pontos baixos primeiro que nas partes altas.

Do modo que acabamos de descrever conseguimos, sem questão, que as baixas dos campos se inundem primeiro que os altos, mas não conseguimos, quando as chuvas sejam grandes, que os altos deixem do ser inundados para que os depositos só se effectuem na parte, que queremos altear, e nivelar com a parte alta. Está pois resolvida só parte do problema. Comprehende-se porém que se fecharmos um grande quadro por meio de diques insubmersiveis e munirmos de comportas a embocadura da valla que dê entrada á agua para dentro d'este quadro, poderemos deixar penetrar dentro do mesmo quadro sómente a agua que quizermos, e por tanto permittir inundações totaes ou parciaes, conforme nos convenham.

Se as inundações parciaes forem por tanto sufficientemente repetidas, pode-

remos chegar, em poucos annos, a nivelar um campo cujas differenças não sejam sobremodo importantes.

Para dar uma idéa da importancia dos depositos, que as aguas do Tejo deixam, quando cobrem frequentemente uma depressão de terreno, basta que façamos a exposição do seguinte facto.

Em janeiro de 1863 estava aberta, a instancias do fallecido, benemerito da patria, marquez de Sá, a valla d'Alcorça, que devia dar accesso a barcos, desde a margem do Tejo, junto á ribeira de Santarem, até á estação do caminho de ferro proximo á referida povoação.

Esta valla tinha o fundo $1^{m},0$ abaixo do zero do hydrometro de Santarem: hoje, isto é, em janeiro de 1868 o fundo da valla está descoberto, quando o hydrometro marca $0^{m},5$ acima do zero; por tanto em 15 annos cresceu sensivelmente $1^{m},5$ isto é $0^{m},1$ por anno. Deve-se advertir que o deposito, que fez altear o fundo, é magnifico nateiro e que esse alteamento foi tão rapido porque as minimas aguas turvas inundavam immediatamente o leito da valla.

Se nas observações dos hydrometros estivessem registrados os dias, em que a agua tinha corrido turva e limpa, poderiamos calcular a espessura da camada d'agua que deu um tal deposito, e por tanto calcular anticipadamente qual seria a quantidade d'agua com que se deveria cobrir um campo para se obter o seu nivelamento. Esta determinação porém não podia dar, senão com pequena aproximação, o tempo em que tal nivelamento teria logar, e por isso não é muito para lamentar que não tenhamos esses elementos de determinação. Com effeito se a camada d'agua, que n'um anno se sobrepõe a um terreno de certa altitude fosse, sensivelmente egual á que se sobrepõe em um outro anno, a determinação do tempo poderia ser muito aproximada; mas acontece que em um anno essa camada é d'alguns metros para no anno immediato, ou no anterior, ser nulla ou sómente d'alguns centimetros: por tanto a determinação exacta do tempo gasto no nivelamento é impossivel, e apenas se poderia obter uma apreciação de pouca confiança.

XIV

Determinar o modo mais economico de dividir o campo em quadros, ou taboleiros de colmatagem.

Para resolver este problema temos a considerar duas hypotheses: ou o campo inundavel se encosta immediatamente aos montes que fecham o valle do rio, e esta é a hypothese menos frequente, ou entre o campo e os montes corre um affluente.

Se se dá a primeira hypothese, começaremos pela construcção d'uma porção de dique longitudinal, insubmersivel.

Esta porção de dique sempre pode nascer n'um monte e prolongar-se desde elle, para jusante, ao longo da margem n'uma extensão d'alguns kilometros.

Ao fim d'esta porção de dique longitudinal, construiremos perpendicularmente a elle uma valla que se dirija aos montes que fecham o campo, e deitaremos toda a terra da abertura d'ella sobre a sua margem de jusante, de sorte que só de jusante tenha comoro, e faremos com que este seja insubmersivel. Teremos com esta disposição uma superficie triangular fechada pelos montes, pelo dique longitudinal e pela motta de jusante da valla convertida em dique transversal. Se a embocadura da valla no rio for munida de comportas, teremos este espaço fechado ás inundações, quando isso convenha, e aberto a ellas, quando o julgarmos preciso.

No tracto de campo immediato a este e para jusante, já podemos suppor a 2.ª hypothese de entre elle e os montes correr um affluente. N'este caso faremos dois diques; um á margem do rio principal, e outro á margem do affluente, prolongaremos estes diques para jusante até onde convenha e uniremos os extremos d'elles pelo comoro insubmersivel d'uma outra valla, sensivelmente parallela á primeira.

O dique longitudinal formado á margem do affluente ficará ligado por terra á motta da valla, e o dique longitudinal ao longo do rio principal, ficará ligado á mesma motta por meio de comportas. Fica assim exposto claramente o systema de trabalhos de protecção, e, além d'isso, vê-se que será este o modo mais economico, porque a construcção de vallas e a de diques transversaes se confundem n'um unico trabalho. O dique construido ao longo do rio principal não pode resultar senão de terras de emprestimo pedidas aos terrenos contiguos; porém o dique ao longo do affluente pode ser em grande parte construido com as terras extraídas do fundo d'elle; e assim tambem com um unico trabalho se conseguem dois fins, a desobstrucção do leito do affluente e a construcção d'um dos diques indispensaveis á formação do taboleiro.

XV

Determinar a área a que deve fornecer agua uma valla de dimenções previamente fixadas.

Para maior facilidade da resolução d'este problema, começaremos por indicar a indole de inundação do campo que vamos tomar para exemplo.

Chamamos indole de inundação ao conjuncto dos dois factos: altura d'agua, que o hydrometro marca, quando o campo se começa a submergir: e maxima altura d'agua que o hydrometro proximo d'esse campo pode marcar, ou por outro modo, maxima altura que a agua attinge sobre o campo.

Tomemos para exemplo um campo cuja inundação comece a $5^{m},0$ do hydrometro e supponhamos que a maxima altura que pode a agua tomar sobre elle são $4^{m},0$. A indole d'este campo será 5 e $5+4$. Esta indole pode-se considerar a indole média dos campos marginaes do Tejo.

Considerando um tal campo nivelado, o que facilita a resolução das questões, sem introduzir erro nos calculos a fazer, é evidente que os diques transversaes, com que devem ser fechados os seus taboleiros de colmatagem, devem ter sobre o campo uma altura média de $4^{m},0$ e mais $1^{m},0$ de resguardo, ou ao todo $5^{m},0$.

Tendo o perfil transversal do dique 3^{m}, no capello e os seus taludes de 1:1,5 a área média será $52^{mq},50$. Por outro lado, para que o fundo da valla tenha sensivelmente o mesmo nivel que o fundo do rio, torna-se necessario que esteja, em média, a $6^{m},0$ abaixo do nivel do campo e, como é necessario que a terra d'ella extraida chegue para a construcção do dique, segue-se que a sua secção deve pelo menos ser tambem de $52^{mq},50$.

Mas uma valla que tenha $1^{m},0$ de fundo e $6^{m},0$ de altura com taludes de 1:1,5 tem uma secção de $60^{mq},0$; por tanto podemos tomar este typo de valla sem receio de falta de terras. Examinemos agora qual é a area que uma valla d'este typo pode inundar, ou antes qual a area que se lhe deve assignar para ser por ella inundada.

Devendo estas vallas de inundação servir tambem para a saida das aguas dos campos, visto ser este o unico meio de se lhe dar esgoto para o rio principal, segue-se que não há mais razão para terem declive n'um do que n'outro sentido e n'estes termos deve estar o seu fundo de nivel. D'aqui resulta que a velocidade com que as aguas se devem mover n'ellas não pode resultar senão da inclinação que for tendo o respectivo pello d'agua, em virtude do levantamento das aguas no rio, durante a cheia, ou em virtude do seu abaixamento durante a vazante.

Examinemos por isso qual é a velocidade que pode ter a agua n'ellas. É facto averiguado que um dos maiores crescimentos de cheia é aquelle em que a agua se ergue $0^m,13$ por hora no Tejo: erguer-se-ha por tanto, em cada segundo $0^m,000037$.

Poderemos tomar por tanto este numero como representando a inclinação do pello d'agua e introduzindo-o na formula $v=56,86\sqrt{RI}-0,072$ em que R, para o perfil de valla que adoptámos, é egual a 2,650, acharemos uma velocidade $0^m,49$ por $1''$.

Para a agua no campo se erguer $4^m,0$ são necessarias $30^h46'$, e a valla propriamente em 31 horas debitará sensivelmente $3300000^{mc},0$. Suppondo o campo de $3000^m,0$ de largo (o que corresponde a dizer que a valla *travessa* tem este comprimento) para $4^m,0$ d'alto teremos uma superficie de $12000^{mq},60$; por tanto o campo em $270^m,0$ de comprimento é que chega a comportar toda a agua que a valla debita em 3 horas. Mas este processo de calcular é na hypothese de estar o campo de nivel, o que nos não permitte apreciar rigorosamente como os phenomenos se devem passar. Introduzamos por tanto a hypothese de ter o campo um desnivelamento de $1^m,5$ em $3000^m,0$ (o que é um pouco abaixo do que tem logar nos campos do Tejo). Consideremos que decorreram as primeiras 10 horas, em que por tanto a valla deitou para dentro do campo um prisma triangular d'agua, cuja secção é representada na figura por A. Nas 10 horas immediatas, a parte do leito da valla comprehendida entre V e U, cuja secção em U é de $80^{mq},50$, tem de debitar o prisma triangular B mais o prisma quadrangular C. As áreas são respectivamente $500^{mq},0$ e $1000,^{mq}0$ e a somma $1500^{mq},0$.

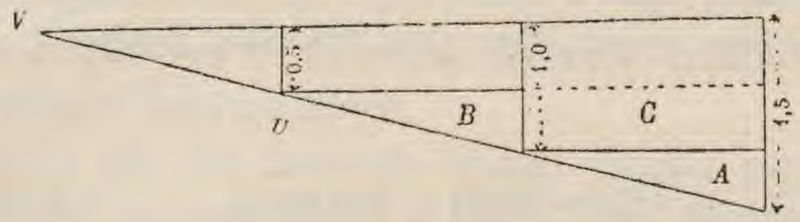


Fig. 5

Em 10 horas, continuando a suppor a mesma velocidade, pela secção U da valla, passarão $1:420.020^{mc},0$ e, dividindo este cubo pela secção, teremos o comprimento $946^m,0$, isto é, o taboleiro de colmatagem poderá ter $3000^m.0$ de comprido e $946^m,0$ de largo para ser inundado por uma valla com as dimensões anteriormente indicadas e movendo-se n'ella a agua com a velocidade de $0^m,490$ ao $1''$. Mas a agua pode mover-se com uma velocidade média de $0,^m8$

sem prejuizo do fundo e dos taludes inrelvados; e n'estes termos será o volume debitado de 2:348400^{mc},0 e a largura do taboleiro poderá elevar-se a 1545^{m}0. De resto é claro que, tendo o taboleiro aquellas dimensões, não pode a velocidade tornar-se maior e por tanto soffrer a valla deterioração. Comtudo, por este receio, só demos aquellas dimensões ao taboleiro.

XVI

Determinar o encargo aproximado que pertence a cada hectare, em consequencia dos trabalhos anteriormente mencionados.

É facil de ver que, sendo estas indicações, que fazemos apenas para um anteprojecto, não apresentaremos orçamento detalhado de cada obra, e apenas tiraremos numeros da pratica de obras identicas, a cuja construcção temos assistido, ou de que temos sido informados.

A superficie a occupar pelas obras de um taboleiro, consta de dois diques longitudinaes e de um dique transversal com a sua respectiva valla, visto que o 4.º dique que o fecha, ou é formado por montes, ou pertence a um outro taboleiro. Dois diques longitudinaes com 1545^{m},0 cada um, teem 3090^{m},0 de comprido e tendo um rasto de 18^{m},0 occupam uma area de 5$^{hect.}$,5620. O dique transversal com a valla no comprimento de 3000^{m},0 e com um rasto de 37^{m},0 occupa 11$^{hect.}$,4000. A superficie total é pois de 16$^{hect.}$,6620.

O volume de terras a remover são 52^{mq},5 × 3090^{m},0 = 162225^{mc},0 nos diques longitudinaes e mais 60^{mq},0 × 3000^{m},0 = 180:000^{mc},0 o que perfaz 342225^{mc},0.

Além d'isto temos ainda a construcção de umas comportas, cujo custo avaliaremos pelo de umas construidas para funcções analogas.

Temos pois:

Expropriação de 16$^{hect.}$,6620 a 200$000	3:332$400 rs.
Comportas	6:000$000 »
Terraplenagens 342225^{m},0 a 100 rs	34:222$500 »
	43:554$900 »

Assim pois, em 463$^{hect.}$,5 — 16^{hect},662^{0} = 446$^{hect.}$,8380, ou antes em 447 hectares, temos uma despesa de 44 contos, o que dá em numeros redondos um encargo de 99$000 rs. por hectare.

Continuando a reputar o hectare por 200$000 rs., o onus é sensivelmente $^1/_2$ do seu valor.

Devemos porém, antes de passar adiante, fazer sentir que as obras indicadas podem ter consequencias de grande alcance, e que aquelles 99$000 rs. incapazes de crescer, considerados sob o ponto de vista de um onus, poder-se-hão porventura tornar décuplos, considerados como capital.

Qual é o valor que toma um tracto de terreno que passa da condição ingrata de estar á mercê dos caprichos da atmosphera, que umas vezes o fertilisa, outras o destroe, e em todo o caso tem sempre o dono em sobresalto sobre a época da sementeira, sobre a qualidade do genero que deve lançar á terra, sobre o seu lucro incerto, etc., etc., á categoria de uma fabrica de productos agricolas, em que os revéses podem ter logar, é verdade, mas em que o lucro é quasi certo e as perdas pouco provaveis?

É esta a situação em que ficam as ferteis campinas do Ribatejo quando defendidas do modo que acabamos de indicar, e logo que se prescreva que só se abram ás cheias desde fins de outubro até fins de fevereiro, e que nos restantes oito mezes do anno se entreguem aos cuidados da agricultura.

N'esta apreciação do onus que sobrecarrega cada hectare, parece que quanto maior for o valor do terreno menor será o onus. Mas não é assim.

Se por um lado ha terreno cujo valor do hectare é muito superior a rs. 200$000, ha outros cujo valor é mesmo inferior a 99$000, importancia do onus. Mas logo que as obras exerçam sobre elles a sua benefica influencia, passarão de um valor de 60$000 rs. por exemplo, a ter um de 200$000 rs., e por tanto $200-(60+99)=41$ representarão o lucro immediato. Assim pois um sacrificio de 99$000 trará um lucro de 41$000 rs., isto é, o dinheiro ficará empregado n'uma especulação que dará immediatamente 41 por 100.

Nem pareça exageradamente baixo aquelle valor de 60$000 rs., attribuido a alguns hectares de terreno, pertencentes aos campos inundaveis do Tejo.

Ha muitissimos hectares de terreno, formados exclusivamente de silica completamente sáfaros e improductivos.

Ha muitos outros que não merecem cultura alguma, porque só até março são capazes de dar algum pasto magro a meia duzia de cabeças de gado que por lá apregoam, com os ossos descarnados, a fome que lhes mina a existencia.

Ha finalmente muitos outros, plantados de salgueiros e tamargas, por entre as quaes vegeta mesmo no verão alguma herva, que umas vezes é comida pelos animaes no proprio local e outras vezes colhida para fornecer pastos seccos. Todas estas especies de terreno serão reputadas muito caras quando se lhes attribua um valor de 60$000 rs., e serão ao contrario avaliadas por preço baixo quando se reputem valer sómente 200$000 rs., depois de duas ou tres cheias lhes terem deixado os seus nateiros.

Entremos ainda em outro genero de considerações para apreciar a relação entre o onus e o valor que os terrenos adquirem com as obras projectadas. Já vimos que os terrenos maus eram capazes de ficar com o seu primitivo valor mais do que duplicado.

Examinemos o que acontece aos bons terrenos. Nos 10 annos decorridos desde 1866 a 1876, houve 11 cheias capazes de cobrir quasi completamente os campos marginaes.

D'estas 11 cheias foram 3 nos mezes de março dos annos 1866–1867 e 1873, e uma no mez de fevereiro de 1872. As restantes 7 foram nos mezes mortos de novembro, dezembro e janeiro.

É evidente que pelo menos as 3 occorridas no mez de março inutilisaram a maior parte das sementeiras feitas.

Assim em 10 annos perderam-se 3 sementes e o respectivo trabalho. Calculando que para o trigo o trabalho de lavoura e sementeira equivale a uma semente, ter-se-hão perdido em 10 annos 6 sementes. Um hectare de terra leva, em média, 12 alqueires de semeadura, por tanto, nos 10 annos, perderam-se por hectare 72 alqueires, ou 36$000 rs. Por anno perderam-se pois 3$600 rs. e o capital correspondente a este juro perdido e a 5 por 100 são $3\$600 \times 20 = 72\$000$ rs.

Vê-se, pois, que mesmo um terreno de boa qualidade, que não tenha necessidade para ser productivo dos adubos arrastados pelas cheias, ganhará com as obras um pouco menos do valor do capital empregado n'ellas.

Além d'isso, na apreciação do onus por hectare, considerámos que o terreno occupado pelas obras ficava sem valor algum, e não é isto assim. Quando fallámos dos revestimentos que era necessario dar aos diques para se ter confiança n'elles, dissemos que precisavam revestidos de arbustos e relva que lhes protegesse os taludes. Um dos melhores arbustos empregados é a cana, que tem actualmente um valor importante para as empas das vinhas, para a formação das latadas de tomateiros, etc., etc. A relva, que é util ceifar-se, para brotar no anno seguinte com maior força, não é de certo tambem um lucro inteiramente despresivel. D'aqui resulta que o onus calculado não é porventura tão importante como se indica.

XVII

Suppomos de vantagem mencionar alguns outros fructos que se podem tirar das obras antecedentemente apontadas.

Queremos fallar da irrigação dos campos marginaes. Quando se pretendesse na actualidade aproveitar as aguas do Tejo para regar os campos marginaes, uma das maiores difficuldades seria tornal-a accessivel aos pontos interiores do campo, e é precisamente este problema cuja resolução as obras indicadas se encarregam de facilitar. Com effeito, de 1500^{m},0 em 1500^{m},0 proximamente se estende uma valla desde a margem do rio até ao interior. N'estas vallas cujo fundo projectámos sensivelmente 1^{m},0 abaixo das aguas de estiagem deve existir agua em todas as épocas do anno. Não só directamente do rio devem chegar aguas que permittam a irrigação, mas ainda quando ante as comportas se effectue um deposito de areia ou se forme um banco que estorve a entrada directa da agua do rio, como o fundo das vallas é cavado 1^{m},0 abaixo das aguas de estiagem, estas devem infiltrar-se através as praias, que obstem á entrada directa d'ellas e, ainda mais, ás vallas concorrerão todas as infiltrações dos campos e para assim dizer transformar-se-hão estas em vastos poços que mui difficilmente se esgotarão. E, quando ainda houvesse a aprehensão de que o volume da agua, accarretado pelo Tejo poderia ser anulado no verão com as multiplicadas regas, a circumstancia de funccionarem as vallas como poços alimentados pelas infiltrações do campo, tiraria a suspeita de não sobejar agua do rio para as irrigações.

Assim pois, se em differentes pontos d'ellas tivermos machinas elevatorias, poderemos, onde melhor convenha, extraíl-a para effectuar as regas.

Se convertermos uma faxa do dique transversal, formado ao longo de cada valla em uma outra estreita valla a cavalleiro do campo, como o indica a estampa junta, teremos repetidos canaes de irrigação em toda a largura do campo e canaes, que evidentemente podem regar todo o taboleiro de juzante de cada dique-valla.

É de notar que esta apropriação das obras para o effeito das irrigações, sómente introduz a despesa com a acquisição da estreita faxa de terra destinada á valla de irrigação, mas sem trazer despesa com a construcção, porque sómente se modifica a fórma do perfil transversal do dique, e não se altera o volume de terra a remover da valla de inundação, terra com a qual o referido dique deve ser construido.

As despesas por consequencia a fazer com regas, pode-se dizer que consistem simplesmente no estabelecimento das machinas elevatorias.

XVIII

Determinação da secção das vallas de irrigação.

Para entrar n'esta apreciação continuaremos a considerar que o campo a regar tem a área do taboleiro anteriormente descripto e que essa área resulta da largura de $3000^{m},0$ pelo comprimento $1545^{m},0$. A área effectiva, descontados $16^{hect},662$ occupados pelas obras, é em numeros redondos $447^{hect},0$.

Supponhamos que, durante quatro mezes, é necessario irrigar todo este terreno, bastará que as regas se effectuem de quinze em quinze dias e assim nos quatro mezes deverão effectuar-se oito regas. Sendo cada uma d'ellas com uma camada d'agua de $0^{m},05$ teremos nos quatro mezes uma camada de $0^{m},4$ de espessura. Por tanto em $4:470000^{mq}0$, são necessarios $1:788000^{mc},0$ d'agua ou em numeros redondos $1:800000^{mc},0$. Por tanto é necessario que as vallas debitem nos 120 dias de 4 mezes $1:800000^{mc},0$ ou $15000^{mc},0$ por dia. Considerando porém que se não trata d'este serviço senão 10 horas por dia, serão $1500^{mc},0$ á hora e por tanto $0^{mc},42$ por segundo.

Convindo para que a valla de irrigação não seja deteriorada pela corrente, que a velocidade média não seja superior a $0^{m},3$, torna-se necessario que a secção da valla seja $1^{mq},4$ e para não ter logar o trasbordamento $2^{mq},0$, o que se consegue com uma valla de $1^{m},0$ de alto, $0^{m},5$ de fundo e $3^{m},5$ de bocca. Para obter, n'uma valla com o anterior perfil transversal, aquella velocidade, torna-se precisa a inclinação $0^{m},00009$. Se pois uma só machina elevatoria for collocada ao meio da valla, bastará que n'esse ponto o aterro seja $0^{m},135$ mais alto que nos extremos, que lhe ficam distantes $1500^{m},0$, para que se obtenha a quantidade d'agua desejada.

XIX

Determinar a importancia das machinas elevatorias.

Precisar-se-ha elevar por segundo $0^{mc},42$ d'agua, e suppondo que se ergue em numeros redondos a $6^{m},0$ de altura, serão precisos 2520 kilogrametros ou 33,6 cavallos vapor. Por outro lado, suppondo que a bomba só emprega utilmente 0,75 da força motriz, será necessario que esta seja de 44,8 cavallos vapor.

Evidentemente uma bomba centrifuga, movida por uma machina da força de 45 cavallos, satisfaria a este serviço. Nas margens do Tejo, onde uma ou outra rara vez, se teem praticado irrigações a vapor em terrenos não prepa-

rados para tal effeito, tem-se conseguido com uma bomba centrifuga pertencente á Junta Central dos Melhoramentos Sanitarios, regar por dia mais de 10 hectares.

Não é porém com a importante despesa do capital fixo, gasto na aquisição de machinas de vapor d'aquella força, e com o capital circulante destinado a combustivel, lubrificações, reparações, pessoal, etc., que pretendemos resolver a questão das irrigações dos taboleiros de inundação.

Um outro meio muito menos dispendioso se nos offerece e muito pouco menos efficaz.

Quero fallar do aproveitamento da força natural do vento, que n'estas regiões se ergue fresco todos os dias, do quadrante do norte, depois do meio dia, em todos os mezes de verão, força que já na actualidade é empregada regularmeute, pela agricultura nas debulhas. O facto de ser rarissimo o dia em que os generos não ficam limpos por falta de vento, prova a constancia e regularidade d'esta força, com que certamente podemos contar, e que de resto se n'um ou n'outro dia pode escasseiar, em muitos outros, terá occasião de ressarcir as perdas causadas.

Pensamos, para a resolução pratica d'esta questão, construir ao longo de cada dique transversal, quatro moinhos de vento, representando cada um para $6^{m},0$ de velocidade do vento uma força de 12 cavallos vapor.

Introduzindo na formula $n S V^3$ o coefficiente dado por Colomb $n=0,03$, por nos parecer mais seguro, visto ser deduzido da observação do trabalho de grandes moinhos, em quanto que o de Smeaton $n=0,05$ é deduzido de pequenos apparelhos de experimentação, concluimos que o velame d'um moinho precisa ter de superficie $138^{mq},8$ ou em numeros redondos 35^{mq}, por vela.

Não é nosso proposito, repetimos, fazer uma descripção minuciosa de todos os trabalhos a emprehender para levar a effeito este conjunto de obras, e por isso nos abstemos de indicar as disposições que se deverão dar a cada moinho, não só para o tornar mais economico, mas para obter o maximo effeito.

Outros espiritos mais robustos e cultos, quando o Estado emprehenda taes obras, ou quando alguma companhia empenhe os seus capitaes na execução d'ellas, terão occasião de envidar os seus esforços para que a deficiencia das minuciosidades não comprometta o exito das largas obras, e para que o desbarato de pequenos reaes, não arraste a inutilisação de grossos contos.

A nós pertencem-nos sómente apreciações um pouco vagas, e por isso não deixaremos ainda de avaliar qual o onus que pode caber a cada hectare de terreno, para que adquira a qualidade de ser de regadio.

Calculando que cada bomba deve custar 500$000 rs. e cada respectiva

machina motriz 1:500$000 rs., serão 2 contos por cada apparelho e 8 contos os 4 destinados a regar cada taboleiro de 400 hectares, em numeros redondos: por tanto um onus de 20$000 rs. por hectare.

Desde que as terras tenham a faculdade de poderem ser regadas, como calculamos que ellas estariam fechadas ás cheias 8 mezes no anno, é evidente que poderiam dar duas colheitas em cada anno, sendo a primeira em junho e a segunda em outubro.

Considerando que o acrescimo de uma colheita, em terrenos que dão só uma, não lhe dobra o valor mas sómente o faz crescer de um quarto, teremos que, se ainda o hectare for reputado pela minguada quantia de 200$000 rs., se ha de elevar o seu valor a 250$000 rs., isto é, cada 20$000 rs. dispendidos converter-se-hão n'um capital de 50$000 rs.

Empenhamos-nos sempre em tornar baixos estes valores para que se não possa sequer suspeitar que ha exageração nos nossos calculos de lucro.

E, para prova d'isto, omittiremos, por exemplo, o calculo de uma beneficiação importante que d'estes trabalhos pode resultar. Referimo-nos á estrumação das terras. Todos sabem que o inateiramento dos campos corresponde a uma estrumada. Toda a gente do Ribatejo tambem sabe que nem todos os annos as aguas das enchentes cobrem os campos e que, se algumas vezes os baixos deixam de ser inundados, muitas mais os altos ficam sem ser cobertos.

Isto porém acontece, embora corram as aguas turvas e lodosas, capazes de fornecerem magnifico adubo aos terrenos, e só não lh'o dando por não os chegarem a cobrir. Assim pois, se, quando as aguas do rio correm carregadas de sedimentos. nós as elevarmos por meio das machinas e obtivermos uma enchente artificial, conseguiremos porventura frequentes vezes não só regar os campos mas regal-os com estrumes liquidos cuja importancia apenas lembro, mas não quero apreciar para que se não diga que só se apregoam beneficios.

Omitto ainda o calculo dos lucros que se podem auferir do facto de existirem, em pontos multiplicados dos campos, forças motrizes importantes.

Concebe-se perfeitamente que, a despeito da inercia proverbial dos agricultores, força negativa a que se dá o nome de rotina, n'um futuro mais ou menos proximo, a debulha dos cereaes virá a ser toda, ou quasi toda, effectuada por processos mechanicos mais ou menos aperfeiçoados, e não por meio do selvagem mangual e pela espesinhação de cavalgaduras.

Quando pois os trilhos e os debulhadores mechanicos vierem substituir aquelles artificios primitivos de tratamento das colheitas, a força dos moinhos que projectamos para as irrigações, poderá ser empregada no movimento das machinas debulhadoras, sempre que as regas dos campos a não exijam e poder-se-hão, em regra, conciliar aquelles dois interesses.

Identicamente, tratando-se das lavouras, das pulverisações por meio dos desterroadores, das sementeiras por meio de semeadores mechanicos, do amotar etc. a força motriz dos moinhos poderá ser, frequentes vezes, empregada, e representará uma economia importante de força animal, e, frequentes vezes, um aproveitamento de ensejos que, representando valores pouco comensuraveis, nem por isso deixam de ser de grande importancia.

Não faço tambem a avaliação do proveito que pode resultar das vallas de inundação, quando se trate de um melhoramento agricola de grande alcance, e de que ainda ninguem fez uso (que saibamos) nas campinas inundaveis do Tejo e mesmo em todo o Ribatejo. Queremo-nos referir á drainagem

Actualmente a drainagem é sómente exequivel em estreitas faxas de campo, isto é, nas que ficam contiguas ao leito do rio, ou nas poximidades das vallas de esgoto que correm ao longo das montanhas que delimitam o valle inundavel. É sómente praticavel em estreitas faxas de terreno, porque, desde que as tubagens collectoras tivessem de ter comprimentos de 2000^{m},0 e mais, atravessando terrenos de proprietarios differentes, o dispendio com a execução daria sómente um juro diminutissimo, incapaz de convidar os proprietarios, que em geral não são capitalistas, a darem este emprego ao seu dinheiro, que de outro modo invertido pode dar lucros remuneradores.

Porém desde que o campo fique retalhado com as vallas de inundação, que podem, ao mesmo tempo, funccionar como vallas de esgoto então a drainagem pode-se executar em geral só com manilhas ou draynos de dois diametros differentes e a draynagem tornar-se por tanto exequivel em boas condições economicas.

De resto, suspeitamos que, mesmo os melhoramentos agricolas que apontamos, como capazes de darem ao capital um emprego inquestionavelmente vantajoso, só n'um futuro remoto começarão a emprehender-se[1].

[1] Se o levantamento das aguas de dentro das vallas de inundação deve servir normalmente no verão para a irrigação por submersão dos terrenos, determinando uma segunda colheita porventura mais certa do que da primavera.

Se o levantamento d'ellas, nos invernos pouco chuvosos, deve servir para a limagem das terras, espalhando sobre o solo nateiros, que são carreados por pequenas enchentes, que mal inundam as zonas baixas dos campos, ou que nem mesmo estas cobrem, não será talvez muito menos util esse levantamento quando se atravessa um inverno como este de 1879.

Uma grande parte, senão a maxima, dos campos marginaes do Tejo, está em fins de fevereiro sem poder ser agricultada, e sem se poder prever a occasião em que as terras permittam que os instrumentos agricolas as revolvam e preparem para receber a primeira sementeira. Em muitas d'estas terras, a sementeira do trigo, que é n'esta região a mais remuneradora de todas, já se não pode effectuar, porque o enxugo posterior, rapido e

XX

Da avaliação do capital a dispender na execução das obras anteriormente indicadas e do lucro minimo que d'ellas se pode auferir.

N'esta apreciação consideramos separadamente as duas categorias de obras, isto é, as que trarão a defeza e o adubamento regular e periodico das terras e as que são destinadas ás irrigações das mesmas.

É evidente que tratando de avaliar as superficies que podem ser beneficiadas com as duas categorias de obras não podemos incluir n'ellas nem uma parte dos terrenos que ficam proximos à parte do leito do rio, onde chegam as marés, nem todas aquellas que ficam comprehendidas entre os leitos dos

completo da terra, não permitte que os trigaes se desenvolvam e sejam fructiferos. De sorte que os agricultores que no anno anterior effectuaram sementeiras, destinadas á limpeza da terra, teem de as repetir, embora n'este anno esperassem já o lucro do trabalho effectuado no anno passado, e a remuneração da reducção de rendimentos a que se sujeitaram para obterem uma colheita em melhores condições.

Não tenho todos os elementos necessarios para calcular qual o prejuizo que a agricultura da região soffre com esta successão de circumstancias, mas se avaliar que esse prejuizo tem logar só em 10:000 hectares de terreno, e se computar só em uma semente a perda, que o lavrador soffre, terei já assim uma perda de 60 contos que a ninguem aproveita e que tanto importaria ser consumida pelas chamas, ou engulida pelo mar.

Se porém as obras estivessem executadas, se ao longo das vallas estivessem dispostas as machinas elevatorias, então embora o rio estivesse cheio sempre se poderiam fechar as portas interceptoras da entrada da agua para as vallas e campos, e depois d'isso poder-se-hiam fazer funccionar as machinas, extraindo as aguas de dentro das vallas e por tanto dos campos que para ellas se esgotam, e finalmente podel-as-hiamos lançar por via das vallas d'irrigação para o leito do rio.

E, embora este trabalho exigisse uma força motriz muito importante, como o vento que trouxesse a chuva seria o mesmo que a levantaria depois de caída, esta lucta da naturesa comsigo mesma, forneceria um espectaculo mais digno e merecedor de attenção do que aquelle com que hoje tanto se orgulha o lavrador, expondo na ridicula parodia do antigo circo romano, que se chama *praça de touros,* a anachronica fera que se chama boi bravo, e que porventura nos urros da sua ferocidade, repete ao *soberano* da actualidade, que só no circo sabe ser Cesar—*morituri te salutant.*

Quando porèm mesmo a chuva incessante não permittisse tornar tão proficuo, como se antolha, o trabalho de esgoto dos campos para os adaptar ás culturas, em todo o caso lá ficava a possibilidade da rega opportuna para subministrar á terra a lentura que extemporaneamente ella tivesse perdido.

É condão das boas idéas o serem fecundas.

confluentes e as montanhas que fecham o valle inundavel. Por isto, nas áreas que vamos apontar, não estao absolutamente incluidos todos os terrenos actualmente inundaveis mas sómente a parte d'ellas a que estas obras podem aproveitar.

Na avaliação que fazemos da área, que pode ser protegida, incluimos sómente os terrenos comprehendidos entre as proximidades de Salvaterra Azambuja, e os terrenos adjacentes á Barquina para jusante.

Assim pois, avaliando sobre as plantas do Tejo a área beneficiavel comprehendida entre os limites acimaindicados, encontramos 27:234^{hect},36 ou, em numeros redondos, 27000 hectares.

Despesa a fazer com a defesa e colmatagem	
27000^{hect},0 a 99$000	2673:000$000
Despesa com irrigações	
27000^{hect},0 a 20$000	540:000$000
Total	3213:000$000

Acrescimo de valor, por se não perderem sementes nem o trabalho correlativo,

27000^{hect},0 a 72$000	1944:000$000
Acrescimo de valor pelas irrigações	
27000^{hect},0 a 50$000	1350:000$000
Total	3294:000$000

Assim pois, com um capital de 3213 contos podem obter-se 3294 contos de réis.

Nem sirvam aquelles 3213 contos de despesa provavel com as obras, que suppomos deveriam converter n'um jardim as vastas campinas do Ribatejo, para assoberbar o espirito de quem tenha em mais uma tal importancia que as vantagens provenientes dos trabalhos projectados. Effectivamente, se comparamos o custo d'estas obras com o das obras do abastecimento de agua de Lisboa, vemos que n'estas não hesita uma companhia em gastar aproximadamente o dobro, sendo ao nosso parecer talvez mais de 2000 contos uma despesa de luxo.

Não chamamos luxo ao abastecimento de Lisboa, antes consideramos que esse abastecimento em maior escala é uma necessidade impreterivel e indiclnavel. Consideramos luxo ser a agua do Alviella a que se leve a Lisboa. Se, em logar de se fazer um canal desde Olhos de agua até Lisboa, se levantasse por machinas a agua do Tejo proximo a Vallada, depois de filtrada por artefício identico ou analogo áquelle porque vae ser filtrada para o abastecimento

da cidade de Santarem, ter-se-hiam poupado aproximadamente 40 kilometros de canal, e podia Lisboa não só ser mais largamente fornecida, mas possuir melhor agua do que a das nascentes do Alviella. Por isso, se vemos uns 2:000 contos gastos sem necessidade, como não havemos de reputar possiveis obras de gasto pouco superior e de vantagens tão manifestas?!

XXI

Não é sem questão fóra de proposito, depois da exposição anterior, fazer uma pergunta importante.

Quem fornecerá o capital necessario a taes emprehendimentos?

Cremos que o capital não pode ter senão duas proveniencias; do *governo do Estado, ou de uma companhia.*

Em ambas as hypotheses as obras seriam a cada instante contrariadas e os projectos respectivos não passariam, senão muito devagar, do papel em que fossem elaborados, se porventura se não promulgasse uma lei em virtude da qual as expropriações fossem implicitamente declaradas de utilidade publica, pelo facto de serem os respectivos projectos approvados, por exemplo, pela Junta Consultiva de Obras Publicas e Minas.

Suppondo pois removido este estorvo, que seria de todos os dias, consideremos que o Estado fornecia os 3213 contos necessarios para as obras. Para que este dinheiro não fosse cercear os rendimentos ordinarios do Estado, seria necessario que o augmento do rendimento collectavel fosse de 145:800$000 réis, visto que o Estado não obteria aquelle emprestimo por menos de 6%. Mas o augmento do valor que as obras dão aos terrenos, é calculado em 3294 contos; a propriedade agricola considera-se que rende 5%; por tanto os 3294 contos renderiam para os proprietarios 164:700$000, e por tanto o Estado por via do imposto apenas poderia tirar 16:470$000.

É evidente, pois, que não seria para o Estado uma operação vantajosa ir inverter em taes obras aquelle capital, sem outra remuneração mais do que a proveniente do imposto.

Seria porém de todo o ponto justo e equitativo que, feita a avaliação dos terrenos antes de effectuadas as obras, e feita outra avaliação depois d'ellas concluidas, os proprietarios satisfizessem a differença entre o valor primitivo e o valor posterior da propriedade. E quer se obrigasse o proprietario a satisfazer de prompto o beneficio recebido (o que seria violento), quer se lhe permitisse o pagamento por meio de annuidades mais ou menos modicas, conforme o numero de annos de pagamento e o respectivo beneficio, em todo o caso sempre o Estado faria uma operação vantajosa, porque, além do acres-

simo de valor da propriedade collectavel, receberia, segundo os calculos anteriores, 3294 contos, em troca de 3213 contos que teria emprestado aos proprietarios.

Mas tal operação evidentissimamente vantajosa, a despeito da lei que auctorisasse o governo a effectual-a, tornar-se-hia exequivel?

Eis uma duvida que nos é permittido manifestar, embora tenhamos o maximo respeito pelas leis, embora tenhamos pejo de dizer que é licito a um cidadão portuguez duvidar de que uma lei, mesmo justa, promulgada no regimen actual possa deixar de ser cumprida.

Não iremos, para dar razão da nossa duvida, buscar exemplos de falta de cumprimento de disposições legislativas a assumptos muito differentes d'aquelles de que nos occupamos.

Ha dez annos, um dos ministros mais perspicazes que teem gerido a pasta das obras publicas, entre differentes medidas de grande alcance social, e que servem para demonstrar que porventura a sua administração é das mais sabias que tem passado por aquelle ministerio, conseguiu a promulgação das *providencias para a extincção dos pantanos e arrozaes.*

Segundo aquella lei, a esta hora deviam estar extinctos todos os pantanos do paiz, o que, além de um melhoramento agricola, seria uma grande conquista humanitaria, attentas as vidas e as miserias que ás povoações ruraes proximas de taes fócos de infecção se poupariam, se desapparecessem com elles os seus terriveis effeitos.

Mas, a despeito da justiça de taes disposições, em que ao proprietario de um pantano só se exigia, a curto ou a longo prazo, o pagamento do augmento de valor que a sua propriedade tivesse gosado, embora o Estado gastasse muitissimo mais do que esse augmento com as obras de extincção, e a despeito da humanidade com que se attende á salubridade publica, actualmente ainda existe quasi o mesmo numero de pantanos, e a extincção em todo o paiz talvez se não tenha estendido a meia duzia d'elles.

De que resulta a falta de cumprimento de disposições tão justas?

Parece-nos que resulta principalmente da opposição feita pelos proprietarios e da circumstancia de não desejarem os governos affrontar uma tal opposição, embora ella contrarie os interesses mais justos da sociedade.

A opposição dos proprietarios agricultores provém frequentemente da falta de estudo das condições economicas da sua industria. O agricultor não é, em geral, ao mesmo tempo capitalista, e d'aqui resulta que se um anno lhe correu menos prospero, ou pela diminuição da colheita, ou pelo augmento das despesas, é muito frequente para occorrer ás despesas ordinarias da sua industria contrahir um emprestimo; mas, em geral, o juro que elle tem de pagar é superior ao lucro que póde auferir d'esse capital applicado á sua industria,

de sorte que, no fim do primeiro anno após o emprestimo, apparece-lhe o embaraço do pagamento do juro, e para sair d'elle offerece ao credor a capitalisação. Vê-se, pois, que tal individuo deu os primeiros passos no plano inclinado que o conduz á ruina, da qual por muitos que fogem muitos mais caem.

Actualmente, a verdade é que o mediano agricultor, é o ligitimo representante do antigo vassallo do senhor feudal.

Na actualidade o primeiro barão, o que pode representar o mais nobre dos senhores feudaes, o seu rei, é sem questão o Banco-hypothecario. Em torno d'elle, do seu pendão e caldeira, volteia a grei dos pequenos prestamistas, que estorva repetidas vezes ao mediano agricultor o accesso ao Banco, para em poucos annos com o implacavel cutello da sua uzura lhe cortar a fortuna.

Não pareça que pretendemos com estas palavras censurar a instituição do Banco-hypothecario, cujos serviços reconhecemos, nem ainda a liberdade que permitte a cada cidadão reputar como lhe parece o interesse do seu capital. O que lastimamos profundamente é que os agricultores desconheçam os seus interesses que, negando-se por um lado á associação e por outro lado ao estudo das condições economicas da sua industria, preparem a sua ruina que a ninguem aproveita.

A agricultura, pois, avassallada pelo capital não admira que se insurja contra um novo senhor que lhe appareça, e que ella já conhece um pouco sob a fórma de fisco.

Nãonos parece, pois, que o governo seja a fonte mais efficaz, embora fosse a mais benefica de que poderia provir o capital para os emprehendimentos agricolas de que temos tractado.

A lei, que seria necessario promulgar para poder converter o governo em empresario de taes melhoramentos, pouco poderia differir da que se promulgasse para garantir a uma companhia o exercicio da sua actividade e os direitos do seu capital: e como por outro lado a companhia seria instigada pelo interesse proprio, embora limitado esse interesse por disposição legal, julgamos ser uma companhia o agente mais energico do conseguimento de taes melhoramentos.

De resto, aos homens versados na economia social e na sciencia de administrar incumbe a resolução de tal problema; nós apenas apontamos estas idéas no intuito de facilitar porventura essa resolução.

XXII

NAVEGABILIDADE DO BAIXO TEJO

A navegabilidade do Tejo não é uma questão tão independente da protecção dos campos marginaes, como, á primeira vista, pode parecer.

Se as obras anteriormente indicadas são, com effeito, as mais idoneas para a protecção efficaz dos campos, a construcção de diques longitudinaes é indispensavel.

A construcção de diques longitudinaes porém, para que a maior área possivel seja protegida, convém que seja feita mui proximo das margens, mas nós vimos que as mudanças de velocidade determinavam sempre curvaturas do eixo da corrente; e como por outro lado estas curvaturas teem quasi sempre logar de modo que a agua se encosta, ora a uma, ora a outra margem, é de todo o ponto indispensavel proteger estas para que as correntes não as ataquem e vão comprometter a estabilidade dos diques. De tudo isto resulta que é de primeira necessidade definir as margens e pol-as ao abrigo das corrosões.

Vê-se, pois, que a determinação das linhas de margem é perfeitamente indispensavel para se assentarem com segurança os arginamentos. Geralmente as plantações effectuadas á beira do rio são artificio sufficiente para não permittir á corrente as corrosões; outras vezes porém as velocidades das correntes não permittem que as plantas possam lançar raizes antes de serem arrastadas pela agua, e n'estas condições é indispensavel fazer primeiro obras de desvio das correntes para ao abrigo d'ellas as plantas poderem permanecer e vegetar.

As plantações por tanto podem, logo que se garantam condições de vegetação, servir para definir a largura do leito do rio.

Comprehende-se facilmente que se as arvores plantadas á beira do rio bastam para deffinir a largura do leito médio d'elle, não são ellas no entanto que devem determinar as aguas de estiagem a correr em sitios de largura tal que o tirante d'agua seja sufficiente para a navegação.

Com effeito se a largura do rio, para conter as aguas médias e as aguas das pequenas cheias, vulgarmente chamadas aziellas, precisa ser de $300^{m},0$ a $400^{m},0$, não deve esta largura obstruir-se com plantações para que na estiagem seja apenas de $70^{m},0$ a $80^{m},0$ e permitta á navegação um sufficiente tirante d'agua. É necessario por tanto recorrer a outro artificio.

Antes porém de passar adiante, convém lembrar qual é o obstaculo, que se oppõe á navegação na parte do leito do rio, comprehendido entre Vallada e Abrantes, para podermos apreciar o que haverá a fazer no sentido de tornar navegavel esta parte do rio.

Se no verão, quando o rio debita apenas de $40^{mc},0$ a $50^{mc},0$ d'agua ao segundo, em toda a extensão do leito entre Abrantes e Vallada, a agua tivesse bastante velocidade para abrir na areia um canal unico por onde ella corresse toda, comprehende-se que seria facil aos barcos d'esta carreira, que não teem em geral um calado superior a $0^{m},75$, encontrar a agua necessaria á sua navegação; mas succede que esta pouca agua frequentemente se divide em dois e tres braços, tendo cada um d'elles sondas maximas de $0^{m},5$, e n'estas condições succede que os barcos maiores chegam só de Lisboa até Vallada, para ahi passarem as suas cargas a barcos pequenos denominados *alijos*, os quaes ainda assim para subirem o rio, teem frequentemente de se reunir em frotas de 10 e 12, cujas companhas procedem á excavação do fundo do rio e, depois de um improbo trabalho, que a corrente desfaz a cada instante, começam a arrastar quasi ás costas os barcos a um e um, dando-se muitas vezes por felizes quando em um dia de trabalho insano conseguem fazer transpor aos barcos, a despeito de pequenos, uma distancia apenas de 1 kilometro.

Das observações que temos feito no rio, e que accusam em aguas de estiagem velocidades médias de $0^{m},5$ por $1''$, e que por outro lado fazem avaliar o debito do rio n'um minimo de $40^{mc},0$ ao segundo, e finalmente ainda da exposição anteriormente feita, conclue-se que as difficuldades da navegação estival resultam exclusivamente da subdivisão da corrente em outras pequenas correntes de insufficiente altura d'agua.

Torna-se, por outro lado, claro que, se para conter as aguas médias avaliadas n'um debito de uns $500^{mc},0$ e as aguas de cheias que podem attingir um maximo talvez de 13 a $14000^{mc},0$, é necessaria uma largura de leito, definida por plantações marginaes, de uns $300^{m},0$ a $400^{m},0$, quando n'esta largura correrem a seu capricho os $40^{mc},0$ d'aguas de estiagem, podem elles dividir-se e subdividir-se em innumeros córregos d'agua incapazes de se prestarem a qualquer navegação.

Conclue-se por tanto que, da largura que é necessario deixar ao rio para conter as grandes aguas e da faculdade, que essa largura permitte ás pequenas aguas de estiagem, de se subdividirem, resulta a falta de altura d'agua para a navegação estival.

Torna-se agora evidente qual o meio de que se pode lançar mão para obter no verão o tirante d'agua necessario: é elle, sem questão, obrigar a agua a passar n'um canal unico e de largura tal que a altura d'agua, em toda ou pelo menos n'uma parte d'essa largura, seja de $1^{m},0$.

Tornamos a repetir, que n'esta exposição não vamos fazer um projecto acabado; estamos apenas indicando as considerações a que nos parece que devem ser subordinados projectos difinitivos, quando algum dia se pense na execução de taes melhoramentos.

XXIII

Determinação da largura do canal de navegação estival.

Partindo dos dados anteriores, isto é, que o minimo producto d'agua de verão é $40^{mc},0$ e que a velocidade média pode fazer-se de $0^{m},5$, dispondo convenientemente o comprimento do leito para que a inclinação dê aquella velocidade, visto que da inclinação resulta a velocidade, teremos que $40^{me},0$ divididos por $0^{m},5$ dão uma secção de $80^{mq},0$. Se pois a esta secção, que será sensivelmente rectangular, dermos $1^{m},0$ de altura, teremos que a sua largura deverá ser de $80^{m},0$. Concluimos, pois, que, se podermos obter no rio um canal da largura média de $80^{m},0$, teremos a navegação estival possivel.

Para conseguir este canal bastar-nos-ha que de kilometro em kilometro estabeleçamos dois esporões fronteiros, caminhando da margem para o rio e com altura tal que, na occasião, em que o producto d'agua do rio seja de $40^{mc},0$, os esporões deixem de ser submergidos; e ao mesmo tempo os construamos com um comprimento tal que as testas de dois fronteiros deixem entre si um intervallo livre de $80^{m},0$. É evidente que de kilometro a kilometro o canal ficará perfeitamente definido, e só resta saber se nos intervallos comprehendidos entre dois esporões quaesquer e os seus immediatos de montante ou de jusante elle variará de modo que se não conservem sondas de $1^{m},0$ ou superiores.

A experiencia tem-nos mostrado que os esporões construidos dentro de agua conservam esta em repouso para o lado de jusante, em uma distancia sensivelmente egual ao triplo do seu comprimento, e para o lado de montante da mesma sorte; mas, por outro lado, a tranquilidade da agua vê-se que não deve depender só do comprimento dos esporões, mas ainda da velocidade que ella tenha, ao passar encostada ás testas d'elles, porque quanto maior for essa velocidade maior será o esforço exercido pelas moleculas em movimento para arrastar as moleculas em repouso, e por tanto mais longe se poderá propagar na região tranquilla o movimento da região agitada e por tanto menos extensão poderá ter a região tranquilla.

Ora os logares, em que observámos que cada esporão protegia seis vezes o seu comprimento, são precisamente logares em que a velocidade de estiagem é proximamente de um metro, isto é, exageradamente grande. Se pois, em

qualquer outro local considerarmos que um esporão protege seis vezes o seu comprimento, não fazemos um calculo exagerado.

Considerando que as linhas de margem do leito médio estão definidas por meio de plantações e que se deixou entre ellas uma largura de 400^{m},0, resta reduzir esta largura de 400^{m},0, de modo que fique talhado o leito de estiagem amplo de 80^{m},0. Assim pois de kilometro a kilometro ser-nos-ha necessario construir esporões fronteiros cujo comprimento sommado seja de 320^{m},0.

Se construissemos n'um certo local um unico esporão, este protegeria uma extensão total de 1920^{m},0; se ao contrario n'um local construirmos dois esporões fronteiros, tendo cada um delles metade de 320^{m},0 ou 160^{m},0, segue-se que uma mesma margem será protegida na extensão de 960^{m},0.

Assim n'estas duas hypotheses extremas ficarão: na primeira, 920^{m},0, isto é mais que o necessario e na segunda 40^{m},0, e por tanto, menos do que é preciso de margem protegida. Em hypotheses intermedias verifica-se facilmente que pode haver intervallos de extensão média de 40^{m},0 em que o canal poderá ter uma amplitude maior do que os 80^{m},0, que se lhe assignalam, e em que por tanto haverá sondas inferiores a 1^{m},0; porém como se não podem formar braços secundarios, e como, admittida a hypothese de haver só uma sonda de 1^{m},0, seria necessario, conservando-se a mesma velocidade, que a largura da secção se elevasse a 160^{m},0, o que é impossivel, e como finalmente a protecção dada pelos esporões em aguas, que tenham uma velocidade média de 0^{m},6, deve ser maior do que seis vezes o comprimento do esporão, concluimos que, distanciados os systemas de esporões de kilometro a kilometro, satisfarão cabalmente ao fim de definirem o canal navegavel de verão.

De resto estamos avaliando condições médias, e não nos propomos achar as medidas rigorosas que se devem applicar a cada ponto do rio, conforme as suas circumstancias e em harmonia com a experiencia dilatada d'estes serviços, que deve dar melhor lição do que a que possuimos, devida apenas a escassas observações praticas.

Pensamos, porém, que nos não podemos enganar muito, arbitrando em um kilometro a distancia média, que devem ter dois quaesquer systemas contiguos de esporões.

XXIV

Examinando a importancia do trabalho a fazer nas construcções dos esporões, começaremos pela breve descripção do systema que temos empregado em taes construcções.

Temos cravado, a caminhar da margem para o meio do rio, duas linhas de estacas parallelas entre si, fazendo com que as estacas da mesma linha distem entre si de $1^m,0$ e uma das linhas diste da sua parallela $1^m,0$ ou $2^m,0$. Depois, temos ligado as estacas de uma mesma fiada por meio de vigas, e as estacas de uma linha ás da outra por meio de travessas; finalmente temos enchido o vão delimitado pelas estacas, com pedra sufficientemente grossa para não ser arrastada pela agua. Nas construcções, que temos feito, d'este genero não nos tem sido necessario empregar estacas de comprimento maior de $8^m,0$, sendo todavia certo que temos executado taes construcções dentro d'agua profunda.

Torna-se necessario empregar a pedra solta para que, após as primeiras infraexcavações, a pedra possa descer e obstar a que ellas progridam extraordinariamente.

Tendo construido esporões com as larguras de $1^m,0$ e $2^m,0$ não temos encontrado que os primeiros resistam menos que os segundos, e podemos mesmo affirmar que não só sob o ponto de vista economico, como em attenção á maior facilidade de execução, a largura de um metro é preferivel, visto que tem estas vantagens sem o inconveniente de falta de estabilidade.

Outras disposições praticas poderiam indicar-se; porém não é esse aqui o nosso proposito.

N'estas construcções, conforme as localidades, tem-nos custado o metro corrente entre dez e vinte mil réis, sendo todos executados dentro d'agua: quando pois a execução de uma grande parte possa fazer-se a secco e com alturas médias, que devem ser inferiores á metade das que nos tem sido necessario dar, conclue-se que a média d'aquelle custo, isto é, 15$000 rs. é uma verba superior ao custo médio, que deve ter o metro corrente de esporão.

Assim pois, se avaliarmos em 4:800$000 rs. o custo do canal por kilometro, penso que o avaliamos em quantia superior áquella que uma administração experiente e zelosa poderá dispender.

Quando mesmo porém o custo fosse duplo d'aquelle, se advertirmos que 4:800$000 rs. é proximamente o custo do kilometro de estrada ordinaria de $6^m,6$ de largo, vemos que se obtem com o dobro da importancia uma estrada de $80^m,0$ de largo.

Se, além d'esta consideração, notarmos que nenhum genero de transporte é tão economico, como o maritimo, vê-se que não seriam nada mal empregados os 369:600$000 rs. destinados á construcção do canal fluvial, que fosse de Vallada a Abrantes na extensão de 77 kilometros proximamente.

XXV

Apresentemos ainda outro genero de considerações.

Suppondo que os 27000 hect. de terreno, protegidos e beneficiados pelas outras obras, eram destinados todos á producção de trigo, e que em média não davam mais de 5 sementes, produziriam elles por hectare um moio; por tanto 27000 moios de trigo ou um peso de 16200,0 toneladas metricas. Qualquer que seja porém a cultura, é certo que o peso dos generos recolhidos d'aquella área não pode ser inferior áquelle, visto que tomamos o genero de menor volume e peso que um terreno pode produzir.

Desde que o rio seja navegavel facilmente, em todas as épocas do anno, em toda a extensão em que estes generos se produzem, é inquestionavel que elles demandarão esta via de communicação de preferencia a outra qualquer, visto que Lisboa é o seu natural mercado de consumo, e nenhuma outra via pode competir com ella em economia de transporte.

A tarifa actual de transporte fluvial entre Santarem e Lisboa pode reputar-se de 13,5 rs. por tonelada e kilometro: suppondo que esta tarifa, depois da construcção do canal, se torna uniforme entre Abrantes e Lisboa, que distam entre si 140 kilometros, e entre cujos portos a tarifa actual é de 19 rs. por tonelada e kilometro, segue-se que, embora fossem só 16200 toneladas que houvesse a transportar entre Abrantes e Lisboa, haveria uma economia de transporte de 9:882$000 rs., que corresponde em numeros redondos a um capital de 200 contos.

Todos que teem observado o movimento do rio, sabem que 16000 toneladas é um calculo muito baixo, porque corresponderia a um percurso annual de 675 barcos, isto é, a menos de 2 barcos por dia; por tanto estamos convencidos que, mesmo para o movimento actual, a economia do transporte corresponderia a um capital muito superior ao que calculamos.

XXVI

Nas despesas, de que fizemos menção para a realisação dos emprehendimentos anteriormente indicados, poderá parecer estranho que não tenhamos enumerado a quantia provavel a dispender nas plantações marginaes, para reduzir o leito de aguas médias do rio a uma largura uniforme, que suppomos deve oscillar entre 300^{m},0 e 400^{m},0[1].

[1] Parece-nos de vantagem não deixar de tratar uma questão, que, se de certo não desperta as aprehensões dos homens que teem presenceado, com espirito esclarecido pela scienci,a os phenomenos das cheias na bacia do Tejo, pode no entanto levantar duvidas graves n'aquelles, a quem falta alguma d'aquellas luzes para os guiar na senda, de certo um pouco tortuosa, da predicção dos phenomenos que se devem seguir ás alterações feitas pela industria no regimen d'este rio.

É evidente que, se se executassem as obras, que apontamos na nossa pequena memoria, quando uma grande cheia chegasse ao seu apogeu, as aguas não teriam, para o seu movimento descencional, até chegarem ao grande estuario, que se estende desde a Povoa até Lisboa, outro leito senão o comprehendido entre os dois diques longitudinaes e marginaes, e cuja distancia pensamos que deveria regular por 600^{m},0 a 800^{m},0. Ora movendo-se na actualidade o rio por occasião das grandes cheias n'um leito, que se pode considerar de 6000^{m},0 de largura e ficando esta, por via das obras executadas, reduzida á decima parte, pode induzir este facto á aprehensão (que sei eu?) de que a agua se deveria erguer 10 vezes mais e que, por tanto, as obras não só seriam uma terrivel calamidade para os campos, apenas adviesse uma cheia após a sua execução, mas ainda as povoações ribeirinhas e aquellas, a que no interior do valle as grandes aguas lavam apenas os pés, seriam levadas ás provações biblicas, de que Noé foi o protogonista, ou ainda ao morticinio expiatorio, de que o mar Morto ficou sendo o eterno epitaphio.

Mas é bom que não desvairemos a razão com aprehensões, tanto mais aterradoras quanto mais phantasticas, e encaremos serenamente os factos e os phenomenos, e deduzamos as suas naturaes e logicas consequencias.

Todos, que teem estudado um pouco a hydraulica, sabem que os *remous*, tomados na accepção de levantamento do pello d'agua natural, proveniente de alteração n'uma secção de vasão, e não na accepção de movimento circular da agua proveniente da grande differença de velocidade de duas massas d'agua contiguas, são de duas especies ou antes a secção longitudinal feita na sua superficie livre affecta curvas de situações differentes, uma com a convexidade voltada para o leito do curso d'agua, outra com a concavidade voltada para esse leito.

Os primeiros, ou de superficie concava no sentido longitudinal, resultam d'um estreitamento feito n'uma secção de vasão, os segundos descriptos por Bidone e por elle estudados no estabelecimento hydraulico de Turim, devem sómente provir d'uma barragem

Não fizemos menção de tal dispendio, porque todos os que conhecem o Ribatejo sabem a sofreguidão com que os proprietarios marginaes desejam fazer plantações á beira do rio, não só no intuito de defenderem as suas propriedades, mas principalmente com o intuito de conquistar com pequena des-

natural ou artificial existente em toda a largura d'um leito de corrente de grande velocidade e de pequena altura d'agua, como conclue d'Aubuisson discutindo a expressão dada por Belanger para calcular a altura do resalto ou ingorgitamento.

Esta especíe de *remous*, posto que pareça deverem só observar-se em cursos d'agua artificiaes e de indole muito particular, no entanto, segundo diz o sr. engenheiro Loureiro nos seus interessantes estudos sobre o Liz, publicados em parte no numero da *Revista de Obras Publicas*, relativo a novembro de 1878, deve ter logar um d'estes ingorgitamentos na parte do curso do Liz, comprehendido entre o *estreitamento das montanhas e a ponte de Monte Real*.

Não é porém d'esta especie d'alteamentos do pello d'agua que nos temos de occupar.

Temos a tratar é da apreciação do alteamento, que deve soffrer o lume de agua para um certo volume d'ella no rio, pelo facto de se lhe reduzir a largura da secção de vasão. Esta questão proficientemente tratada, como sempre o são todas aquellas que são sujeitas á esclarecida razão do nosso mestre e amigo o sr. engenheiro Eça, pode ser examinada nas suas *Memorias ácerca do regimen do Tejo e outros rios* publicadas em 1878.

N'aquellas Memorias o illustrado engenheiro conclue, que o alteamento produzido pelo estreitamento da secção de vasão em frente de Santarem, em consequencia da construcção da ponte do Tejo e da insubmersibilidade da estrada d'Almeirim, deve ser de $0^{m},357$ para uma despesa do Tejo de $7{:}784^{mc},0$, e conclue que o alteamento resultante do prolongamento do dique de Vallada, dando em resultado o estreitamento da secção de vasão abaixo das Omnias (Santarem) deve ser de $0^{m},621$.

Se nos persuadissemos de que o sr. Eça estava tão convencido da segunda conclusão como da primeira, realmente hesitariamos em arbitrar $1^{m},0$ ao alteamento a dar, acima, do nivel d'agua da cheia de dezembro de 1876, aos diques, que n'este trabalho projectamos.

Mas o sr. Eça, que duvida da exactidão da primeira conclusão a despeito da tal ou qual harmonia, que ella aparenta com os dados da observação, porque sabe que Bresse antes de a apresentar diz: «Nous supposerons ici un cours d'eau qu'on oblige à passer dans un étranglement brusque de peu de longueur, comme celui qui est produit par les piles et culées d'un pont. La diminuition de section n'a lieu d'ailleurs que dans le sens horisontal, et le profil transversal du lit *conserve ses lignes primitives* dans la partie non occupée par les obstacles.»

O sr. Eça, repito, que duvída da conclusão tirada da formula, porque sabe que as *linhas* do perfil transversal se não podem conservar as mesmas, com mais razão duvída das conclusões de uma formula tão empirica, que nem sequer considera elementos tão essenciaes d'esta apreciação, como são o producto d'agua e a velocidade.

Tornemos saliente o absurdo, a que a dita formula conduz.

pesa um bocado de terreno ao Tejo, que, frequentemente no fim de dois ou tres annos, lhe deixa um tracto de chão soberbamente productivo para as culturas de verão, por ser muito baixo e as plantas quasi irem beber com as raizes as aguas do Tejo, que se lhe infiltram pelo subsolo.

Em frente de Santarem, a alteração feita na secção de vasão, em consequencia de se tornar insubmersivel a estrada de Almeirim reduz a sua largura de $4500^m,0$ a $700^m,0$ e esta alteração produz um levantamento d'aguas que porventura não chegará a $0^m,357$. Abaixo de Santarem a alteração da secção de vasão faz com que a sua largura de $6{:}000^m,0$ fique reduzida a $4{:}000^m0$ e a formula affirma que o levantamento do nivel d'agua será de $0^m,621$.

Não pode ser mais absurda a conclusão a que a formula de Comoy conduz, pois que sendo rasoavel e provavel acceitar a idéa de que a reducção de secção na razão 6:1 conduz a um alteamento representado por 3, não pode ser senão absurdo que uma reducção inferior a 2:1 conduza a um alteamento como 6.

Não nos podendo, pois, servir para esta questão dos elementos dados pelas auctoridades da sciencia, vejamos no entanto se a podemos esclarecer com algumas apreciações nossas, bem que ao leitor possam offerecer menos confiança. Ainda assim com o que vamos dizer poderemos não chegar a conclusões indubitaveis, mas com certeza não chegaremos a conclusões que repugnem ao simples bom senso.

Já vimos no principio d'esta pequena memoria que a formula que dá a velocidade média de um curso de agua expressa em funcção da inclinação i e do raio médio $R=\frac{S}{P}$ era $V=56{,}86\sqrt{Ri}-0{,}072$, logo que introduzissemos os coefficientes dados por Prony.

Vimos mais que esta formula satisfazia regularmente ás exigencias da pratica, embora não a tornassemos variavel por categorias de cursos d'agua, como faz Bazin assignalando quatro coefficientes differentes correspondentes, ás quatro categorias em que divide os cursos d'agua.

Não podemos pois deixar de aceitar as conclusões, a que a formula nos conduzir, como muito proximas da verdade e tudo dependerá do criterio, com que introduzirmos os elementos que devem n'ella entrar.

Ser-nos-ha permittida além d'isso uma tal ou qual competencia na critica dos elementos, com que devemos entrar na formula, sabendo-se que uns doze ou qnatorze annos de observação dos phenomenos que se passam no Tejo e campos inundaveis, nos deve garantir apreciações um pouco seguras.

Postos estes preliminares, comecemos por nos servir da formula para a avaliação do producto d'agua do rio por occasião de uma cheia, como a de dezembro de 1876.

Para isso construamos uma especie de perfil transversal theorico, fig. 6 cuja exactidão só pode ser acceita por quem tenha confiança no nosso conhecimento das localidades.

Para apreciarmos o volume d'agua total introduziremos, como aconselha Bresse, os elementos dados por cada uma das indoles bem distinctas do perfil.

Depois esta, como todas as conquistas, é uma acção um pouco aventureira.

Tanto pode o Tejo permittir e fazer com que no fim de uns dois annos se possa ter á beira do rio um bocado de horta, onde cresçam quasi promiscua-

São bem distinctas as duas indoles do perfil, uma no leito do rio e outra nos campos inundaveis, que figuramos de 5000^{m},0 de largura.

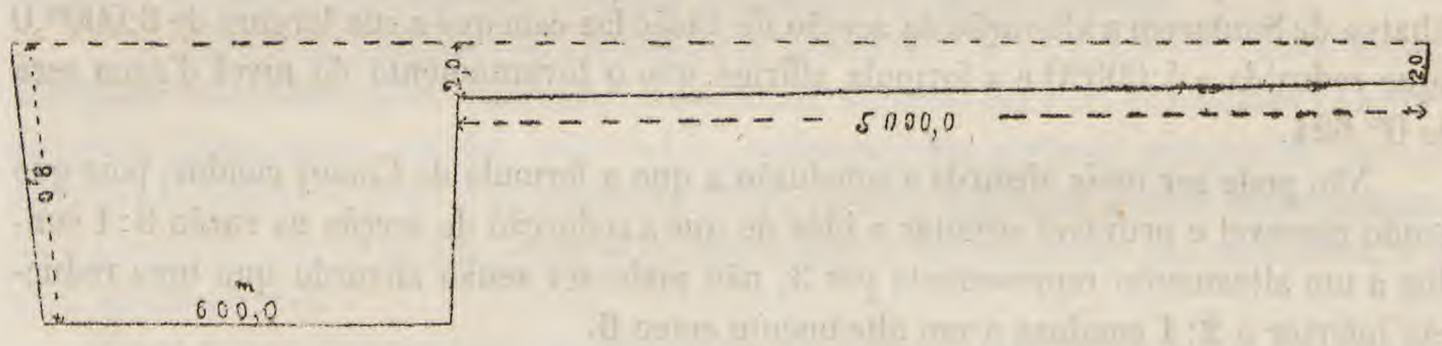


Fig. 6

Assim, na parte do perfil, que se refere ao leito do Tejo, será

Secção de vasão	S =	4800^{mq},0
Perimetro molhado	P =	616^{m},0
O raio médio	R =	7^{m},792
A inclinação do pello d'agua deduzida dos perfis longitudinaes do Tejo	i =	0^{m},0003

pondo estes valores na formula será

$$V = 56{,}86\sqrt{7{,}792 \times 0{,}0003} - 0{,}072 = 2{,}674$$

Assim pois, o volume d'agua, que o leito do rio propriamente dito leva, são

$$4800{,}0 \times 2{,}674 = 12:835^{mc},0.$$

Na parte do perfil que se refere ao campo, teremos

Secção de vasão	S' =	10:000^{mq},0
Perimetro molhado	P' =	5004^{m},0
Raio médio	R' =	1^{m},999
A inclinação	i' =	0^{m},00005

introduzindo estes valores na formula teremos

$$V' = 56{,}86\sqrt{1{,}999 \times 0{,}00005} - 0{,}072 = 0{,}496.$$

mente a melancia, o melão, o milho, as aboboras, o feijão de todas as castas, etc. etc., como n'uma primeira pequena cheia, deixar tudo desfeito e perdido todo o trabalho.

Parece que a contingencia é o que mais convida o lavrador ribatejano.

Assim, pois, o volume d'agua debitada no campo será $10000,0 \times 0,496 = 4960,^{mc}0$.

Vejamos agora até que ponto estas apreciações são plausiveis. Em 1876, tratando de avaliar o volume d'agua, que o rio deveu levar na grande cheia de 7 de dezembro, quando o hydrometro de Santarem marcou $7^m,82$ chegei á conclusão de que, sem grande erro, esse volume se podia calcular em $10:600^{mc},0$ por segundo e por isto posso com segurança affiançar que o debito, a que o calculo por via da formula nos conduz, é exagerado, o que de resto serve para a segurança das ulteriores conclusões.

A avaliação em $4960^m,6$ a que a formula nos conduz para a agua, que deve rolar n'uma cheia d'aquella magnitude sobre os campos, tambem não pode deixar de ser exagerada, embora a avaliação da secção transversal esteja exacta; não só porque consideramos que a agua se move por filetes parallelos ao eixo do rio, e quem tem observado as cheias sabe que ao passo que, se estabelecem correntes parallelas, se estabelecem tambem e porventura em maior escala outras, que fazem angulos de grandeza muito variavel com o eixo da corrente do rio e inclusivamente se estabelecem correntes para o lado de montante; mas ainda é exagerada, porque a velocidade média obtida é necessariamente superior á verdadeira, e é superior, porque, se fosse 0,496 a velocidade média, a velocidade do fundo seria sensivelmente $w = 2v - \frac{v}{0,8} = 2 \times 0,496 - \frac{0,496}{0,8} = 0,372$ e esta velocidade sabe-se que rasgaria todo o campo, acarretando-lhe a terra, e tal facto não se observa.

Temos pois inquestionavelmente que nos campos não corre n'uma cheia da importancia da de 1876, um volume de agua de $4960^{mc},0$ ao segundo e que talvez se não erre muito reputando-o em metade.

Mas continuemos a suppol-o de toda aquella importancia.

Logo que estivessem feitas as obras que projectamos, que os campos estivessem submergidos por agua que no apogeu d'uma cheia estaria completamente parada, é claro que a agua que na actualidade corré ao longo dos campos viria passar toda na largura, que lhe deixamos livre de diques e que arbitramos n'uns $800^m,0$.

É claro que essa nova agua sobreposta não poderia ganhar uma velocidade inferior á que tinha a subjacente, e que foi avaliada em $2^m,674$.

Assim pois $\frac{4960,0}{2,674 \times 800}$ será a expressão que dará a altura maxima que a nova agua deve ganhar sobre a primeira, isto é, $2^m,32$.

Introduzindo agora na formula a nova secção assim apreciada, cujo perfil seria o que se vê na fig. 7 teriamos $V = 56,86 \sqrt{0,0003 \times \frac{8256}{820,64} - 0,072}$ e a nova velocidade seria $V = 3^m,049$ considerando, bem entendido, que a inclinação se conserva a mesma.

Não posso garantir que este predicado seja privativo do agricultor d'esta região; mas vejo que, se comparo a sofreguidão da conquista, de que anteriormente fallei, com a indifferença com que o mesmo homem olha para a agua que lhe corre junto á propriedade, e que elle com rudimentar artificio podia

Tendo pois um volume total de agua de $12{:}835^{mc},0+4{:}960^{mc},0=17{:}795^{mc},0$ de passar por uma secção de $800^{m},0$ de largura, com a velocidade média de $3^{m},049$ será $\frac{17{:}795,0}{3,049\times800}$ a expressão da altura total, que tomará a agua n'essa secção, isto é, $7^{m},296$.

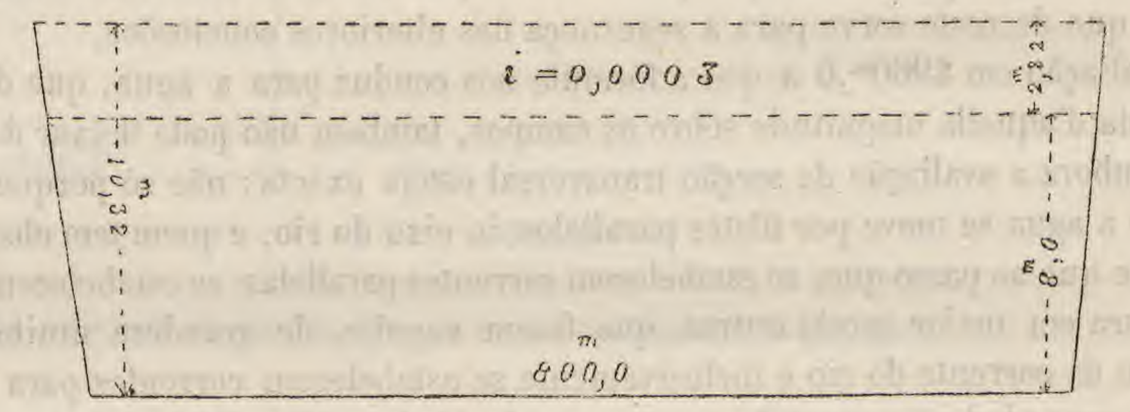


Fig. 7

Como no perfil fig. 1 tinhamos uma altura da secção de $8^{m},0$ segue-se que o *remou* ou ingorgitamento, em logar de ser positivo se torna negativo, visto ser $7,29-8,0=-0,71$.

Esta conclusão, posto que o pareça, não tem nada de absurda, ou antes, não repugna absolutamente nada que uma corrente d'agua animada de grande velocidade ao passar n'um estreitamento do seu canal se deprima violentamente. E de facto observa-se frequentemente este phenomeno na passagem da agua por entre os dois pilares ou encontros d'uma estreita ponte e ainda nos pequenos cursos de agua que são artificialmente conduzidos ás officinas.

Será devido a estas relações entre o volume d'agua, o declive d'ella, a secção do leito e o perimetro, que se observa o phenomeno do contra-declive no ponto citado do Liz?

Este phenomeno ainda menos extranho se torna a quem conhece pelas experiencias de Poncelet, Lesbros, Castel e Venturi o modo por que crescem os coefficientes de descarga por orificios á proporção que augmenta a carga sobre os mesmos orificios.

Se porém, em logar de discutirmos como devem passar-se os phenomenos quando a agua, que corre nos campos, vem passar n'um perfil transversal de $800^{m},0$ de largo, os dicutirmos considerando uma largura de $600^{m},0$ chegamos a bem differente conclusão.

Dispensando-nos de estar de novo a repetir o raciocinio para esta hypothese, contentar-nos-hemos em dizer que, em logar de negativo, chegamos a um ingorgitamento de valor positivo e egual a $1^{m},43$; por isso que chegamos a uma altura de secção de $9^{m},43$

erguer para lhe regar um canto da terra, onde deixa morrer de fome o boi que se engordaria com o resultado do seu proprio trabalho, não posso deixar de admirar esta indole (e não ignorancia) que prefere os azares do jogo ás certezas do lucro do seu esforço intelligente.

e a differença entre ella e a primitiva altura de $8^m,0$ é effectivamente aquelle numero: e ainda se considerarmos uma largura de $700^m,0$ chegamos á conclusão de que o ingorgitamento será de 0,23.

Quer para chegar a uma, quer ás outras duas conclusões, sempre partimos da hypothese de que as linhas de fundo ficavam inalteraveis.

Mas será plausivel uma semelhante hypothese?

E quando mesmo o seja, qual será mais natural admittir? O alteamento da agua, conservando-se intactas as linhas do fundo da corrente, ou diminuir e porventura annullar-se o ingorgitamento á custa das depressões feitas pelas aguas no fundo em que se movem?

Eis o que vamos esclarecer.

Quando se começou a construcção da ponte sobre o Tejo em Santarem, corria ao longo da margem direita, e no local onde hoje está o encontro norte d'ella, uma pequena lingua d'agua d'uns $20^m,0$ ou $30^m,0$ de largura e com uma pequena profundidade. D'esta lingua de agua para o sul estendia-se um areial, que ia até mais de meio do rio, e junto á margem esquerda e sul é que se estabelecia a corrente d'agua de estiagem.

D'aqui resultou que a empresa constructora poude armar a secco os caixões de ferro, alicerces dos 3 ou 4 primeiros pegões da ponte. Sobrevieram depois d'isto as cheias de 1876 e 1877 e desde a margem norte até ao meio do rio é que se estabeleceu o leito de estiagem, ficando desde menos de meio d'elle até á margem sul, um areial que permittiu a construcção a secco dos restantes pilares. Ainda que esta pequena historia dos acontecimentos, que determinaram uma tal ou qual facilitação do estabelecimento dos alicerces da ponte de Santarem, tenha alguma pequena e involuntaria inexactidão, podemos no entanto resumir do seguinte modo o movimento dos areiaes no local d'esta ponte.

N'uma extensão d'uns $200^m,0$ de largura um areial que saía talvez $1^m,0$ fóra das aguas de estiagem, foi arrastado ficando no seu logar uma corrente com $2^m,0$ talvez de altura média. N'uma outra extensão d'uns outros $200^m,0$ de largura uma corrente que no verão teria uma altura média de $1^m,0$ foi entupida por uma praia que sae uns $2^m,0$ fóra das ditas aguas de estiagem. Isto é, no mesmo perfil transversal, houve uma mudança de areiaes, produzindo uma alteração de secção de $1200^{mq},0$.

Mas poder-se-ha perguntar qual foi a enorme força que foi capaz de produzir um tal trabalho?

Não precisamos ir procurar a uma grande cheia a força necessaria para o produzir Bastam-nos estas pequenas cheias de $5^m,0$ e $6^m,0$ de altura, em que este inverno de 79 tem sido prodigo. Consideremos uma cheia em que o rio apenas rola pelo seu leito uns $4{:}000^{mc},0$ d'agua ao segundo.

Com este, relativamente pequeno, volume d'agua, animado de uma velocidade média não inferior a $1^m,4$ teremos uma força viva representada por $4{:}000{:}000^k,0 \times 1,4^2 = 7{:}840{:}000^{km},0$.

Assim não inclui nas despesas de defesa as plantações marginaes, porque, salvas raras excepções, e excluidos os proprietarios que trazem as terras arrendadas, todos iriam effectuar plantações, logo que se lhes indicasse a faxa em que eram convidados a effectual-as.

Vimos que a alteração da secção seriam uns 1:200^{mq},0 e, reputando que a alteração tinha logar em 1^{m},0 de comprimento, seriam 1:200^{mc},0 de areia a remover. Reputando em 2,0 o peso especifico da areia (o que é exagerado) teremos que o trabalho necessario para erguer aquella massa de areia a um metro de altura serão 2:000$\times$1:200$\times$1^{m} = 2:400:000^{km},0 e teria por tanto a natureza em 1$''$ sobeja força para effectuar um tal trabalho com os 7:840:000^{km},0 de que a agua dispõe.

Com mais forte razão, pois, para fazer descer aquella massa de areia n'um plano mais ou menos inclinado, e notando que o peso d'ella perde 1000^{k},0 por metro cubico não tem a agua só força sobeja mas sobejissima.

Ainda ha mais. A natureza não costuma fazer os seus trabalhos, assim n'um segundo, n'um instante; não o precisa fazer.

A natureza tem deante de si todas as eras futuras; pode proceder pausadamente.

Suppondo pois que lhe aprazia empregar no trabalho da remoção das areias sómente 40:000^{km},0 ao segundo, teria em uma hora tido occasião de desenvolver uma força de 144:000:000^{km},0 o que serviria não para remover 1:200^{mc},0 de areia a um metro de distancia no leito do rio, mas para os erguer a 60^{m},0 de altura.

Teremos pois a veleidade de acreditar que a agua tendo força para cavar um leito á sua vontade, ha de ter (permitta-se a expressão) a paciencia de se deixar empoleirar só para se não dar ao incommodo de fazer um trabalho que lhe é tão penoso como a nós o de sustentar a caneta, com que escrevemos, ou então quererá ella ter a delicadeza e a deferencia com a areia de a não levantar do seu leito para a não incommodar?

Mas demos muito de barato que uma cheia da importancia da de 1876 podia soffrer, em consequencia das obras feitas, um ingorgitamento, de 1^{m},0, mesmo de 1^{m},5 seria isto razão sufficiente para que se não executassem as obras?

Depois de tudo que acabamos de dizer, nimguem pode querer insistir em acreditar que em cheias communs de 6 e 7^{m},0 no hydrometro de Santarem, devam as aguas soffrer um ingorgitamento de 1^{m},0 ou de 1^{m},5. Este phenomeno extraordinario só pode ter logar quando se repitam essas extraordinarias enchentes, cuja lembrança vae ficando registada na memoria dos povos, que as affrontam, e que repetem com palavras morosas de espanto. Oh! A cheia de 33! A de 55! E a de 76?!

Então, porque n'este mundo ha épocas calamitosas, havemos deixar-nos ficar de braços cruzados, pávidos de terror á espera que a calamidade nos tire d'elle?

Porventura o legislador deixa de aperfeiçoar a legislação e adequal-a aos habitos dos povos, não perdendo de vista o alvo do sentimento do justo, porque, apenas sobrevem a guerra extrangeira ou se levantam as tempestades politicas intestinas, só se pode ouvir no meio do fragor das batalhas a estridente voz da lei marcial?

Mas deixemos á tribuna a declamação e sigamos friamente, chãmente, as nossas considerações.

Não entra no plano d'este nosso trabalho indicar algumas das disposições regulamentares que é, de primeira intuição, necessario estabelecer para complemento dos artigos do Codigo Civil que tratam o assumpto n'uma generali-

Supponhamos que por 1897 se repetia uma cheia como a de 1876, visto que parece ser de vinte e um annos o periodo d'estes phenomenos, e que vinha por ahi abaixo *o alcaide de Villa Velha* com o seu enorme bastão de 25^{m},75 [1] experimentar se estavam seguras as obras para o melhoramento do regimen do Tejo. Aconteceria então que as aguas erguendo-se 1^{m},0 mais do que se ergueram em 76, passariam por cima de todos os diques; no entanto se elles estivessem escrupulosamente uns nivelados e outros parallelos á inclinação do lume d'agua do rio, sem que possamos afiançar que ficassem incolumes, podemos todavia garantir que as ruinas soffridas por elles e as que adviriam aos campos, seriam em muito menor escala do que as que teriam logar para uma cheia como a de 1876, encontrando os campos no estado actual.

Ha ainda a attender ao que aconteceria ás povoações que são inundadas.

N'estas, haveria um maior numero de casas, ás quaes chegaria a agua e por tanto um maior numero de moradores que teriam de se refugiar longe dos seus lares; mas para estes factos costuma dizer-se que um mal *dividido* por maior numero de pessoas se torna mais pequeno; e depois não seriam mais uns palmos d'agua os que trariam mais sezões e typhos aos habitantes das povoações inundaveis. O grande flagello que atormenta estas povoações não é a importancia da inundação, são no estio as consequencias da propria inundação, e essas consequencias derivam não da altura que toma a agua, mas da demora que ella tem dentro das habitações, e essa demora está subordinada aos phenomenos meteorologicos e não á alteração do regimen do rio.

Pouca gente infelizmente pensa em tirar áquellas povoações as pessimas condições de salubridade, em que se encontram, quando atravessam annos de chuvas demoradas: e ellas pela sua parte ignorantes da propria situação, preferem porventura pagar um triste imposto de vidas e miseria, a fazer um sacrificio pecuniario para se libertarem da doença e da morte prematura.

Com respeito á navegação em nada nos assoberba a circumstancia d'ella ser difficultada com o augmento de velocidade, proveniente da diminuição da secção de vasão que as obras determinem.

Quasi ninguem se preoccupa com a difficuldade da navegação estival do Baixo Tejo, embora essa difficuldade chegue ao ponto de terem os barcos, com meia carga, de ser levados quasi litteralmente ás costas no descenso e o que mais é na subida: e todavia não é para satisfazer a nenhuma outra necessidade que se impõe este violento tributo de improbo trabalho aos que se dedicam á industria dos transportes, a não ser que se queira chamar necessidade ao desleixo e incuria com que se tem tratado a navegação do Baixo Tejo.

Então a incuria pode desculpar a difficuldade durante tres mezes da navegação es-

[1] Os maritimos, na sua linguagem pittoresca, chamam ao Tejo, em uma cheia, *alcaide de Villa Velha;* e a de 1876 ergueu-se no hydrometro d'aquella villa a 25^{m},75.

dade, que não basta para a policia do rio e margens; porém não devemos findar estas considerações sem apontarmos uma tal necessidade, que a nossa situação mais que muito nos tem feito conhecer.

tival e o aproveitamento do rio, como fonte de riqueza agricola, não deve desculpar alguns dias de difficuldade, ou mesmo impossibilidade, só da navegação ascendente? Avesso modo será este de apreciar as questões.

Deixando estes differentes aspectos sob os quaes se tem encarado a questão dos ingorgitamentos, vamos tratal-a sob um outro, e para começar romperemos por uma asserção que deve á primeira vista parecer paradoxal.

Se um dia fossemos encarregados de elaborar projectos difinitivos das obras, apontadas na memoria, tratariamos de promover os ingorgitamentos da corrente, mesmo para o caso de pequenas enchentes, isto é, aproximar-nos-hiamos de uma vasão livre de 600^{m},0 de largo em logar de nos aproximar-nos de uma de 800^{m},0 em que, se o ingorgitamento não for negativo, deve com toda a certeza ser nullo.

As razões do nosso proceder seriam as seguintes.

Em primeiro logar, quanto mais estreita for a facha de leito que deixarmos ao rio para se mover nas suas grandes e pequenas aguas maior será a superficie que entregaremos á agricultura. Se pois sem prejuizo do movimento das aguas podessemos conquistar-lhe 100^{m},0 de largura teriamos nos 70 kilometros, em que se estendem as obras feito uma acquisição de 700,0 hectares e não são para despresar os 140 contos em que se pode reputar o seu minimo valor.

Em segundo logar se conseguissemos que, mesmo nas cheias regulares, em que as aguas actualmente ganham sobre os campos uma altura média de 1^{m},5, chegassem ellas a ganhar uma altura de 2^{m},5 teriamos metido dentro dos taboleiros de colmatagem cuja superficie total avaliamos em 27:000,0 hectares um volume d'agua a mais de 270000000^{mc},0.

Se calcularmos que o deposito deixado por cada metro cubico é de 4 litros teriamos obtido um volume de 1:080000^{mc},0 de nateiro depositado a mais.

Por toda a parte na Estremadura um metro cubico de estrume animal importa pelo menos em 2:000 rs. para ficar incorporado ou antes espalhado na terra, em que tem de se empregar: reputando pois em $^{1}/_{4}$ o valor d'aquelle adubo porventura não menos fertil do que o outro que, apesar de mal aproveitado em geral, nem por isso deixa de ser amontoado e depois carregado, depois ainda transportado, e, finalmente espalhado pela mão do homem, teremos que por cada cheia que se erga mais 1^{m},0 se espalharão por esses campos 540 contos de réis.

Valerá pois a pena de promover os ingorgitamentos das cheias?

Parece-nos que ninguem, que levante duvidas só com o fim de se esclarecer, poderá hesitar em dar resposta affirmativa.

Ainda acrescentaremos para pôr termo a estas considerações.

Quando no fim de annos sobrevenha uma grande cheia, d'estas que já na actualidade são calamitosas, porventura não terão as anteriores, beneficas, pago adiantadamente e com usura os desastres que a outra possa causar?

Affirmando-o é a nossa humilde bem que intima e profunda convicção.

A falta absoluta de disposições regulamentares que definam os direitos e deveres correlativos dos proprietarios confinantes, que se chamam d'um lado, como dono dos rios navegaveis e fluctuaveis, o Estado, e do outro os proprietarios marginaes d'estes rios, mostra até que ponto tem sido descurado entre nós o regimen das aguas correntes.

Não cabe pequena responsabilidade aos poderes constituidos, pela desordem em que deixam correr as relações entre o Estado e os proprietarios marginaes, e é muito para notar, que, tendo-se em 1864 publicado o decreto relativo á policia de estradas e caminhos de ferro, tenham decorrido quinze annos até 1879, e não tenha apparecido decreto ou lei, que regule a policia d'estas outras estradas, que se chamam rios, e que por serem primogenitas parece que, não sendo primeiro consideradas, devel-o-hiam ser pelo menos ao mesmo tempo.

É realmente para ficarmos tomados do mais assombroso espanto, o considerarmos que em grande parte este supremo despreso pela legislação dos rios, é que faz que estes mananciaes de riqueza, que a natureza nos prodigalisou, debaixo do bello sol que disfructamos, fiquem por esse despreso convertidos no inverno em flagellos assoladores, e no verão em vastos armazens de peste, que sacrificam o homem e os animaes domesticos.

FIM DA PRIMEIRA PARTE

PARTE SEGUNDA

PAPER SECONDARY

ELEMENTOS DE UM ANTEPROJECTO

DE

NAVEGAÇÃO DO TEJO

ENTRE ABRANTES E A FRONTEIRA

SEGUNDA PARTE

Depois de termos indicado, na primeira parte d'esta memoria, qual o trabalho que deverá executar-se, para facilidade da navegação estival, na parte do Tejo comprehendida entre Abrantes e Vallada, pode parecer mal que deixemos abandonado de todo, o estudo a porção do rio comprehendida entre Abrantes e a fronteira d'Hespanha, ou, mais propriamente, entre Alvega e a fronteira, visto que proximo d'Alvega é que a indole do Alto-Tejo se começa a manifestar francamente.

É d'este estudo que nos vamos presentemente occupar, e n'elle trataremos tambem de apreciar se a obra é economicamente exequivel, isto é, se o capital n'ella dispendido poderá ter rendimento remunerador.

Actualmente o Tejo é facilmente navegavel entre Lisboa e Vallada, em todas as épocas do anno, quer o rio vá cheio, quer em aguas médias, quer leve só aguas de estiagem, porque as correntes não são demasiado rapidas, e, quando n'um ou n'outro ponto a subdivisão da corrente em differentes braços, faz com que cada um d'elles tenha pequena altura d'agua em algumas horas do dia, vem a maré fazer como que barragens periodicas ás correntes parciaes e altear-lhe o tirante, de modo a fornecer sufficiente agua, mesmo aos barcos de grande lotação fluvial.

Parece, pois, que tendo-se resolvido o problema technico, de tornar possivel em todas as épocas do anno a navegação do Tejo entre Vallada e Abrantes, nada mais haveria a fazer para incitar os poderes publicos a effectuarem um tal melhoramento; não fomos porém de tal opinião no nosso anterior trabalho, e, ao passo que tratamos de demonstrar que, pelo modo por nós pro-

posto, tinhamos resolvido technicamente o problema da facilitação da navegação estival entre Vallada e Abrantes, empenhámo-nos tambem em convencer os leitores de que o dinheiro empregado pelo Estado, na execução de taes trabalhos, teria sobeja remuneração nas economias dos transportes feitos pela mesma via depois de modificada.

Assim, n'este segundo trabalho, não só trataremos de resolver o problema technico da facilitação da navegação do Alto-Tejo, mas ainda estudaremos a questão economica para apreciarmos se o capital empregado em tal emprehendimento é capaz de dar lucro sufficiente.

Como todos sabem, as obras, que a humanidade executa visam differentes alvos, miram a differentes fins. Umas vezes servem para satisfazer necessidades imperiosas, accudir á salvação de riquezas, etc. São exemplos salientes d'esta especie de trabalhos: as construcções em que nos recolhemos; os portos de abrigo, onde as mercadorias vindas de regiões longinquas se protegem de uma hora de vendaval, que pode sepultar com ellas no seio das ondas as vidas dos que as conduziam; finalmente as vias de communicação entre centros de producção e centros de consumo, estabelecendo o nivelamento entre as necessidades e os meios da sua satisfação e fazendo com que uns não regeitem por inutil aquillo de que outros morrem à mingua.

Estes trabalhos tem sempre garantido o juro do capital respectivo, apenas finda a construcção. Com effeito, a hora de vendaval pode sepultar, não o dinheiro equivalente ao juro de muitos annos do capital gasto na construcção do porto, mas pode sepultar de prompto mais que o proprio capital, mesmo sem attenção ás vidas.

Um anno de producção excepcionalmente abundante, pode fazer que se desperdicem riquezas tão valiosas, como a via de communicação, cuja falta as fez inutilisar. Ainda bem que vão já remotas as épocas calamitosas, em que, na propria Europa e a um canto d'ella, morriam de fome milhares de pessoas em quanto em outros nadavam em esteril riqueza alguns milhões.

Outras obras ha, em que o lucro se não faz de prompto sentir; vem mais tarde a remuneração dos sacrificios feitos na sua execução.

São manifestos exemplos de tal especie de trabalhos a charneca que se desbrava, a matta que se semeia, o caminho que se abre para o local onde a natureza offerece um monopolio, para cuja exploração só falta o homem.

A matta ao principio dá só cuidados; mas passado tempo quasi não dà senão lucro. Em quanto se rasga o caminho para o monopolio quer elle se chame mina, quer floresta, quer campo uberrimo, não ha senão fadiga mas depois vem quasi exclusivameute a remuneração e a paga dos sacrificios feitos.

Uma terceira especie d'obras são as destinadas á lisonja da phantasia.

Todos as emprehendem, excepto o miseravel, que mendiga o proprio sustento. Entre as magnificencias do Trocadero e o caramachão de canas, que o aldeão faz nas horas de ocio ao canto da sua propriedade, ha só a differença que um lisongeia a vaidade do Paris que se alimentou em 1870 de pão feito de gesso, e o outro a do pobre homem que se alimenta toda a vida do pão negro da cevada.

Do consorcio d'estas especies resultam hybridos mais ou menos fecundos, conforme por exemplo se casam as duas primeiras ou as duas segundas.

No estudo que vamos fazer, parece-nos que demonstraremos a juncção das duas primeiras especies e que os seus productos serão animadores da riqueza publica do nosso paiz.

I

Antes de começarmos a exposição dos trabalhos, que nos parece deverem emprehender-se para levar a effeito a facil navegação do Alto Tejo, julgamos de todo o ponto necessario fazer uma rapida descripção d'esta região, pouco conhecida do nosso paiz.

A natureza, dizia o velho aphorismo, *non facit saltum*. E com effeito, na questão da transição do Baixo para o Alto Tejo, não é o aforismo senão mais que muito verdadeiro. O Baixo Tejo, se tem a sua indole francamente manifesta, desde Villa Franca de Xira até pouco antes de Tancos, ou pouco acima da Barquinha, começa ahi a estar indeciso entre qual das indoles deve adoptar.

Umas vezes, as montanhas formadas ainda de chão aravel, reclinam as suas encostas suaves longe do leito do rio, deixando entre si vastas campinas que o Tejo atravessa, fazendo assim uma imitação do amplo valle do Baixo Tejo. Outras vezes, as montanhas que fecham o valle, caminham uma para a outra, e quasi que o obstruem, estrangulando a campina com as suas rudes encostas eriçadas de saliencias de rochas primitivas, em que algum musgo ou alguma aroeira começam o trabalho de desagregação que deve dar depois a outras plantas o seu torrão de vegetação.

Ao chegarmos á Barquinha, teem terminado pelo Norte as ferteis campinas denominadas campos da Gollegã e encontramos o rio encostado ás faldas dos montes em que assentam as charnecas de Tancos.

Pelo sul porém, ainda em frente da Barquinha, observam-se as planicies da Martintina, que só terminam na povoação do Arripiado.

Começa n'este ponto o primeiro estreitamento violento do rio, dando origem ao pégo de Tancos, onde se vê o legendario e derrocado castello de Almourol, assente sobre uma ilhotade granito, cuja situação pittoresca não é menos formosa que as testemunhas, sobre ella erguidas, das velhas edades.

Bem que não seja mais de tres kylometros a extensão do pego de Tancos propriamente dito, no entanto, até á pequenissima mas garrida villa de Constancia, edificada á foz do soberbo Zezere, tributario do Tejo, a indole pouco varia e mais parece, navegando-se entre Tancos e Constancia, que se percorre um lago do que um rio, quando as nascentes do Tejo estão um pouco exhaustas e as catadupas do Zezere se lhe não precipitam no leito.

Uns dois kilometros a montante de Constancia, alarga-se de novo a bacia inundavel do Tejo, e, sem chegar a attingir as grandes dimensões das vastas bacias que se chamam campos de Vallada, de Salvaterra, de Almeirim etc. no entanto chegam a medir larguras totaes, comprehendido o alveo do rio, de tres kylometros. Não se demora porém por muito espaço esta aberta indole do valle. Ao fim de uns nove kilometros rio acima, chega-se ao Tramagal e ahi terminam as varzeas inundaveis, continuando o leito do rio confrangido entre as encostas dos montes, até chegar á alterosa villa de Abrantes.

Um pouco a montante d'ella, de novo os montes recuam, uns sobre o norte, outros sobre o sul, para cederem o passo a campinas inundaveis nas grandes enchentes e atravessadas por pequenos ribeiros tributarios do Tejo. E, se estas ainda são soffrivelmente amplas para excederem em largura o que teem de comprimento, Tejo acima, breve terminam os seus planos horisontaes; pois em se chegando ás alturas da povoação do Pego, uns quatro kilometros a montante de Abrantes, pode-se dizer que desappareceram completamente as campinas inundaveis do Tejo.

Com este desapparecimento porém ainda não se encontra a feição pronunciada e difinida do Alto Tejo. Effectivamente ainda entre o Pego e o porto da Concavada, que fica na margem esquerda, uns dois kilometros abaixo de Santo Antonio de Alvega, o solo aravel predomina sobre os afloramentos das rochas primitivas, e as encostas ainda mal vestidas das folhas do schisto e das pontas do granito, não teem o aprumado das encostas que mais ao diante se encontram.

Entre Santo Antonio de Alvega e o porto da barca da Ortiga, ainda n'um ou n'outro ponto se observam, pelo alto dos cabeços, tractos de terreno avermelhado, revelando a sua pequena edade geologica, mas d'ahi para montante e até á fenda da serra, que a linguagem vulgar no seu estylo pittoresco chamou Portas de Rhodam, só se vê a vetustez das primeiras edades do globo, e, quando os ultimos raios do sol poente avermelham as cristas das duas serras que o Tejo divide, e doiram as nuvens sobre ellas poisadas, parece assistirmos ao espectaculo das primeiras scenas geognosticas, quando o mar todo era uma nuvem, e n'ella se reflectiam os raios luminosos d'esta brasa ardente, que se chama hoje terra.

Desde a Ortiga até ás Portas de Rodam, ha uma indole unica, sempre

caracteristica, sempre uniforme, nunca desmentida. O rio corre sempre angustiado entre duas escarpas, que se pode quasi dizer se não afastam mais de 200^{m},0 uma da outra; visto que, mesmo acima dos pontos, a que a agua chega nas grandes enchentes, pontos que são situados em plano superior uns 20^{m},0, ao da estiagem, as encostas seguem quasi aprumadas, isto é, fazendo com a vertical, angulos talvez nunca superiores a 45°. O valle formado por estes montes, que d'esta sorte é sobremodo estreito, segue a direcção geral de OSO para ENE, porém isto não impede que nas successivas contorsões siga umas vezes quasi a direcção do sul e outras positivamente a linha do norte.

N'estes zigzags e contorsões, algumas raras vezes o fundo, onde correm as aguas de estiagem, alarga-se um tanto, formando bacia um pouco mais ampla; mas é breve esta modificação e quasi se não percebe senão fazendo exame attento. A uniformidade de aspecto do rio é tal que será difficilimo, a quem uma vez só tenha feito o percurso do Tejo, entre Alvega e as Portas de Rhodam, reconhecer, uma outra vez, que ali passe, pela simples inspecção, o sitio definido, onde se encontra, e se se encontra em local proximo das Portas ou proximo de Alvega.

Ao chegar-se uns mil e quinhentos metros antes das Portas de Rhodam um outro aspecto se depara. Áquella distancia, a jusante das Portas, a bacia alarga-se extraordinariamente, e, se as aguas são de estiagem, veem-se duas amplas praias, uma de um e outra do outro lado do leito semeadas de calháu rolado, todo polido pelo movimento das aguas e das areias e reflectindo raios solares de mimosas côres, como o azul desvanecido, o branco perola, e o brando côr de rosa. E um grande numero d'ellas, com este mimo de aspecto, são imponentes pela sua grandeza. Grande é o numero dos que medem volumes de 2^{mc},0 a 4^{mc},0.

O homem, nas suas creações mythologicas dos Titans e outras, jámais pôde imaginar seres contingentes que realizassem os trabalhos que a natureza com o simples recurso das leis immutaveis tem levado a cabo, mesmo sómente no pequeno recinto do globo que habitamos.

Quantos milhares de seculos não decorreram para que o Tejo, tendo começado a precipitar-se de uma altura de 300^{m},0 aproximadamente, tenha chegado a fazer, em uma serra de quartzo e schisto, a fenda por onde actualmente a atravessa?

A natureza escolheu o ponto mais fraco da serra para fazer a sua primitiva catarata, lançou-a no logar da linha vertical de juncção do quartzo com o schisto, de sorte que hoje tem a porta um extranho aspecto. A hombreira esquerda é de schisto e tão caracteristicamente folhoso que a uma porção d'ella chama o vulgo a *livraria;* a hombreira da margem direita é de quar-

tzo, cujas massas fendidas ameaçam a todo o instante esmagar quem atravessa embarcado o estreito vão d'aquella porta collossal.

Os enormes calhaus rolados, que se vêem dispersos pelas praias anteriores ás Portas, são os restos da parede, que n'outras eras fechou a fenda actual, que o rio abrio para a sua saída.

A montante das Portas, a bacia de novo se alarga e os depositos de alluvião, que actualmente cobrem as rochas primitivas nos cabeços dos montes mais baixos que as serras das Portas e onde não chegam, nem parece poderem chegar as maiores cheias actuaes, indicam claramente que outras eras decorreram em que o rio depositava ali os seus nateiros.

No porto de Villa Velha de Rhodam, que fica dois kilometros a montante das Portas, ainda se conserva bastante ampla a bacia e, se de novo o fundo do valle, onde o rio corre, se estreita tanto ou quasi tanto como se estreitou desde Alvega até ás Portas, o aspecto da região no entanto é menos rude, attendendo a que as encostas se reclinam mais e a que os depositos d'outras eras lhe deixaram uma camada aravel menos mesquinha. Assim segue o rio até á fronteira de Hespanha na foz do Sever.

II

Depois da breve descripção que temos feito, não se pode ainda concluir quaes as circumstancias que determinam as difficuldades da navegação do rio: são essas circumstancias que importam uma descripção que procedemos a fazer.

Seria demasiado largo fazer a enumeração de todos os passos do rio, que offerecem difficuldade de uma certa indole, e mencionar depois as pequenas alterações que essa indole typo soffre, conforme as circumstancias locaes, para depois passar ao exame de um outro passo e assim por diante.

Não só seria larga e porventura infructifera essa descripção, como é demasiado difficil ter no gabinete todos os apontamentos indispensaveis para indicar a respeito de cada altura d'agua as diversas difficuldades que se levantam em cada local diverso.

Para facilitar pois a exposição, parece-nos de vantagem classificar as difficuldades e não fazermos menção dos diversos sitios e das diversas circumstancias que as originam.

Os factos, que impecem a navegação, desde que o rio leva aguas médias até que leva aguas de estiagem, podemos referil-os a tres generos: o primeiro é a grande velocidade das correntes nos sitios chamados rapidos, cachões e cascalheiras, velocidade que difficulta sobre modo a navegação ascen-

dente; o segundo é a desegualdade, quasi por toda a parte, do fundo do qual se erguem pontas de rocha que, se n'uma certa altura d'agua não podem arrombar os barcos por estarem muito mergulhadas, n'outra altura d'agua quasi que afloram, sendo no entanto impossivel vel-as; porque a frequente falta de transparencia da agua não permitte observal-as; o terceiro finalmente é o que resulta do excesso de profundidade, nos sitios chamados pégos, que não permitte o emprego de varas, como propulsores dos barcos, sendo além d'isso a velocidade da agua, em certos estados do rio, sufficientemente importante para que os remos não sirvam de propulsor efficaz.

Quando as aguas são baixas, a superficie liquida pode comparar-se a um leito de estrada em que successivamente se vão encontrando rampas e patamares.

As rampas são os rapidos, cachões e cascalheiras; os patamares são os pégos e algumas vezes são os pégos verdadeiros patamares, onde os instrumentos de medir velocidades não accusam nenhuma e, pode dizer-se, indicam a perfeita horisontalidade da agua.

É facil de perceber a razão de ser dos pégos. Em extensões do rio algumas vezes de kilometros, como em Belver e Amieira por exemplo, o leito de estiagem é um pouco mais largo que o commum e o fundo desce a algumas dezenas de metros, mas repentinamente não só a largura diminue, mas o leito se levanta, formando assim uma garganta, por onde a agua se precipita em geral para um outro pégo. Comprehende-se, pois, que havendo uma bacia bastante ampla, que se enche por uma porção reduzida do seu contorno e se vasa por outra porção não menos reduzida d'elle, a velocidade dentro d'essa bacia seja necessariamente insignificante. Por isso quando as aguas são taes que, para a passagem do seu pequeno volume em movimento, bastam as estreitas gargantas entre as quaes ficam contidos os pégos, nada admira que a sua superficie fique quasi completamente nivelada na maxima extensão dos mesmos pégos.

Como vimos, as gargantas por onde a agua se precipita de pégo para pégo, resultam de um estreitamento no sentido transversal e ao mesmo tempo de um levantamento do fundo; concebe-se por tanto que, se as aguas ganham altura bastante para passarem sobre a especie de parede transversal que lhes barrou a passagem, então, embora a queda tenha logar da mesma altura, porque, se se ergueram as de montante da garganta, tambem se ergueram proporcionalmente as aguas de jusante d'ella, no entanto como o comprimento da linha inclinada, que representa a queda d'agua, augmenta, a velocidade do rapido ha de diminuir, e irá tambem por outro lado diminuindo a extensão do pégo em que o pello d'agua se possa considerar horisontal.

Á proporção que as aguas se forem alteando, percebe-se bem que se irão

alongando as linhas inclinadas e diminuindo as que figurámos horisontaes, de modo que estas se cheguem a annullar, e entre os dois extremos consecutivos de cada pégo haverá uma linha pronunciadamente inclinada. Concebe-se assim que a forte differença de nivel que dá origem a um rapido, distribuida por todo o comprimento de um pégo, tirará á agua d'este a sua indole tranquilla ao mesmo tempo que rouba á agua do rapido a sua exagerada velocidade.

Mas tambem se vê que, se em geral o alteamento da agua destroe os rapidos das aguas de estiagem, pode fazer nascer outros em aguas médias. É evidente que, se as duas linhas de fundo, d'onde nascem as encostas, conservassem sempre a mesma distancia entre si e, se as encostas tivessem sempre superficies com a mesma inclinação a respeito do horisonte, á proporção que as aguas crescessem, alargaria a bacia, em que se movessem e nada alteraria o seu regimen; mas os factos não se passam assim.

Não só as linhas de intercepção dos planos das encostas com o plano do fundo se afastam e aproximam caprichosamente, mas ainda as encostas eriçadas de pontas de rochas se inclinam differentemente a respeito do horisonte. D'aqui resulta que as secções de vasão, em differentes pontos, umas vezes crescem com os seus dois elementos, altura e largura e outras vezes quasi não crescem senão á custa da altura. Percebe-se por tanto que n'uma extensão de leito, que era pégo em aguas de estiagem, possa haver um estreitamento de secção de vasão, em um ou mais pontos, e ficar o pégo dividido em dois ou mais separados entre si por um ou mais rapidos.

Um dos logares do rio onde é mais caracteristico o phenomeno de darem as grandes aguas origem a um rapido, é o sitio das Portas de Rhodam, que em aguas de estiagem é um pégo pouco extenso, mas muito definido e em aguas altas se converte n'um rapido que não ha barqueiro por mais ousado que se atreva a descer.

Temos fallado de rapidos, cachões e cascalheiras, como synonimos de pontos em que a velocidade da agua é sobremodo importante, convém no entanto definir cada uma d'estas expressões que não são indifferentemente empregadas pelos maritimos do Alto Tejo na sua nomenclatura peculiar.

Rapido é, frequentes vezes, um termo generico, que abrange a idéia de cachão e a de cascalheira, mas é mais commumente o nome dado ao local onde a agua, ao mesmo tempo que se precipita com bastante velocidade, desce no entanto com a superficie lisa, como nos descarregadores, cujo lençol é afogado.

Chama-se *cachão* ao rapido em que a agua, saindo de uma garganta de contorno muito irregular, se precipita tambem n'um fundo eriçado de pontas de rocha, d'onde resulta que as golas d'agua se dividem, e na sua queda ennovelando-se e fazendo espuma, simulam gigantesca caldeira, em que a agua ferva em cachão.

Finalmente *cascalheira* é o local, em que a barragem, que fecha o pégo, não é formada de rocha nativa, mas de calhaus rolados, transportados pelas grandes aguas, os quaes se dispõem em plano inclinado e apresentam á agua um leito muito pouco liso, por isso que frequentemente tem cada um d'elles o volume de um e dois decimetros cubicos, d'onde resulta descer a agua com a superficie toda ondulada, como o é o fundo em que se move.

Depois d'esta exposição tornam-se claros os obstaculos, que se oppõem tanto á navegação ascendente como á descendente; parece-nos no entanto não ser inutil individualisar esses obstaculos para mais salientemente fazer sentir a conveniencia da sua remoção.

Vamos suppor sómente aguas de verão, por serem aquellas em que a navegação é menos trabalhosa, e deixar á imaginação de cada leitor architectar as difficuldades com que lucta a pobre gente, que se dedica ao rude mister de tripulante de embarcações do Alto Tejo.

Examinemos a navegação ascendente.

Supponhamos um barco saindo de Alvega e dirigindo-se a Villa Velha de Rhodam.

Ao sair d'aquelle porto, durante algum tempo, encontra não só a agua com velocidade relativamente pequena, isto é, não attingindo $1^m,0$ ao segundo, mas ainda um tirante d'agua, nem tão pequeno que o barco dê no chão, nem tão grande que as varas não possam funccionar como propulsores; por isso n'este primeiro bocado de caminho, apenas o emprego de uma boa porção de força muscular é sufficiente para ir fazendo subir o barco. Em breve, porém, esta situação relativamente boa termina, e os maritimos acham-se a braços com a difficuldade de subir um rapido. N'estas circumstancias os tripulantes são obrigados a fazer aproximar o barco de uma das margens, escolhendo uma pequena enseada, em que a corrente seja pouco sensivel, para que possa costear sem risco. Ahi uma parte da tripulação salta em terra e a bordo conservam-se dois homens. Os homens, que saltam em terra, levam uma corda bastante comprida, a que dão o nome de sirga, uma das extremidades da qual tem sido enfiada pelo tope do mastro, e fica atada á ré do barco. Desenrolando a corda e caminhando pela margem, os tripulantes procuram, a montante do rapido, um ponto fixo ao qual possam atar uma roldana, que tambem levam. Umas vezes esse ponto fixo é um argolão de ferro, que foi previamente chumbado na rocha, outras vezes a propria ponta de uma rocha serve para a fixação da roldana. Enfia-se na roldana a extremidade da corda que os barqueiros levam, e verifica-se se ella está sensivelmente no mesmo nivel do tope do mastro. Se assim acontece, procede-se á allagem do barco; se porém a roldana está em plano muito mais baixo e proximo do que passa pelas bordas do barco, então com uma segunda corda chamada revés

ou cabresto se puxa a sirga de modo a aproximal-a do nivel dos leitos da embarcação.

Estando a sirga presa no barco á altura da roldana, um dos homens de bordo afasta o barco da margem por meio da vara, e impelle-o para a corrente, em quanto o outro dirige o leme no mesmo sentido. Entrando o barco na corrente. começam os de terra a puxar a sirga e os que vão no barco dirigem-no, um com o leme, outro com a vara, de modo a caminhar pelo ponto mais franco do leito, ou pelo menos veloz, conforme ha ou não por onde escolher. A direcção dada pelo leme é algumas vezes sufficientemente efficaz, mas muitas outras é indispensavel que o homem, que leva a vara e vae á proa, a auxilie para evitar os escolhos, que elle pode ver e o do leme não chega a perceber.

Acontece tambem ser o rapido muito extenso, e, não dando a sirga o comprimento sufficiente, haver necessidade de mudar a roldana de terra para outro ponto mais a montante. Sendo assim, é frequente estar esse ponto mais alto que o primeiro, e n'esse caso ha necessidade de deixar levantar a sirga dentro do barco, o que se consegue deixando alongar o revez. Como esta operação precisa ser rapida, succede que o revés se alarga de mais, e a sirga começa a puxar o barco pelo proprio tope do mastro, ao mesmo tempo que o barco, descaindo um pouco, entra com o leme n'um remanso. N'estas circumstancias deixa de ter governo pela popa e o homem da proa pode não ter força com a vara, ou esta mesma não a ter, para aproar o barco á corrente. D'aqui resulta que elle offerece o costado, e, como é sollicitado pelo tope do mastro, a corrente volta-o, e n'estas extremidades a sirga, não tendo força para o suster, rebenta, e o barco descendo atravessado e quasi cheio d'agua, desfaz-se pelas pontas das rochas, deixando os tripulantes mal feridos e outras vezes mortos.

Para que se não pense que só os que vão embarcados, correm os riscos da viagem, vamos dar outra variante da scena anterior.

Algumas vezes não se torna necessario servirem-se das roldanas para allarem o barco, por ser a força de tres ou quatro homens sufficiente para o fazer subir, sollicitando-o directamente. Para fazer esta e outras sirgagens, teem aquelles maritimos uns bocados de corda atados em fórma de azelha, a que dão o nome de collares, porque os põem a tiracolo.

D'estes collares postos a tiracolo pende uma ponta de corda, que se ata á sirga, por onde é puxado o barco. Os maritimos, depois de enfileirados uns adiante dos outros, atam cada um o seu collar á sirga, e ficam quasi invariavelmente ligados a ella, ou, pelo menos, podendo com difficuldade desprender-se da mesma.

Se acontece pois, por qualquer circumstancia, que o barco se atravesse

um pouco á corrente, ou seja pela que anteriormente apontámos, ou seja pelos homens da vara e do leme, que o governam, terem empregado mais força do que a devida, então, a despeito dos maritimos da sirga escorarem as pernas contra as saliencias das rochas e se agarrarem a outras com as mãos, é frequente não desenvolverem a força necessaria para deterem o barco e o aproarem á corrente d'agua, e, se tal succede, como lhes não é possivel de prompto desligarem-se da sirga, o que lhe acontece é serem arrastados, deixando pelas pontas das rochas bocados da propria carne, quando não deixam os ossos e a vida. N'este mister não se pode dizer que se lida nas pugnas incruentas do trabalho. Mais de uma vez, sem prazer, fomos um pouco actores em scenas analogas ás anteriores, e podémos apreciar a naturalidade, com que a gente d'aquelle mister se arrisca a perder a vida por uma quasi miseravel remuneração. É difficil a qualquer maritimo fazer uma viagem de ida e volta ao Alto Tejo, sem regressar ferido. Vamos, no seguimento da descripção da viagem do barco, indicar outras peripecias da navegação, de cuja relação se concluirá o risco de ferimentos, a que os tripulantes andam sujeitos.

Transposto um rapido, entra-se geralmente em um pégo, onde as sondas oscillam entre $4^{m},0$ e $10^{m},0$ pela maior parte. Não é possivel empregar as varas como propulsores, em consequencia da profundidade, e tão pouco os remos são motor efficaz para um barco, transportando umas 12 a 15 toneladas metricas, e tripulado por 4 ou 5 homens; recorre-se por isso á sirgagem. Uma parte da tripulação, pois, caminha por terra puxando á sirga, em quanto a bordo sómente o arraes fica para dirigir o leme. Caminhando pela margem, os maritimos são forçados pela asperesa do caminho a afastarem-se da orla extrema d'ella e a afastarem-se por tanto do barco, bem como o barco é repetidas vezes obrigado a desviar-se para o meio do rio, para evitar as pontas de rocha, que afloram; d'aqui resulta que os $60^{m},0$ ou $80^{m},0$ de sirga, que ficam entre os barcos e os maritimos, formam um seio muito importante, que a cada passo se prende pelas pontas de rocha, entrepostas entre os homens de terra e a embarcação; é indispensavel pois, que um outro homem se occupe constantemente do que se chama *safar a corda*.

Este trabalho percebe-se bem que exige bastante agilidade, para andar saltando, como um cabrito, de ponta para ponta de rocha, a desprender a sirga d'aquellas em que ficou embaraçada. Por melhor olho que se tenha na escolha das pequenas superficies para onde se pode e deve saltar, nada mais facil do que escorregar um pé, do que errar um salto, e como n'este exercicio vão nus os pés e as pernas, coisa frequente é um dedo esmagado ou uma perna rasgada. Depois este serviço é executado por turnos, de sorte que n'uma mesma viagem todos o teem feito menos o arraes; assim pois é mui difficil, como diziamos, fazer uma viagem d'estas sem ser ferido.

Como é facil de inferir, do que temos dito, a força do vento, quando favoravel, pode dizer-se que não é aproveitavel senão nos pégos; nas cascalheiras, no entanto, quando apresentam uma largura importante ainda pode servir esse vento, porque, embora uma lufada possa impellir o barco mais a um lado ou a outro e fazel-o bater no fundo, como os fragmentos da rocha não teem arestas vivas, não ha a recear um arrombamento.

O vento por tanto é um pequeno auxiliar e ainda mais pequeno se torna attendendo a que as contorsões do rio, se umas vezes fazem que sopre á pôpa, pouco depois dão ao barco direcção, em que elle lhe sopra pela proa.

N'estas alternativas de maior e menor difficuldade de ascenso, se percorrem os 47 kilometros que vão de Alvega a Villa Velha, ponto extremo, que não é costume ultrapassar, tratando do transporte de mercadorias.

Na viagem de descenço os perigos só são menores, quando um bom arraes dirige a manobra da embarcação. Comprehende-se que não haja risco algum ao percorrer os pégos, se, não sendo desfavoravel o vento, o barco é apenas impellido pela força dos remos. Havel-o-ha no entanto e tamanho, como na subida, se é necessario empregar a sirgagem, e por tanto indispensavel safar a sirga.

No descenço de uma cascalheira, ou de um rapido propriamente dito, não ha tambem risco, logo que o barco, impellido pelos remos com força, adquire uma velocidade muito maior que a da corrente, e por tanto pode ter no leme governo efficaz para se desviar de alguma rocha nativa, que exista no precurso da ladeira de agua, ou ao fim d'ella.

Não é o mesmo, porém, no descenço de um cachão, ahi não só o lençol de agua é ordinariamente estreito, mas ainda além d'isso não segue uma linha recta. D'aqui resulta que se não pode remar durante o tempo que o barco desce a ladeira de agua, e por tanto só antes de chegar a ella é que se pode imprimir ao barco velocidade tal, que elle possa ter governo durante a descida, e por tanto fazer-se-lhe seguir a curva da ladeira do cachão. Percebe-se no entanto que, se a embarcação foi impellida com menos força do que a necessaria, e se por tanto não pôde obedecer ao leme ou este foi manobrado de modo que o barco, evitando algum rochedo, d'onde sae uma corrente lateral foi impellido por esta para a margem opposta, então a ruina seja completa e que ás vezes, um bocado de mastro seja o maior estilhaço que resulte do naufragio.

Quando os cachões são, pois, muito angustiados, não só pela pequena largura do lençol, mas tambem pelo arrebatamento das curvas que este segue, é prudente descer de *roda atráz*, isto é, prender o barco pela sirga e fazel-o descer vagarosamente, sendo a pôpa o que marcha adiante. Por este processo ficam dois homens a bordo, um á prôa outro á pôpa, com varas, para evitar

que o barco se encoste a alguma rocha, em quanto os de terra vão largando, pouco e pouco, a sirga, para o deixar descer com pequenissima velocidade.

É facil de ver que este descenso não é isempto de risco, com quanto seja bem menor do que o que se corre, quando o barco desce affoitamente o cachão, com uma velocidade ainda maior que a da corrente.

De resto, ao passo que os barcos no ascenso vão sempre de conserva, ao menos por grupos de dois, no descenso caminham isolados, e por tanto a tripulação de cada um vae entregue aos proprios recursos. D'aqui resulta que, se no ascenso, pelo menos duas companhas envidam os seus esforços, para fazerem montar sem avaria cada barco, no descenso, em geral, só dois homens estão em terra para lhe largar a sirga e o deixar descer vagarosamente, e nem sempre é força sufficiente para esta manobra, quando não empregam alguma machina que lh'a multiplique.

Para comparar as difficuldades do ascenso com as do descenso, parecenos util dizer que um barco, levando viagem prospera, não vae, de Abrantes a Villa Velha de Rhodam, em menos de quatro dias de verão, e, achando um bom ensejo d'aguas, que o não obriguem a descer frequentes vezes de *roda atraz*, nem tendo vento que lhe estorve o andamento, pode vir de Villa Velha a Abrantes em oito horas.

Nos dias de verão chega-se a trabalhar doze horas por dia, e assim, ao passo que na subida se gastam quarenta e oito horas, na descida gasta-se seis vezes menos, e pode-se dizer que o esforço é dez vezes menor.

III

Conhecidas agora, de um modo mais ou menos preciso, as difficuldades que se offerecem a esta navegação, convem expor summariamente a natureza dos serviços, que se teem emprehendido, para as atenuar de modo mais ou menos importante.

Um dos trabalhos mais antigos, que se encontra, é a construcção de muros parallelos ao eixo da corrente, estabelecidos no leito do rio, em pontos, onde ha rapidos, e destinados (esses muros) a definir golas d'agua sufficientemente amplas, para os barcos poderem caber n'ellas, permittindo assim que barqueiros menos experientes nos segredos dos passos, possam affoitar-se a dirigir barcos sem correrem grande risco de os fazerem naufragar.

D'estes trabalhos ha apenas dois exemplares, um proximo a Alvega e denominado canal de Alfanzil, outro um pouco a jusante das Portas de Rhodam, denominado canal dos Braços. O primeiro toma o nome do sitio onde é

estabelecido, o segundo de serem tres os muros, dando assim origem a tres braços do rio.

O canal de Alfanzil, se não está, esteve muito tempo obstruido por areia e fragmentos de rocha que o rio ali depositou, inutilisando-o completamente e abandonando-o em aguas de estiagem para correr encostado á margem esquerda.

Os canaes dos Braços funccionam ainda na actualidade em certas alturas d'agua, não sendo no entanto a passagem por ali muito menos arriscada do que por qualquer outro cachão, com quanto, segundo consta, seja muito menos do que antes de executado aquelle trabalho.

Outro genero de obras é o destinado á diminuição da velocidade dos rapidos, diminuição que se tem conseguido, bem que em pequena escala, com tres especies de serviços.

O que primeiro occorria era o desmoronamento das construcções que os povos das localidades tinham feito, umas para pescar, e outras para dirigir a agua a azenhas de moer cereaes, e que, apertando o rio em differentes pontos, determinavam rapidos e cachões artificiaes. N'estas demolições procurou-se quanto possivel conciliar os interesses da navegação com os das pequenas industrias da pesca, e da moagem, acontecendo que, se uma saliencia artificial, chamada pesqueira, defrontava com uma saliencia natural da margem opposta, e esta era de desmoronamento tão difficil como aquella; demolia-se esta, quando isso era bastante, e deixava-se aquella, para poder continuar a deixar o exercicio da industria da pesca ou da moagem ao respectivo constructor.

Outro expediente que occorreu para facilitar a navegação em os logares denominados cascalheiras, e em que a velocidade era exagerada, foi a limpeza d'ellas, isto é, a extracção dos calhaus rolados, que formando açude, obrigavam a agua a cair em pequena distancia de grande altura. É evidente que removida grande quantidade d'essas pedras, embora a agua continuasse a cair da mesma altura, como se alongava a distancia entre o ponto d'onde caía, e aquelle para onde se precipitava, a inclinação tornou-se menor, e por tanto diminuiu a velocidade.

Percebe-se no entanto que este genero de limpeza não é duradoura, embora se removam os calhaus rolados para grande distancia, porque se não é possivel concorrerem estes a entulhar o mesmo local, que foi desobstruido, outros vindos de montante pelas grandes aguas em tempo mais ou menos largo, formarão outra barreira que de novo precisará ser removida.

Como vimos, os estreitamentos de secção, que originam os rapidos, podem tambem ser formados pelas rochas nativas, que não só se aproximam no sentido transversal, mas ainda se erguem do fundo do rio, era, pois, trabalho ditado pelo simples bom senso e pela primeira inspecção das localidades, onde

se dão taes circumstancias, ampliar as secções tanto no sentido vertical como no horisontal.

Tem sido este trabalho executado pelos differentes engenheiros, que se teem succedido na administração das obras do Tejo, com maior ou menor solicitude, conforme os recursos pecuniarios que os governos do Estado lhes teem ministrado e conforme ainda a attenção que os outros variados serviços de tal commissão lhe tem permittido prestar.

O quebramento das rochas submergidas, trabalho sempre difficil e dispendioso, a despeito da barateza das materias explosivas empregadas, tem dado em geral bom resultado, tornando mais franca a passagem dos cachões e mesmo tornando-os menos tortuosos; no entanto mais d'uma vez tem acontecido, após o quebramento das rochas, ficar o cachão menos accessivel para algumas alturas de agua.

Percebe-se com effeito que, por exemplo, tornando-se a secção mais larga pode o lençol de agua diminuir de espessura, e ficar em differentes pontos com tirante insufficiente para a passagem d'um barco.

Percebe-se tambem, por outro lado, que o quebramento das rochas do fundo, pode fazer recuar para montante a dobra do lençol de agua, e n'esse local começarem a aflorar pontas de rocha em maior numero do que as que foram destruidas. Estes novos estorvos á navegação teem sido removidos com solliciude, não inferior áquella, com que os anteriores tinham sido destruidos.

De todos estes esforços tem resultado melhoria importante nas condições de navegação do Alto Tejo; porém, a despeito de todos elles, e zombando dos sacrificios pecuniarios que os diversos governos do Estado se teem imposto, determinadamente desde 1850 a esta parte, a navegação offerece ainda as peripecias mais ou menos tragicas e as scenas mais ou menos violentas que tratamos anteriormente de esboçar e que supponho se repetirão, sempre que os barcos se aventurarem n'esta expedição perigosa, e quando sómente sejam empregados os artificios anteriormente indicados para remover as actuaes difficuldades.

Em resumo podemos dizer, que os trabalhos até á actualidade, tendo diminuido de modo importante os perigos da navegação, pouco teem poupado a força motriz de transporte.

Ainda ha a mencionar outro genero de trabalhos, destinados a facilitar a alagem tanto no ascenso como no descenso.

D'antes caminhavam os barqueiros, que sollicitavam a sirga do barco, pelas encostas invias que formam as margens, e ao esforço de tracção tinham de juntar a difficuldade do caminho, que em alguns pontos, como na parte da margem fronteira á foz de Ocreza, se tornava completamente impraticavel, por ser uma parede de granito lisa e quasi aprumada, talhada pela natureza. Para

remover estas difficuldades dos caminhos de alagem, se construiram os chamados sirgadouros, que umas vezes são estradas excavadas nas rochas dos contrafortes, outras são muros que atravessam as ravinas, e outras finalmente são um alisamento feito nas encostas.

Comprehende-se, sem mais commentarios, a importancia e utilidade d'estes pequenos caminhos, que umas vezes são estabelecidos n'uma e outras vezes na outra margem do rio, conforme aquella que mais se aproxima do leito, para que entre o caminho e o barco se interponha a menor distancia possivel. É certo que, apesar da melhor escolha dos traçados dos caminhos, não é possivel fazer que entre elles e o barco deixem de se interpor pontas de rocha nativas, que obrigam a distrair um barqueiro na faina de *safar a sirga*. É ainda certo que, se para uma dada altura d'agua no rio, a altura do sirgadouro é vantajosa, deixa de o ser para outras, e frequentemente os tripulantes teem de abandonar o caminho artificial pelo pessimo caminho natural, porque, apesar de tudo, este se lhe torna mais vantajoso.

Ainda é de mencionar o estabelecimento dos cabrestantes aperfeiçoados, que teem o nome de guinchos, nos pontos dos sirgadouros onde se lança a sirga para fazer subir um rapido. Postos 4 homens ás manivellas dos guinchos, podem em pouco tempo alar um barco até entrar no pégo de montante, o que se conseguiria em muito mais tempo e com muito maior esforço se se empregassem os systemas de roldanas (a que dão o nome *d'apparelhos*) e de que os barcos sempre veem munidos para as eventualidades dos grandes esforços de tracção nas subidas.

De tudo o que temos dito, e da circumstancia de se passarem muitos dias successivos, mesmo nas boas estações do anno, sem que se encontrem barcos subindo ou descendo o Tejo entre Villa Velha e Santo Antonio d'Alvega, devemos concluir que é mais honorifico do que real o titulo de rio navegavel, que se dá ao Tejo na parte comprehendida entre aquelles dois pontos.

Mas poder-se-ha conseguir tornar esta via de communicação real, efficaz e animadora do nosso commercio e ainda do do paiz visinho?

É o que vamos estudar nos capitulos seguintes.

IV

Comecemos pela questão technica.

Quando tratámos das difficuldades da navegação, dividimol-as em tres categorias: 1.ª excesso de velocidade: 2.ª falta de tirante: 3.ª excesso de profundidade d'agua.

Vamos indicar pela mesma ordem os meios que nos parece poderem-se

vantajosamente empregar para remover respectivamente cada uma d'ellas; mas, antes de começarmos essa exposição, devemos fazer uma observação importante.

Não pensamos em tornar o rio navegavel em occasiões extraordinarias, como são as que se dão, quando teem logar as cheias. Não se diga porém que por isso se deve tornar inacceitavel qualquer projecto.

Ninguem pensa em negar aos Oceanos a sua perfeita navegabilidade, nem pessoa alguma pode contestar aos mares a benefica influencia que teem exercido, como agentes naturaes dos progressos da humanidade no caminho da civilisação. Ao passo que, n'um relancear d'olhos através da historia e dos tempos, vemos as serranias e as florestas do Norte e Oriente vomitarem sobre o Occidente a barbarie encarnada nos Alaricos, Gensericos e Attilas, vemos em planos mais longiquos d'este quadro, mas porventura mais illuminados e brilhantes, a cultura grega baloiçando-se nas ondas do Mediterraneo transformar a Roma dos reis na Roma dos Cesares.

Em quanto no centro da Europa vemos o feudalismo e a polyarchia a debaterem-se em pugna quasi esteril, presenceamos o magnifico espectaculo das *frotas da nova Tyro*, edificada *na occidental praia lusitana*, levarem *por mares nunca d'antes navegados* ao extremo Oriente o facho puro do Evangelho; bem que reflectido nas laminas brilhantes das espadas dos seus guerreiros.

Mas, a despeito dos portuguezes terem desfeito as velhas superstições do *mar tenebroso* e outras, que vedavam o caminho relativamente facil do Oriente e barravam toda a passagem para o Occidente e Novo Mundo, nem por isso, quando ruge o vendaval e sobre cada montanha d'agua do Oceano se ergue um Adamastor, as frotas actuaes deixam os seus portos de abrigo e expõe os seus costados de ferro á furia da tempestade. Estes factos extraordinarios, mas ainda um pouco frequentes, não tiram aos mares a sua navegabilidade, e por tanto pela circumstancia de não acharmos expediente para tornar o Alto Tejo navegavel em todos os dias do anno, deveremos tirar-lhe a qualidade de navegavel.

Começando pois por atacar a circumstancia da grande velocidade actual das aguas, vemos que nada mais facil do que dividir o leito em successivos degraus como se faz nos canaes de linhas divisorias, ou canaes *à point de partage* (como chamam os francezes) e que, dividido o leito em degraus nivelados, fica ou pode ficar ao mesmo tempo removida a difficuldade da falta de tirante d'agua nas peqneuas aguas de verão. Comprehende-se porém que estabelecidas as barragens, que devem constituir no leito uma successão ininterrupta de pégos, recaimos na difficuldade de fazer aos barcos passar por essas barragens, quer subindo, quer descendo. Ha muitos seculos porém trouxe o celebre Leonardo de Vinci á França a resolução d'este problema por um

seu conterraneo, cujo nome parece que a historia deixou de inscrever, apesar de não ser menos merecedor da consideração da humanidade do que o dos Riquets ou dos Craponnes.

Estabelecido em cada barragem um systema de comportas, formando eclusa garante-se a subida, bem como a descida dos barcos de pégo para pégo, e ao passo que fica assim removida a difficuldade da navegação, resultante dos excessos de velocidade, fica tambem removida a difficuldade mencionada da falta de tirante d'agua.

Comprehende-se porém que aproximar um barco da porta de jusante de uma bacia de eclusa, quando ao lado d'ella se precipita com terrivel fragor o resto da agua do rio, é comettimento que nenhum tripulante ousaria emprehender, quando mesmo fosse dos que na actualidade affrontam os perigos da navegação do Alto Tejo.

A disposição, pois, d'estas bacias de eclusa tem de ser particular e privativa d'este genero muito excepcional de navegação.

Antes de expormos as minuciosidades da construcção ou construcções, que propomos, resumamos em poucas palavras a essencia da obra

Propomo-nos construir um canal lateral ao Tejo no proprio leito do rio, isto é, aproveitando uma grande parte das margens do rio, como margens do canal, excepto nos pontos onde devem existir as eclusas.

Tão proximo a uma das margens (por exemplo a direita) quanto ser possa, constroe-se um muro sensivelmente parallelo a ella e liga-se o extremo de montante d'esse muro com a dita margem, por meio de um outro pequeno muro transversal, cujo capeamento esteja á altura do do primeiro. Parallelo ao muro longitudinal e do mesmo comprimento d'elle constroe-se outro muro. Estes dois muros parallelos tendo no extremo de jusante umas e no de montante outras portas de eclusa formarão a bacia d'esta ou o *sas* (como chamam os francezes)[1].

Do extremo de montante do muro, parallelo ao que primeiro se construiu encostado á margem direita, faz-se nascer a barragem que (já se vê) tem de se prolongar para a margem esquerda. A barragem, nascendo no muro com a

[1] Não é da minha indole deixar de dar ao meu nobre amigo o sr. visconde d'Athoguia um testemunho publico da gratidão, em que lhe fico por ter com o seu habil lapis, illustrado o meu pequeno trabalho, desenhando a perspectiva que virá a ter uma porção do Tejo, quando estejam realisadas as obras que proponho.

Tornar accessivel aos menos illustrados na arte das projecções a idéa clara da obra a emprehender é um serviço importante, que eu não poderia prestar aos que porventura se interessam por um melhoramento de tão grande alcance, se não fôra o amavel e habil concurso de tão estimavel quanto sympathico cavalheiro, com cuja amizade muito me honro.

mesma altura d'elle, vae-se successivamente abaixando até topar n'essa margem. É claro que a barragem precisa, junto á margem, ter só a altura necessaria para que, durante a estiagem, o pégo, que d'este modo se obtem acima da eclusa, tenha sufficiente agua para a navegação.

Por outro lado convém que a altura do descarregador da barragem vá successivamente alteando da margem até á eclusa, e ao mesmo tempo siga uma linha obliqua ao eixo da corrente, como se vê do alçado e planta junta, para que a agua precipitando-se do descarregador faça o respectivo cachão, tão longe quanto possivel do barco que atravesse as portas de jusante da eclusa.

No perfil transversal, que tomámos para typo, considerámos que a linha d'aguas de estiagem se devia levantar, depois da construcção da barragem e eclusas, de modo a conservar-se a mesma superficie de secção de vasão. Com quanto esta apreciação não seja inteiramente rigorosa, porque, devendo a construcção alterar a velocidade, não pode a secção ficar a mesma, no entanto não deverá este pequeno erro alterar de modo importante as conclusões que temos a tirar[1].

Com effeito, este erro não pode affectar senão a questão economica, e não é mais um palmo ou menos um palmo, em altura de um muro, que pode tornar excellentes ou más as condições economicas da construcção.

Desde que, entre Villa Velha de Rhodam e Alvega, ha no pello d'agua de estiagem uma differença de nivel de $34^{m},718$, se em cada eclusa ou por meio de cada barragem erguemos o pello d'agua de $2^{m},80$, como acontece no perfil que tomamos para typo, é facil de ver que precisaremos da construcção de doze ou melhor treze barragens entre aquelles dois pontos.

Como por outro lado a distancia em numeros redondos entre os dois logares é de 46 kilometros, teremos que a distancia média das barragens será de $3{:}300^{m},0$.

É evidente porém que esta é a distancia média das barragens, e nunca a distancia effectiva entre duas quaesquer. Assim, examinando sobre o perfil longitudinal e planta a situação que devem ter as barragens e respectivas eclusas, vê-se que devem occupar proximamente as posições indicadas no quadro seguinte.

[1] Vide *Bresse Hydraulica* pag. 331.

Quadro indicativo do numero e da situação provavel das barragens a estabelecer entre Villa Velha e Alvega

N.os	SITUAÇÃO	DISTANCIA EM METROS		NOMES DOS RAPIDOS DESTRUIDOS PELAS BARRAGENS	
		á de montante	á de jusante		
1	No Cachão da Moita	0m,0	596m,7	Cachão do Pizão e cachão da Moita	2
2	Canaes dos Braços	596m,7	2366m,6	Rapidos dos braços	1
3	No Cachão do Boi	2366m,6	3218m,6	Cascalheira de Viila Ruiva e Cachão do Boi	2
4	Na Cascalheira do Fratel	3218m,6	2872m,3	Cascalheira de Botes e do Fratel	2
5	Proximo á foz do Assucar	2872m,3	4701m,0	Cascalheiras da Garrida	2
6	Proximo á testa das Cascalheiras de Palhaes	4701m,0	3148m,5	Cascalheira de Palhaes	1
7	A jusante da Pesqueira do Calhao	3148m,5	5549m,2	Cascalheiras de Palhaes e Pesqueira do Calhao	3
8	A jusante do Cachão dos Ladrões	5549m,2	2903m,0	Cascalheiras da Amieira, do Cordão, Valle do Porco e Cachão dos Ladrões	5
9	Proximo á Ribeira de Alferreirede	2903m,0	3185m,6	Cascalheiras da Peste e Valle das Cabras	3
10	A jusante do Cachão de Pedra Travessa	3 85m,6	7822m,0	Cachões do Cabril, Negra e Pedra Travessa	3
11	Proximo ás lages da Azenha	7822m,0	4763m,5	Cachão de João Azedo, Cascalheira da Dourada, Cachão de Canas, Cachãosinho	4
12	A montante das Pesqueiras do Patacão	4763m,5	3347m,0	Cascalheira de Caebodes, Cachão da Aroeira e Cascalheira do Vellozo	3
13	Em Alfanzil	3347m,0	0m,0	Cachão de Alfanzil	1
	Somma	44474m,0	44474m,0	Somma	32

NB. A distancia da 1.ª barragem a Villa Velha são 2:098,7 donde resulta que ficarão navegaveis 46:572,7 metros de rio.

Da inspecção do quadro vê-se que em $44^{k},474^{m},0$ precisar-se-hão estabelecer treze barragens, cuja distancia minima é de $596^{m},7$ em quanto se attinge entre outras duas um maximo de $7{:}822^{m},0$.

Do exame do mesmo quadro ainda se conclue que o numero de rapidos mais salientes, a que estas obras dão fim, é de 32 o que dá um comprimento total dos rapidos de $3200^{m},0$ arbitrando a cada rapido um comprimento de $100^{m},0$ que a maxima parte d'elles excede.

Erguendo as cortinas das eclusas a $6^{m},0$ acima das aguas d'estiagem e determinando as barragens, que d'ellas nascem, um desnivelamento entre as aguas de montante e as de jusante de $2^{m},8$ conclue-se que a navegação poderá effectuar-se pelas eclusas para os estados do rio, em que as aguas oscillam entre a estiagem e $3^{m},2$ acima d'ella.

Examinando n'uma serie de 5 annos qual o numero de dias, em que a navegação pode ter logar pelas eclusas, achamos que em 1866, houve 193 dias. em 1867 234 dias, em 1868 289 dias, em 1869 289 dias, e em 1870 274 dias. D'aqui resulta que a média annual dos dias em que as obras podem prestar vantagem são 279 ou proximamente 0,7 do anno o que não attinge bem os 0,75 ou $^{3}/_{4}$.

Durante um pouco mais de 3 mezes no anno a navegação com as facilidades, que as obras lhe proporcionam, é interrompida, mas em todo o caso não é prejudicada a navegação descendente do rio e pode ter logar como o tem na actualidade que não é exageradamente difficil para o estado do rio em que a agua cobre com pequena altura as eclusas e barragens.

Vem a proposito entrar n'uma questão, que a circumstancia de se fallar em cheias suggere, e vem a ser, se convirá ou não na occasião das enchentes ter as pôrtas abertas.

Parece-nos que só a experiencia e o exame attento das circumstancias das differentes localidades, poderá dar o seu *veredictum*. Ainda assim consideraremos em these o que pode acontecer.

Supponhamos primeiramente a hypothese de se abrirem as portas e se abrigarem nas suas respectivas camaras sufficientemente profundas para que não haja a receiar os choques dos corpos fluctuantes arrastados na enchente ou mesmo das pedras, que a corrente role, n'este caso, se a agua tem rolado para as bacias da eclusa pedras d'um volume importante (o que deve acontecer visto que a mór parte d'ellas tem de se estabelecer no local do perfil transversal em que se encontra a maior sonda) e se em seguida a este carrejamento, resultante das grandes velocidades, se succede um abaixamento rapido das aguas dando origem a uma diminuição importante de velocidade e tal que não permitta a retirada dos calhaus arrastados para a bacia, o que acontecerá é que a bacia ficará obstruida com prejuizo da manobras das portas,

e porventura ainda com prejuizo do tirante d'agua necessario á fluctuação dentro das bacias das eclusas.

Considerando agora a hypothese de se conservarem fechadas as portas, desde o começo até ao fim d'uma enchente, vejamos o que deverá acontecer.

Como o talweg ficará estabelecido ao lado das cortinas da eclusa, isto é, fóra da bacia d'ella, será no restante leito do rio que as grandes velocidades se estabelecerão, e por tanto por ahi serão levados todos os calhaus rolados e a maxima parte dos corpos fluctuantes. Assim sómente na porta de montante se poderão accumular algumas pedras, que, porventura em seguida a uma enchente, estorvarão por algum tempo a respectiva manobra. A porta de jusante, porém, assim como a bacia da eclusa nada soffrerão que estorve o seu regular funccionamento. Poder-se-ha no entanto suspeitar que a respeito de algumas eclusas se dê o facto de se depositarem areias nas respectivas bacias; porém este genero d'estorvo é de simples remoção, porque uma ou duas descargas dadas através da bacia a devem limpar completamente.

Do anterior exame parece dever-se inferir que será sempre preferivel deixar fechadas as portas das eclusas, durante os differeutes periodos d'uma enchente. Effectivamente na generalidade dos logares tambem nos parece preferivel o expediente de deixar as portas fechadas, porém quando a bacia de eclusa seja situada n'algum recesso da margem, especie de recanto, onde antes das obras se nota o deposito d'areias, então parece-nos que será preferivel ou deixar ambas as portas abertas, ou pelo menos a de jusante para facilitar a manobra das descargas.

D'esta pequena discussão conclue-se que se não pode previamente e com segurança affiançar quaes as condições em que se devem collocar, para a primeira luta com as enchentes, e conclue-se ao mesmo tempo que difficilmente n'uma primeira cheia deixarão d'apparecer inconvenientes resultantes de imprevidencia; porém não deve uma pequena luta provavel, depois da construcção, abater o animo e fazer descoroçoar d'um emprehendimento que outras considerações tenham feito acceitar como vantajoso.

V

Tratando da apreciação das espessuras que será necessario dar aos differentes muros, que entram na construcção, determinemos em primeiro logar a da barragem por ser a edificação que maiores dimensões transversaes precisa ter.

Com effeito, em quanto que todos os outros muros da construcção precisam apenas resistir ao impulso d'agua resultante d'um desnivelamento de $3^m,0$ em numeros redondos, a barragem necessita resistir a este desnivelamento e ao choque dos corpos fluctuantes ou mergulhados, que animados de velocidadades pouco differentes da da agua, em que se movem, veem incidir sobre o plano vertical de barragem, seguindo linhas sensivelmente prependiculares a esse plano.

Sendo demasiado difficil, senão impossivel, determinar a somma de todas as forças que a barragem é destinada a equilibrar, parece-nos necessario proceder de modo que nos erros inevitaveis, que venhamos a cometter, pequemos por um excesso d'estabilidade em logar de peccarmos por defeito d'ella.

As barragens teem de conservar entre a agua de jusante e a de montante um desnivelamento de $2^m,8$; porém não será para o impulso resultante d'este desnivelamento que calcularemos a sua espessura: e, além de considerarmos que ella deve resistir ao impulso resultante do desnivelamento em toda a sua altura e no local em que ella é maxima, isto é, tendo $6^m,0$ reputaremos que a esta altura se addiciona a altura theorica da qual se precipita agua que adquire uma velocidade de $8^m,0$ em $1''$, embora não supponhamos que haja logar no Tejo, a não ser as portas de Rhodam, onde as aguas cheguem a attingir tal velocidade.

Sendo $3^m,57$ a altura de que se precipita a agua com a velocidade de $8^m,0$, a altura virtual total de barragem será de $9^m,27$.

Se a barragem devesse assentar em solo em que podesse receiar-se escorregamento, a espessura deveria ser metade da altura, como indica a pratica, exercendo o seu criterio sobre a formula de Navier; porém, sendo a edificação feita em rocha e empregando-se o modo de construir usado n'aquellas localidades e a que dão o nome de muro d'escama, tal receio é completamente infundado; no entanto será esta a espessura que adoptaremos completamente descançados ácerca da estabilidade da construcção.

Antes de passarmos adiante, indicaremos em que consiste este modo particular de construir muros. Os muros dizem-se de escama por serem construidos com folhas de schisto justapostas de modo que as faceis das folhas fiquem

sensivelmente verticaes. Para construir um muro collocam-se grandes folhas de schisto á distancia de um metro proximamente umas das outras, e de modo que os planos das suas faces estando verticaes sejam ao mesmo tempo perpendiculares ao comprimento do muro. Depois de mais ou menos seguras n'esta posição as folhas, aproveitando para isso as fendas das rochas etc., intercalam-se, entre estas, outras folhas mais pequenas de modo analogo áquelle porque se collocam os livros n'uma prateleira d'estante. Concluido este trabalho começam a entalar-se, entre as folhas postas, outras folhas de mais reduzida espessura, funccionando de cunhas até que o aperto seja completo. Em consequencia de se não escolherem folhas, nem de altura, nem de largura uniforme, o que acontece é haver folhas salientes tanto na altura como na espessura, determinando assim vãos onde se intercallem novas folhas, obtendo-se ao mesmo tempo o travamento tanto na altura como na espessura.

Os muros assim construidos, depois de submergidos algum tempo com agua barrenta, adquirem extraordinaria solidez, porque as pequenas particulas de areia intromettendo-se nos intersticios, vão acabar de calçar as folhas de schisto que pela construcção não ficaram desde logo completamente apertadas. Resulta ao mesmo tempo da introducção d'esta especie d'argamassa natural a impermeabilidade completa dos muros.

De tudo o que fica dito parece-nos podermos concluir que muros d'espessura média de $0{,}5 \times 9^{m},27$ ou $4^{m},6$ construidos pelo modo que fica dito terão sobeja resistencia para os impulsos a que hão de ficar subjeitos.

Seria porém extraordinaria, no capello do muro, uma espessura de $4^{m},6$; porém reduzindo-a a $2^{m},0$ em toda a extensão do capello e fazendo com que o rasto, no logar da maior altura, tenha $7^{m},2$ para ir diminuindo até ter só $2^{m},0$ no ponto da margem onde a altura da barragem é minima teremos dado á construcção a fórma que mais vantajosa parece, attendendo a que para resistir ao choque dos corpos fluctuantes a espessura de $2^{m},0$ n'um capeamento arredondado será resistencia sobeja.

Nas cortinas que formam a bacia da eclusa, havendo sómente a attender ao impulso resultante do desnivelamento, entre a agua de montante da barragem e a de jusante d'ella, a espessura a dar deveria ser $\frac{1}{2} \times 2^{m},8$; porém, attendendo a qué para effectuar a limpeza da bacia da eclusa poderá talvez esse desnivelamento chegar a ser de $4^{m},0$, projectaremos estes muros com $2^{m},0$ d'espessura média tendo na base $3^{m},0$ e no capello apenas $1^{m},0$.

Tendo nós entrado na apreciação da resistencia, que se deve dar aos differentes muros da construcção, poderá parecer extranho que não entremos tambem em minuciosidades relativas á resistencia das portas e ás particularidades da sua construcção.

Não o fazemos, porém, porque as indagações a que procedemos para a avaliação da resistencia dos muros, foi só com o fim de tornar um pouco precisa a questão economica, e como uma espessura, a mais ou menos na madeira das portas, de $0^m,1$ ou $0^m,05$ pode-se dizer que nada influe na importancia total de cada barragem e sua respectiva eclusa, por isso nos abstemos dos pequenos calculos relativos a essa resistencia.

Ha no entanto uma observação a fazer com relação á differença que deve haver entre estas portas e as portas ordinarias das eclusas de um canal.

Nas portas communs das eclusas ha frequentemente differentes accessorios salientes, quer da porta propriamente dita, quer das cortinas da bacia.

As peças salientes da parte superior da porta são, por exemplo, o pequeno apparelho da manobra do ladrão (*ventelle*) que serve para encher e vasar a bacia da eclusa; são ainda as guardas para o ecluseiro (encarregado da manobra e guarda da eclusa) poder sem risco passar sobre a porta, como ponte, d'um para o outro lado do canal etc., etc. São ainda objectos salientes das cortinas da bacia os apparelhos destinados á abertura das meias portas e á cerração d'ellas, ou por outra, á tracção d'ellas para dentro das respectivas camaras, e ao impulso das mesmas até ficarem escoradas e encostadas ao rebordo da soleira.

É completamente indispensavel que nenhum objecto durante as enchentes faça saliencia, sob pena de ser destruido pelas aguas, ou pelos corpos fluctuantes por ellas acarretados. Por isso torna-se necessario que, se se adoptar para os apparelhos de manobra um machinismo tal, que durante o periodo de funccionamento das portas fique saliente (por exemplo das cortinas), a parte do apparelho saliente seja movel, para que na aproximação de uma enchente se possa remover.

Por isso tratando das pequenas portas chamadas ladrões (ou *ventelles*), que servem para deixar encher, ou fazer vasar a bacia da eclusa, adoptariamos uma disposição differente da que é costume empregar-se n'este accessorio das eclusas.

Construil-as-hiamos de folha de ferro e á maneira de vidraças de hospital e fabrica, isto é, girando em torno de um eixo horisontal de modo que possam passar do plano vertical para o horisontal. Logo que a parte do plano inferior ao eixo horisontal tenha uma superficie um pouco maior que a superior, a differença de pressões determinará a fixação sobre os batentes, fixação que aliás pode ser ajudada com um contrapeso posto na parte inferior.

É claro que, por meio d'uma pequena cadeia de ferro, a força ordinaria d'um homem pode tirar a porta do ladrão da sua posição vertical para a horisontal, sem necessidade de parafusos ou rodas dentadas, movendo hastes dentadas ou pequenos sarilhos, etc. que são os apparelhos empregados ordinaria-

mente para multiplicar a força de um homem, e vencer aquella resistencia extraordinariamente importante segundo a disposição usual de corrediça; apparelhos estes que ordinariamente fazem saliencia na porta.

De resto, se o ladrão assim estabelecido pode, em canaes escassos d'agua, ter o inconveniente de deixar perder muita agua, por não bater a porta tão completamente, quanto poderia ser, contra os respectivos batentes, não tem aqui inconveniente sensivel, porque ha sempre abundancia d'agua.

VI

Não será ainda, sem duvida, fóra de proposito tratar outra questão technica, isto é, a que diz respeito á natureza dos propulsores, que devem ser empregados na tracção dos barcos.

Já vimos, quando expozemos differentes peripecias das difficuldades da navegação que, mesmo tratando-se de fazer avançar um barco na agua d'um pégo, havia ainda perigo para os barqueiros empregados na alagem por meio da sirga: por isso que, entre a linha de sirgadouro e a linha que os barcos seguem n'um grande numero de estados do rio, ha interposta uma boa extensão de margem eriçada de rochas, pelas quaes se prende a sirga e das quaes é necessario safal-a.

Como a propulsão dos barcos por via de remos é pouco efficaz, e a propulsão feita por varas impossivel, em consequencia da altura d'agua, a alagem por via de sirgas é inevitavel, e o perigo concomitante não é removivel, senão por algum dos dois seguintes expedientes. Ou construir, despresando os já feitos, um sirgadouro unico e ininterrupto, situado de modo que as proprias aguas d'estiagem lhe lambam o sobpé, ou então abandonar todos os systemas de alagem até hoje empregados e substituil-os pelo vapor.

O primeiro expediente, pelo seu preço, pela difficuldade da sua execução, pelo tempo que levaria a realisar-se, e pela circumstancia finalmente de empregar o homem como motor, é no nosso conceito inacceitavel. Resta por tanto estudar o segundo, isto é, o motor vapor.

N'este estudo pensamos que se não deve perder de vista que, antes que se tenham emprehendido as obras que deixamos atraz apontadas, se deverão ter já executado as que no nosso anterior trabalho, sobre protecção de campos e navegabilidade do Baixo Tejo, foram indicadas como dando em resultado a navegação permanente d'esta parte do Tejo, quer de inverno quer de verão.

Sendo assim, é necessario pensarmos em dispor as embarcações, e os seus respectivos motores, de modo que tenham as melhores condições para poderem

sair de Lisboa e chegarem á fronteira, e vice-versa regressar da fronteira a Lisboa.

É evidente que, se se tratasse d'embarcações que devessem só ir de Lisboa a Abrantes ou antes a Alvega, e d'Alvega a Lisboa, tendo, como dissemos no nosso trabalho citado, de percorrer um canal de $80^m,0$ de largura com um tirante d'agua minimo de $1^m,0$, nada mais facil do que determinar a força effectiva da machina que devia fazer mover embarcações d'uma lotação de 80 a 100 toneladas, como se poderiam construir para este serviço; porém no caso sujeito o problema acha-se um pouco angustiado de hypotheses, que demandam uma attenção um pouco demorada para a sua resolução.

No Baixo Tejo o barco exige uma força importante para vencer a resistencia devida ás correntes, as quaes elevám-se até um metro de velocidade ao segundo. No Alto Tejo o barco para passar as eclusas precisa ter uma secção transversal reduzida, para não alargarmos extraordinariamente o vão das portas escoradas *(busquées)*, e precisa ao mesmo tempo ter um comprimento pequeno, para não sermos forçados a grandes alongamentos das cortinas que fecham a bacia da eclusa.

Estas duas condições, reduzindo a carga com que o barco pode fluctuar, oppõem-se á força da machina, cujo peso é proporcional á força; e a reducção pode ser tal que o barco não possa transportar peso maior que o da propria machina, o que o tornaria completamente inutil.

Vejamos pois um dos modos de resolver a questão, que por agora nos parece o melhor, mas que não exclue a idéa de outra combinação, que seja preferivel.

Para passar nas portas d'eclusa cujo vão é $4^m,0$, é indispensavel que a largura maxima da embarcação seja inferior a $4^m,0$.

Para que possa fluctuar dentro das bacias d'eclusa e navegar no canal do Baixo Tejo, torna-se necessario que não mergulhe senão $1^m,0$. Finalmente para que possa caber dentro do comprimento das bacias d'eclusas, cujas cortinas talhámos do comprimento de $25^m,0$, é neeessario que o barco pouco exceda $15^m,0$ de comprimento entre a bica de prôa e a de ré.

Por outro lado convém que o barco, no ascenso de Lisboa a Villa Velha, não gaste mais de 4 dias, isto é, 40 horas, considerando que em cada dia não aproveita mais de 10 horas uteis, velocidade que corresponde á de um cavallo a passo. Na determinação da força da machina, com que se deve obter esta velocidade, é necessario contar com que em alguns pontos e em certos estados do rio, pode encontrar velocidades de corrente de $1^m,0$ por segundo.

Partindo d'estas hypotheses, vamos estudar sobre a formula que dá a força motriz d'uma machina, destinada a mover um barco, qual o systema de propulsão que devemos adoptar.

A formula empregada para determinar esta força applicada a um barco que se move em um rio é $T_m = \frac{(V+u)^3}{2g} kA\left(1 + \frac{kA}{k'a}\right)$, que dá exactamente a força, sempre que se trata de velocidades da embarcação, inferiores a 4 ou 5 metros por segundo, que é a hypothese em que estamos.

T_m—o trabalho motor, expresso em unidades dynamicas de 1000 kilogrametros.

V—a velocidade por segundo do barco, expressa em metros.

u—a velocidade em metros da corrente por segundo.

k—coefficiente dependente da fórma do barco e que varia nos barcos de rio bem lançados entre 0,15 e 0,20.

A—secção maxima transversal da parte mergulhada do barco, expressa em metros.

k—coefficiente variavel com a lisura ou agitação da agua, ainda com o systema de rodas de palhetas fixas ou articuladas e que oscilla entre 1,0 e 1,2.

a—superficie em metros de duas palhetas, quando ha duas rodas motoras, ou de uma palheta quando é só uma roda, ou finalmente superficie da base do cylindro circumscripto á helice.

g—acceleração da gravidade egual a 9,8003.

Se estudarmos primeiro um barco que tenha $2^m,0$ de bocca e $1^m,0$ mergulhado, o que dará $A = 2^{mq},0$, vemos que, para caber nas portas, não podemos dar ás palhetas um comprimento superior a $0^m,6$ e como a largura segundo a regra não deve exceder $\frac{1}{3}$, a superficie das 2 palhetas será $0^{mq},24$: isto é, teremos $A = 8,5\,a$.

Introduzindo na formula

$V = 1^m,7$

$u = 1^m,0$

$k = 0,2$

$A = 2^m,0$

$k' = 1$

teremos

$$T_m = \frac{(1,7+1)^3}{19,6006} \times 0,2 \times 2,0 \times \left(1 + \frac{0,2 \times 8,5a}{a}\right) = 1,084$$

isto é $\frac{1084}{75} = 14,45$ cavallos vapor.

Vê-se, pois, que um barco, cuja lotação não podia ser superior a 22 toneladas metricas, exigia, para se mover a razão de 6 kilometros á hora, uma força de quasi 15 cavallos.

Vejamos por isso outra hypothese. Consideremos todos os valores os mesmos, excepto o da superficie propulsora.

Consideremos que o mesmo barco, nas mesmas condições de velocidade e lotação, vae ser movido por uma helice inscripta n'um cylindro, cujo diametro podemos fazer de $0^m,8$ visto que o barco cala $1^m,0$ d'agua. N'esta hypothese teremos $A=4a$ e a formula dará

$$T_m=\frac{19,683}{19,6006}\times 0,2\times 2,0\times\left(1+\frac{0,2\times 4a}{a}\right)=0,723$$

ou 9,64 cavallos vapor.

Vê-se, pois, que um barco da mesma lotação movido a helice obtem a mesma velocidade com uma diminuição de força de perto de 5 cavallos vapor.

Como a circumstancia de termos de mover com rodas o barco foi o que nos fez na primeira hypothese reduzir a bocca a $2^m,0$ vejamos agora se, movido a helice, teremos vantagem em augmentar a lotação elevando a bocca á largura de $2^m,5$.

N'esta hypothese ficar-nos-ha $A=5a$ e a formula transformar-se-ha em

$$T_m=1,004\times 0,2\times 2,5\times\left(1+\frac{0,2\times 5a}{a}\right)=1,004$$

ou $\frac{1004}{75}=13,4$ cavallos vapor.

D'esta discussão conclue-se que o barco de $2^m,0$ de bocca, calando $1^m,0$ d'agua, é o que podemos fazer mover com a maior economia de trabalho motor.

Um barco porém n'estas condições, tendo uma capacidade inferior a 22 toneladas metricas, e mettendo uma machina cujo peso por cavallo seja de $800^k,0$, teria aproximadamente absorvidas com agua, combustivel e peso da machina 10 toneladas, ficando por tanto só 12 toneladas para carga util. Vê-se pois que um transporte assim organisado daria uma tarifa relativamente alta. Vejamos pois se podemos modificar estas circumstancias.

Se empregarmos o barco de que acabamos de fallar, como rebocador, porventura chegaremos a uma solução vantajosa.

Supponhamos-que vamos fazer rebocar um barco, que tenha $3^m,0$ de bocca, calando tambem $1^m,0$ d'agua tendo um comprimento indefinido: este barco segundo a formula $T_u=k\frac{A(V+u)^3}{2g}$ em que as lettras teem a mesma significação

que na anterior, exigirá $T_u = 0{,}2 \times \frac{3{,}0(1+1{,}7)^3}{19{,}6006} = 0{,}6004$ ou $\frac{6004}{75} = 8{,}0$ cavallos vapor.

Se pois aos 9,64 cavallos, que a machina precisa ter para mover o proprio casco do rebocador, acrescentarmos os 8 cavallos necessarios a rebocar um barco d'aquellas dimensões transversaes, precisaremos apenas uma machina de 18 cavallos vapor.

Visto que, para caber dentro da bacia da eclusa, não podemos dar ao barco um comprimento superior a $15^m,0$, pensamos em dar aos barcos rebocados uma fórma especial, que foi inventada em 1863, e cujo primeiro exemplar foi o Conector, a qual nos parece ser unica para obter um bom resultado n'esta via aquatica.

A fórma, a que alludimos, é aquella em que uma successão de barcos, formando comboy, teem uma prôa unica com uma só ré, é (permitta-se a expressão) a antithese das embarcações ultimamente construidas para servirem de ponte volante, entre a testa do caminho de ferro francez em Calais e a testa do caminho britannico em Douvres. Nos vapores de Douvres a Calais um unico

Fig. 1

barco tem duas prôas e duas pôpas. Nos barcos, que devem navegar o canal do Alto Tejo, um conjuncto de tres ou quatro barcos, deve ter uma unica prôa e uma só pôpa.

A figura theorica 1 indica em planta a fórma que devem ter os differentes elementos do comboy, em que só o ultimo (o da rectaguarda) é que é um barco completo, e em que todos os outros são barcos cuja ré, em logar de formar um angulo saliente, fórma um angulo agudo, reintrante para n'elle se introduzir a prôa do elemento seguinte, e assim por diante até ao ultimo, que precisa ser munido de leme.

As vantagens d'estas disposições são obvias.

Em primeiro logar, quer o comboy seja composto de 2, quer de 20 barcos, como a sua maxima secção transversal mergulhada é a mesma, a força necessaria para o fazer avançar com a mesma velocidade, em aguas de egual corrente, é a mesma.

Em segundo logar só podendo, como d'este modo pode, ser o grande barco

decomponivel em secções de comprimento não superior a 15m,0, é que lhe é permittida a passagem nas bacias das eclusas.

Em terceiro logar, quando cargas importantes se destinem a portos diversos, não se torna necessario que todo o comboy espere pela descarga, porque basta que essa carga venha em elemento separado, o qual se desengatar áe deixará ficar no porto de destino, para o restante comboy seguir o seu caminho.

Em quarto logar finalmente, e como corollario das differentes vantagens anteriormente indicadas, é d'este modo que uma força relativamente pequena pode fazer transportar uma enorme massa de mercadorias, reduzindo assim o preço do transporte e tornando d'este modo bem saliente a vantagem do caminho aquatico sobre o caminho de ferro.

É evidente que, se esta disposição é vantajosa pelas razões que démos anteriormente, em primeiro, terceiro e quarto logar para a navegação do Alto Tejo, sel-o-ha egualmente pelas mesmas para a navegação do Baixo Tejo, e por tanto o transporte de mercadorias n'esta parte do rio poderá effectuar-se assim com eguaes vantagens, mesmo modificando-se as dimensões e o systema de propulsão do rebocador, e convertendo-o n'um barco que possa, além da machina, levar ainda carga importante.

VII

Seguindo a successão natural das idéas que vamos expondo, é chegada a occasião de nos occuparmos da questão economica.

Começaremos por tanto pela apreciação do custo do canal, ou antes pela determinação da importancia provavel a dispender com a successão de barragens e eclusas, que devem converter o leito do rio em canal navegavel, aproximadamente, em nove mezes de cada anno.

Na apreciação d'esta importancia, se porventura nos occupassemos d'um projecto definitivo, apresentariamos os desenhos das treze differentes barragens e suas respectivas eclusas situadas nos pontos do rio que devem ser escolhidos para a construcção, e, apreciando as suas dimensões e o custo minucioso de cada uma das partes das construcções, chegariamos a um orçamento mais aproximado do custo total das obras.

N'esta discussão, porém, um pouco vaga da obra, não entendemos que devamos entrar em taes minucias e fazendo uma apreciação um pouco mais larga; sómente nos esforçaremos por tornar o orçamento errado por excesso e jámais por falta, para que as conclusões que tiremos com relação á vantagem do emprehendimento, não possam admittir duvida no espirito de pessoa alguma.

Para começar n'este caminho de nunca peccarmos por defeito, escolhemos um perfil transversal do Tejo, para lançar a barragem typo, mais largo do que a generalidade dos perfis, onde devem ser situadas, sem comtudo no entanto escolhermos o de largura maxima.

Este perfil, em que a barragem attinge um comprimento superior a 100^{m},0, tomado como perfil médio é exagerado, visto que em grande numero d'outros a barragem não chega a 50^{m},0 e por tanto não podemos ter o receio de organisar um orçamento que se possa alcunhar de escasso.

Avaliando sobre o desenho o volume necessario á construcção da barragem, achamos 3451^{mc},8 e o volume necessario á construcção das cortinas achamos ser de 1200^{mc},0.

A somma d'estes dois volumes dá, em numeros redondos, 4700^{mc},0.

Nas paragens em que temos d'effectuar estes trabalhos regula o custo de 1^{mc},0 de alvenaria d'escama por 500 réis. Esta barateza de construcção não deve admirar, a quem attente em que o material se encontra no proprio local do trabalho e que, para os homens habituados a este genero de serviço, a facilidade d'extracção do material regula pela da collocação d'elle em obra, sendo além d'isso a extracção das folhas de schisto um trabalho menos difficil que a extracção do calcario de alvenaria dos seus respectivos bancos.

Attendendo porém a que, na execução das fundações das cortinas da eclusa, haverá a desviar as aguas para se trabalhar a secco, e que haverá a cortar no fundo da bacia alguma ponta de rocha, que lhe não deixe em toda a superficie uma profundidade d'agua superior a 1^{m},0, levantaremos bastante aquelle preço da unidade, ainda porque o facto do desnivelamento de trabalhos em qualquer localidade faz augmentar o preço dos salarios ordinarios d'essa localidade. Assim pois decuplicando este custo, isto é, elevando-o a 5$000 réis parece-nos estarmos ao abrigo de sermos alcunhados de defficientes.

Na construcção das portas propriamente ditas, quando se empregue a madeira em logar de chapa de ferro, não se pode chegar a gastar um volume de madeira egual a 20^{mc},0, bem como é impossivel que o metro cubico de madeira obrada, empregada em construcção tão grosseira, chegue a attingir o preço de 50$000 réis.

Finalmente, suppondo que esta construcção pode chegar a absorver uma tonelada de ferro, teremos o seguinte exageradissimo orçamento.

4700^{mc},0 de alvenaria a 5$000 réis	23:500$000
20^{mc},0 de madeira a 50$000 réis	1:000$000
1000 kilogrammas de ferro a 200 réis .....,	200$000
Arredondamento.....	300$000
Somma	25:000$000

Importa por tanto o orçamento de uma barragem e sua respectiva eclusa em 25 contos, e consequentemente as 13 em 325 contos.

É evidente que o custo do kilometro d'esta via ficará a razão de $\frac{325}{46}$ ou 7 contos proximamente, o que de certo é superior ao custo médio das estradas ordinarias, mas muito longe do dos caminhos de ferro, comprehendido entre 30 e 40 contos.

Parece-nos, pois, que o modo de podermos avaliar a importancia absoluta d'esta construcção é irmos apreciar o preço, pelo qual se pode transportar uma tonelada metrica a um kilometro de distancia.

Para entrarmos n'esta discussão, ser-nos-hia utilissimo possuir estatistica do movimento de mercadorias entre o porto de Villa-velha e o de Lisboa, bem como o movimento entre Villa-velha e Abrantes, porto este, que algumas mercadorias demandam para entrar no caminho de ferro e seguirem por elle até Lisboa.

Faltos d'estes elementos seguros da discussão, nem por isso devemos deixar de a fazer, embora marchemos n'ella com passos menos seguros.

Sabemos que uma frota aproximadamente de 50 barcos, se occupa exclusivamente no transporte da phosphorite, e sabemos tambem que semanalmente não saem de Villa-velha menos de dois barcos, com outras mercadorias, tomando o destino de Lisboa.

Como podemos calcular que cada barco transporta 15 toneladas, teremos que 50 barcos transportam 750 toneladas; e, calculando que esse transporte se effectue em 10 dias, teremos que os 50 barcos transportarão por dia 75 toneladas. Os outros barcos que saem de Villa-velha poderão dar um movimento de 5 toneladas diarias.

Teremos assim um movimento de 80 toneladas diarias nos 9 mezes em que podemos avaliar haver franca navegação.

Suppondo um comboy composto do seu competente rebocador e de 4 barcos engatados, tendo cada um d'elles uma lotação de 20 toneladas, satisfaremos as exigencias da navegação com 7 comboyos, visto que calculámos que o ascenso levaria 36 horas ou em numeros redondos 4 dias de 10 horas e o descenso se deve effectuar em 2 dias.

Assim, pois, se considerarmos que só no descenso os comboyos veem carregados, teremos que leva cada comboy 6 dias a transportar as 80 toneladas.

Avaliemos agora a despesa d'um comboy em seis dias, introduzindo as hypotheses desvantajosas de ser a difficuldade do descenso egual á do ascenso, o que não é verdadeiro pela circumstancia do favor da corrente.

Em primeiro logar temos a calcular o juro e amortisação do capital empregado nos barcos que constituem o comboy.

Teremos assim que custando um rebocador da força de 18 cavallos réis 2:000$000 e cada barco 300$000 réis o custo do comboy será de 3:200:000 réis. Reputando que 10 % é sufficiente para juro e amortisação teremos que $\frac{320\$000}{360}$ ou 889 réis é a quantia diaria destinada a juro e amortisação do material circulante.

Para tripular o comboy sendo precisos 3 homens a 500 réis teremos mais 1500 réis.

Trabalhando 18 cavallos 10 horas serão 180 cavallos, os quaes consumindo combustivel a razão de 4 kilogrammas por cavallo e hora, darão 720^{k} de carvão por dia, os quaes a 5 réis dão a despesa de 3$600 réis.

Finalmente 325 contos a 6 % dão annualmente 19:500$000 réis ou em numeros redondos 20 contos. Dividindo 20 contos por 270 dias, em que pode ter logar a navegação, teremos despesa diaria com o material fixo 74$074 réis; e como esta despesa se reparte por 7 comboyos serão 10$582 réis a cada comboy. Resumindo teremos:

6 dias a 889 para material circulante	5$334
6 » a 1$500 para tripulação	9$000
6 » a 3$600 para combustivel	21$600
6 » a 10$582 para material fixo	63$492
Somma	99$426

Segue-se d'esta apreciação, que 80 toneladas se poderão transportar por 99$426 réis de Villa-velha a Lisboa, isto é a 200 kilometros. Teremos, pois, que por cada tonelada a um kilometro de distancia se dispenderão apenas 6,3 réis.

O resultado obtido por esta apreciação é sobremodo lisongeiro, e, para avaliar por uma comparação a sua importancia, basta que digamos que o preço do transporte d'uma tonelada metrica, em barcos de Santarem para Lisboa, na actualidade é de 13 réis, e por tanto o transporte de Villa-velha para Lisboa se reduz a metade d'este preço, o qual é reputado sobremodo barato; devemos porém advertir que este preço entre Santarem e Lisboa, só pode ser reputado verdadeiro para o transporte descendente de cereaes e liquidos, e para o ascendente de pedra de cantaria, sendo inteiramente arbitrario para todas as outras mercadorias transportadas, cuja despesa de transporte é geralmente calculada a olho pelos arraes, dando assim tarifas sobremodo caprichosas.

Pode impugnar-se este resultado, dizendo que elle se obtem por ter sido calculado um movimento que não pode existir entre aquelles dois pontos d'embarque. Respondendo a esta objecção, diremos que não podemos garantir a exactidão d'aquelle movimento descendente, que o nosso calculo orçou em 80 to-

neladas, podendo descer a 50 ou subir a 100, mas o que é certo é que a avaliação é mais facil peccar por defeito do que por excesso, porque não só considerámos que os comboyos regressavam vasios a Villa-velha, mas ainda não attendemos ao movimento entre os portos intermedios, taes como Amieira, Belver e Concavada, e finalmente, reputando em 5 toneladas as mercadorias que não são minerios, fizemos de certo um calculo baixo; porque a madeira, a cortiça, o carvão, o azeite, o vinho e as carnes que os districtos de Portalegre e Castello Branco enviam, bem como o sal que estes e a Hespanha recebem, devem de certo montar a um movimento diario superior a 5 toneladas.

E é claro que, quanto maior for o movimento commercial, mais baixo será o preço do transporte ou, conservando-se elle o mesmo, maior será o lucro de quem quer que seja que explore esta via de communicação.

Se dispozessemos da auctoridade de que dispõe engenheiros tão conhecidos, como os que constituiam a commissão da rede dos caminhos de ferro em Portugal, nomeada pela Associação dos Engenheiros Civis Portuguezes, de certo que não precisariamos entrar em discussão tão minuciosa, para que fosse acceite e depois convenientemente estudado o nosso anteprojecto de navegação do Alto Tejo; porém a humildade do nosso nome, mal conhecido na terra de provincia em que vivemos, e completamente ignorado fóra d'ella, obriga-nos a cimentar em forte alicerce de razões, um edificio que outrem levantaria muito alto sómente com o prestigio do seu nome bem apregoado.

Temos a honra de pertencer á Associação dos Engenheiros Civis Portuguezes, na qualidade de socio aggregado, e por isso podémos, pela leitura do jornal e pela publicação das actas das suas sessões, seguir passo a passo a interessantissima discussão sobre a rede dos caminhos de ferro em Portugal. O desejo de nos instruirmos nos assumptos relativos ao engrandecimento do nosso paiz, fazendo-nos ler com a maxima attenção os discursos pronunciados ou escriptos, era frequentes vezes illudido, porque as razões de diversas asserções saiam fóra do alcance dos nossos conhecimentos e comprehensão, e não nos era possivel medir-lhe a importancia.

Outras vezes eram aventadas propostas, cujo fundamento se não expunha, naturalmente por serem assumptos intuitivos para a assembléa, e de tudo isto resultou que, se insistissemos no estudo d'aquella discussão, poderiamos ficar com a memoria sobrecarregada de factos chorographicos, mas sem podermos dar a razão, por exemplo, de se ligarem duas povoações e não se ligarem duas outras respectivamente proximas ás primeiras.

No traçado d'uma via de communicação qualquer, ha (segundo o nosso sentir) duas categorias de razões determinantes da sua construcção. A primeira comprehende as relações moraes entre os povos ligados por ella, e a segunda as relações materiaes dos mesmos.

Na primeira categoria das relações moraes estão a administração da justiça, as condições de segurança individual, a convivencia etc., como relações pacificas, e ainda a facilitação do movimento da força publica para as relações bellicas.

Na categoria das relações materiaes entram as permutações de toda a casta de productos, quer satisfaçam necessidades reaes, quer satisfaçam necessidades ficticias, frequentes vezes não menos imperiosas.

Geralmente as relações moraes e materiaes associam-se para determinarem a abertura da via de communicação; não poucas vezes porém as relações materiaes são as unicas determinantes, com quanto algumas raras vezes o sejam sómente as relações moraes.

Apreciar a importancia do sacrificio, que é razoavel fazer para satisfação das necessidades moraes, é sobremodo difficil e depende da grandeza d'alma de cada um. São grandezas que escapam á mathematica mais subtil. Ninguem sabe, passando faminto n'uma estrada, se a colheita que faça d'um fructo na propriedade d'alguem, trará em troca um tiro, que o estenda morto para mais não sentir, ou a offerta de comida que lhe sacie a mingua.

Assim, pois, o sacrificio imposto a uma nação, para satisfazer as relações moraes d'uma certa povoação d'essa nação, pode ser reputado por uns em pouco, em comparação da importancia das necessidades moraes satisfeitas, e por outros computado em muito comparado esse sacrificio com a mesma ordem de necessidades. É d'este differente modo de sentir que resulta que dois ou mais individuos com os mesmos haveres gastam differentemente os rendimentos da sua fortuna. Um consome o excedente da quantia necessaria a satisfazer as necessidades imperiosas da sua época e do seu paiz, em adquirir manjares esquisitos, que lhe lisonjeiem os caprichos do seu paladar, outro despresando como indigna a paixão do goloso satisfaz a sua, que não reputa sel-o, adquirindo os fatos e as joias que o tornem em publico notavel pelo primor dos seus atavios, outro ainda, despresando os gostos de ambos os dois, converte a sua habitação em um ninho muito aveludado de conforto e voluptuosidade, e assim de cada um, pode-se quasi dizer de todos.

De sorte que não havendo para todos, no seu sentir, a mesma medida de sacrificios e gosos, é sobremodo difficil, senão impossivel, trazer a um accordo pessoas que discutam a importancia da remuneração moral de um sacrificio material

Que todas as povoações d'um paiz precisam ter vias de communicação entre si, mais ou menos faceis, e mais ou menos longas, é fóra de toda a duvida, qualquer que seja o sacrificio que o paiz se imponha para conseguir esse resultado, sob pena de se cair no absurdo de considerar que ha pontos d'um paiz que podem ser sequestrados ás relações da sociedade, de que elles fazem parte.

Quando, porém, uma via de communicação se tem de substituir por outra mais facil, é porque no presente ou n'um futuro mais ou menos proximo, appareceram ou hão de apparecer relações que determinem essa substituição e a convertam n'uma necessidade.

De certo que a commissão da Associação dos Engenheiros Civis Portuguezes propondo, por exemplo, o caminho de ferro do littoral do Algarve ou o de Cezimbra a Cacilhas, pesou as relações moraes e materiaes presentes ou futuras que determinam estas construcções, bem como viu que á generalidade da Associação eram obvias as razões determinantes: por isso as não mencionou. Pertencendo nós pois á minoria muito reduzida dos associados cujos conhecimentos politicos e commerciaes não podiam supprir a ausencia das razões da commissão, ficámos com respeito áquelles e differentes outros caminhos projectados, ignorando se a sua importancia moral e material era pequena, grande ou nulla.

Para que não aconteça pois a algum leitor do nosso pequeno trabalho o ficar a respeito do assumpto, de que tratamos, na mesma ignorancia, descemos á minuciosa analyse da parte economica da questão, e parece-nos termos inquestionavelmente concluido, que a abertura d'esta via de communicação pelo Tejo é importantissima sob o ponto de vista das relações materiaes dos povos da região, que ella atravessa, e que se pode tirar como corollario de tudo o que fica dito, que a demora d'estas construcções e das que devem facilitar a navegação estival do Baixo-Tejo, é um prejuizo que o paiz soffre e que não aproveita senão aos que estimarem a paralysação do seu engrandecimento material.

VIII

Parece-nos que tendo chegado á conclusão que uma tonelada metrica se pode transportar pela via de communicação, que abrimos, a razão de 7 réis o kilometro, temos tirado sem questão um excellente resultado do nosso projecto; porém como não param aqui as vantagens, que d'estas obras se podem tirar, não será de certo ocioso apontar as restantes que antevemos se poderão obter.

As vantagens que poderemos obter são de duas especies, agricolas e industriaes. Comecemos por investigar a importancia que as primeiras podem ter.

Actualmente as culturas, que se encontram pelas encostas que olham o Tejo, são na generalidade tão rudes, como o solo em que as plantas procuram o seu alimento.

A não ser em um ou outro local, como as proximidades de Belver, onde a cultura da vinha e d'outras arvores de fructos de verão se nota, de resto na generalidade d'esta região, a vida animal e a vegetal estão reduzidas quasi a

não terem representantes. A fauna além d'alguns poucos animaes silvestres tem alguma ovelha, algumas cabras, e um ou outro homem, que as vigia, rivalisando com elles em rudeza. A flora além d'algum rosmaninho, alecrim e aroeira, tem como representantes civilisados, o zambugeiro e o centeio que vem de 7 em 7 annos procurar nas cinzas dos mattos queimados o minguado alimento da sua rachitica existencia.

Se é certo que a escassez de terra, ainda em pequena quantidade em torno dos rochedos de cuja desagregação resulta, é que faz em parte que a vegetação espontanea e a artificial sejam reduzidas, é certo tambem que muito concorre para isto a falta de vida e movimento humano n'aquellas quasi desertas paragens. Porém, logo que o magico vapor por ali passar, parece-nos que os cabeços começarão de coroar-se com as comas dos olivedos e pelas encostas começarão d'espreguiçar-se os pampanos ridentes da vinha, transformando completamente o aspecto da região e fazendo com que, n'aquella especie de tumulo de toda a industria humana, comece a baloiçar-se o berço d'uma agricultura alegre.

E não se pense que phantasiamos quadros que jámais a mão humana poderá vir a pintar, a não ser que seja sómente animada pela veleidade do bello e jámais instigada pelos interesses do util. Não é assim.

As pequenas porções de terreno, que pela região do Alto-Tejo são plantadas de vinha, indicam sobejamente que o vinho do Tejo pode ser rival do vinho do Douro.

Não conhecemeos vinho cultivado nos terrenos resultantes da desagregação das rochas schistosas e graniticas do Tejo com mais de dois annos d'edade, nem sujeito a artificios que o fizessem simular uma maior edade, e por isso não podemos ser testemunhas das preciosidades que a velhice lhe faria nascer, mas, se é dado á nossa pratica da industria vinicola prognosticar o que deva ser o vinho do Tejo, tratado por mãos intruidas e intelligentes, cremos firmemente que não poderá ceder muito, em delicadeza de aroma e sabor, ao vinho genuino do Douro.

Por aquellas terras não é menos primitivo o modo do fabrico do vinho, do que o processo de o arrecadar e preservar da acção dos agentes atmospphericos e das vicissitudes da temperatura. Se as suas praticas oenologicas não remontam propriamente ás edades heroicas da guerra de Troya e fundação de Roma, porque o odre só é empregado para os processos de transportes, não é de certo mais scientifico o modo de tratamento do vinho do o que presidiu á feitura do Falerno que diliciou o velho Horacio e porventura ajudou a inspirar algumas das suas odes.

Em verdade a talha romana na sua porosidade rustica é o vaso empregado na arrecadação do precioso liquido. A estreita e baixa casa de telha vã, cujo

tecto mal veda a chuva, é a adega onde aquelles vasos se recolhem. O summo, mal saido das peliculas dos bagos, é recolhido ás talhas, quer as uvas devam dar licor opalino quer rubicundo. Depois algumas uvas pretas pisadas separadamente, e cujo summo fermentou d'envolta com as cascas e ingaços, formam uma tinta destinada a avermelhar o licor, cuja tinta ligeira não resulta da qualidade da uva e do chão em que é creada, mas exclusivamente do fabrico, que não permittiu tirar da balsa os elementos liquidos e volateis que a maceração desperta e a fermentação desenvolve, e constituem a preciosidade do alimenticio vinho novo e do delicado e espirituoso vinho velho.

Se pois se pode chamar bom ao vinho resultante de processo tão imperfeitamente scientifico quanto ligeiramente esboçado, o que será vinho de tal região, quando mãos experientes guiadas por um espirito illustrado empregarem os processos que a sciencia aconselha e a pratica sancciona?

Depois não será necessario que uma região quasi virgem venha substituir a região do Douro, que parece cançada e gasta, visto ser a primeira que o flagello do phyloxera veiu infestar, aniquilando a industria mais prospera do paiz no ponto em que essa industria era mais privilegiada pela natureza?

Dizemos que uma região ainda não cultivada de vinha poderá porventura alimentar esta planta, sem que o phyloxera a venha atacar de prompto, por que suppomos que esta especie parasita ou é das que a natureza nas suas leis imutaveis fez brotar na actualidade do concurso de moleculas organisadas, collocadas em presença, em certas condições que a sciencia talvez venha a descobrir: ou resulta da modificação de alguma outra especie que as condições exteriores transformarão. De resto que não pode resultar da propagação d'uma especie existente, durante o periodo historico, é evidente, porque não deixaria a historia de fallar mais ou menos obscuramente d'uma tal calamidade, que de certo teria aniquilado toda a vinha da Europa e não pode resultar da incubação dos ovos de tal especie, desde que o reino animal começou a apparecer sobre o globo, porque isso é absurdo. Logo ou é uma geração espontanea ou uma transformação de especie.

Em ambos os casos as condições exteriores é que determinaram o seu apparecimento, e, como as condições exteriores ou são de clima ou de qualidade de terreno, é claro que modificadas estas em certo sentido o insecto deixará de existir. Mas vivendo elle em climas bem differentes, como parece certo, vistas as grandes differenças de latitude, altitude e proximidade dos mares, em que existem as plantas, que elle infesta, é natural presumir que a falta ou excesso d'algum elemento de composição do terreno seja a causa determinante do seu apparecimento e por tanto aventamos a idèa de que a região do Tejo talvez ainda se não preste ao apparecimento do parasita.

A sciencia da actualidade, invadida pela reacção do empirismo, não me-

nos prejudicial ao seu desenvolvimento do que as grandes theorias abstractas recheadas de palavras sem sentido claro, contenta-se com factos e marcha adiante á procura d'outros notaveis.

Para, sem sairmos d'este pequeno campo, darmos um exemplo d'este modo de proceder, lembraremos sómente que por occasião do parasita oidium invadir a vinha, se andou bastante tempo em procura d'um antidoto d'aquella especie de veneno, como na actualidade se anda á procura do do phyloxera, ensaiando os processos e agentes mais desconnexos. Para o oidium descobriu-se o enxofre, como talvez agora se verifique que o sulphureto de carbonio é um antidoto efficaz do phyloxera. Naturalmente, se isto se realisar, a physiologia vegetal e animal fica descançada como ficou com o enxofre, a dormir o somno dos justos sobre estes loiros de victoria (permitta-se a phrase) um pouco rudemente ganhos.

Não será mais scientifico estudar o remedio que pode curar o mal, mas não esquecer a hygiene que o deve prevenir?

Perdôe-se esta pequena digressão a quem não sabendo occupar-se da vida moral de sua mãe patria, solta um grito de soccorro para afflições, que chega a conhecer, que ella soffre na sua vida physica.

Em conclusão, qualquer que seja a industria agricola, que a vida levada pelo vapor áquellas regiões faça nascer ou desenvolver, em todo o caso teremos augmentado a area d'acção do lavor nacional.

IX

Vejamos agora sob o ponto de vista d'outras industrias o resultado que poderão dar as obras emprehendidas no leito do Tejo.

Não fallaremos do incentivo que estes trabalhos darão á canalisação d'alguns dos seus affluentes, vindo de regiões industriaes, como o Zezere e o Nabão, que atravessam os concelhos de Ferreira e Thomar; e occupar-nos-hemos sómente da industria fabril.

É evidente que em cada eclusa se estabelecerá uma differença de nivel nas aguas do Tejo, que não poderá ser em qualquer dos 9 mezes, que calculámos que ellas não cobriam a barragem, inferior a $2^{m},8$. Esta queda d'agua de $2^{m},8$ é sem questão um motor que muito conviria aproveitar.

Apresenta-se logo á primeira vista um obstaculo importante no seu aproveitamento, reflectindo que mesmo quando o desnivelamento seja sempre d'uma altura constante, é certo que os lumes d'agua a montante e jusante das barragens devem oscillar de modo muito notavel; e por tanto qualquer que seja o sys-

tema de roda hydraulica com que a queda se aproveite, será necessario tornar moveis os pontos de apoio do eixo, para que a roda se não afogue nas aguas do canal de saída.

E se é certo que se poderia introduzir esta modificação nos systemas de rodas que conhecemos, não é menos certo que seria uma complicação introduzida na machina, e um motivo de cuidados constantes no seu modo de funccionar.

Um mechanico notavel se encarregou da resolução do problema do aproveitamento de quedas d'agua n'esta hypothese; e a turbina Fourneyron é um dos motores hydraulicos de rendimento mais vantajoso, mesmo no caso de trabalhar afogada.

Não hesitamos em achar n'uma machina discutida pela sciencia e criticada com vantagem pela pratica a resolução do problema do aproveitamento das quedas d'agua no leito do Tejo, problema que á primeira vista parecia sobremodo difficil e que, com o emprego d'esta machina, se não é facilimo, é comtudo perfeitamente exequivel.

Assim, pois, um pequeno canal de presa d'agua e de meia duzia de metros de comprimento e um outro pelas mesmas dimensões para descarga da turbina constituirão a pequena construcção, destinada ao estabelecimento d'uma machina que tem, para cumulo de vantagens, reduzidas dimensões.

Suppondo que dos $30^{mc},0$ d'agua que o Tejo deve debitar nas minimas aguas sómente $10^{mc},0$ são aproveitados no movimento da turbina, com uma queda de $2^{m},8$ teremos uma força motriz de 28000 kilogrametros ou 373 cavallos vapor.

Considerando porém que a turbina Fourneyron disposta nas excellentes condições d'estar sujeita a uma carga de $2^{m},8$ não funcciona, apesar d'isso, tão bem como a que em Paris foi experimentada por differentes notabilidades da Academia de Paris, entre as quaes figurou Arago, e que acharam que sob uma pressão de $1^{m},15$ dava um rendimento do trabalho util egual aos 0,8 do motor: e arbitrando por isso os rendimentos das turbinas collocadas junto ás barragens do Alto Tejo sómente em 0,7 (o que dão muitas outras rodas hydraulicas regularmente construidas), teremos que por cada barragem podemos dispor d'um trabalho util de 260 cavallos vapor.

Se para obter tal força empregassemos uma machina de vapor, o seu consumo minimo de combustivel seria de 5200 kilogrammas em 10 horas de trabalho, ou 1:040000 kilogrammas em duzentos dias do anno; e por tanto seriam 5:200$000 réis de despesa com o combustivel. Considerando que a substituição d'uma machina de vapor, por uma turbina, não dá outra economia senão a do combustivel, teremos creado por cada barragem um capital dando 5:200$000 réis de rendimento, e nas 13 barragens um rendimento de 67:600$000 réis.

Sabemos que o escasso desenvolvimento que ainda tem a industria no nosso paiz, não permitte o aproveitamento de tão grande riqueza de força motriz creada: é certo no entanto que a nossa grandissima importação de farinha da America do Norte, presagia uma parte da applicação que poderia dar-se áquella força.

O Tejo proximo do grande celleiro hespanhol, a Estremadura hespanhola, e não distante do celleiro portuguez o Alemtejo, está em boas condições para ser o moinho dos trigos d'estas proveniencias, que Lisboa consome e que ainda a exportação leva.

Suppondo porém que os moinhos do Alto Tejo eram sómente destinados a moer o trigo consumido por umas 100:000 pessoas das que formam a população de Lisboa teriam necessidade de dar diariamente 75000 kilogrammas de farinha ou moer 100000 kilogrammas de trigo pelo menos.

Avaliando em 750 kilogrammas de trigo moido o trabalho feito em 10 horas por 3 cavallos vapor teremos que 100000 kilogrammas precisarão por dia de $\frac{100000\times3}{750}=400$ cavallos vapor e que por consequencia só o consumo de farinha d'uma parte da população de Lisboa é sufficiente para dar trabalho a duas turbinas estabelecidas no Tejo.

Ficar-nos-hiam ainda 11 quedas d'agua sem applicação, mas não viriam ellas n'um futuro mais ou menos remoto ser destinadas á cerração de madeiras? Ao tratamento da cortiça que exportamos em bruto para importarmos manufacturada? Á fiação e tecelagem do linho, lã e mesmo algodão? Á fabricação de papel? Ao tratamento dos minerios saidos d'Hespanha e mesmo de Portugal logo que um canal de linha divisoria ligasse os valles do Tejo e do Guadiana e posesse as minas do Alemtejo em communicação com este grande operario o Tejo?

Dir-se-ha talvez que devaniamos, que uns momentos de febre nos fizeram crear visões a que a intensidade d'essa febre fez suppor existencias possiveis; e nós responderemos que só nos admira que idéas tão simples, que projectos de tão facil intuição, não tenham ainda sido tratados por alguns dos homens competentes, que teem passado por aquellas regiões, hoje quasi desertas: mas temos fé em que a civilisação fará risonhas e cheias de vida.

FIM

INDICE GERAL

1.ª PARTE

	PAG.
Razões de ser do estudo	3 a 5
Influencia das inclinações do pello d'agua e do fundo na velocidade d'uma corrente	5 a 8
Formula da velocidade média dos cursos d'agua	9
Influencia da atmosphera nas correntes	10
Variação da velocidade média	10
Curvaturas dos cursos d'agua	11 e 12
Levantamento do fundo dos rios	12 e 13
Inclinação transversal dos campos marginaes	14
Mudanças de leito dos rios torrenciaes	15 e 16
Importancia das plantações marginaes	17 a 19
Diques longitudinaes	19 a 21
» transversaes	21 e 22
Causas de ruina dos diques	22 a 24
Condições d'estabilidade dos diques	24 e 25
Parallelismo d'afluentes	25 e 26
Nivelação dos campos marginaes	26 a 28
Taboleiros d'inundação ou colmatagem	29
Dimensões das vallas d'inundação dos taboleiros de colmatagem	30 e 31
Despesa por hectare de campo protegido	32 a 34
Possibilidade d'irrigação dos campos marginaes	35
Vallinhas d'irrigação	36

	PAG.
Machinas elevatorias d'agua	36 a 38
Draynagem, limação e esgoto dos campos	39
Orçamento das obras de protecção e irrigação dos campos	40 e 41
Indagação da fonte do capital para as obras de protecção	42 a 44
Difficuldades da navegação estival do Baixo Tejo	45 e 46
Canal de navegação estival	47 e 48
Esporões para a determinação do canal	49
Apreciação das vantagens da facilitação da navegação estival	50
Necessidade de legislação fluvial	51 a 61
Questão do resalto ou ingorgitamento proveniente das obras *(nota)*	51 a 60

2.ª PARTE

Considerações geraes	65 a 67
Descripção succinta do valle do Tejo entre a Barquinha e a fronteira d'Hespanha	67 a 70
Indicação e classificação das difficuldades da navegação do Alto Tejo	70 a 77
» das obras emprehendidas até á actualidade para a facilitação da navegação	77 a 80
Descripção dos trabalhos propostos n'esta memoria para facilitar a navegação	81 a 83
Quadro indicativo das barragens e dos rapidos do Alto Tejo	84
Numero de dias annual em que as obras podem aproveitar á navegação	85
Circumstancias que deverão observar-se quando tenha logar uma cheia	86
Determinação das condições d'estabilidade das construcções d'alvenaria	87 e 88
Disposições particulares das portas d'eclusa do Alto Tejo (apparelhos de manobra e d'enchimento da bacia)	89
Discussão dos propulsores dos barcos do Alto Tejo	90 a 93
Fórma dos barcos para constituirem comboy rebocavel	94
Orçamento d'uma barragem e eclusa	95 e 96
Calculo da tarifa do transporte de mercadorias, depois de estabelecida a navegação pelo modo indicado na memoria	97 e 98
Considerações sobre vias de communicação	99 a 101
Influencia da navegação na industria agricola da região que o Tejo atravessa para montante d'Abrantes	101 a 104
Indicação d'outras industrias além da agricola que as obras podem fazer nascer no Alto Tejo	104 a 106

ERRATAS

PAG.	LIN.	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
10	31	esta inevitavelmente	este inevitavelmente
11	12	affirmar ella .	affirmar que ella
28	11	1868	1878
41	6	Salvaterra Azambuja	Salvaterra e Azambuja
»	7	Barquina	Barquinha
81	28	deveremos tirar-lhe	não devemos tirar-lhe
87	36	faceis	faces

PLANTA

DE

UMA PORÇÃO DE TERRITORIO PROXIMO A SANTAREM

SERVINDO PARA INDICAR

AS OBRAS DE PROTECÇÃO DE CAMPOS

E DE

NAVEGABILIDADE DO TEJO

Escala — 1 : 20:000

CONVENÇÕES

- *Comportas*
- *Diques*
- *Vallas de inundação*
- *Vallinhas de irrigação*
- *Moinhos de vento para as irrigações*
- *Esporões*

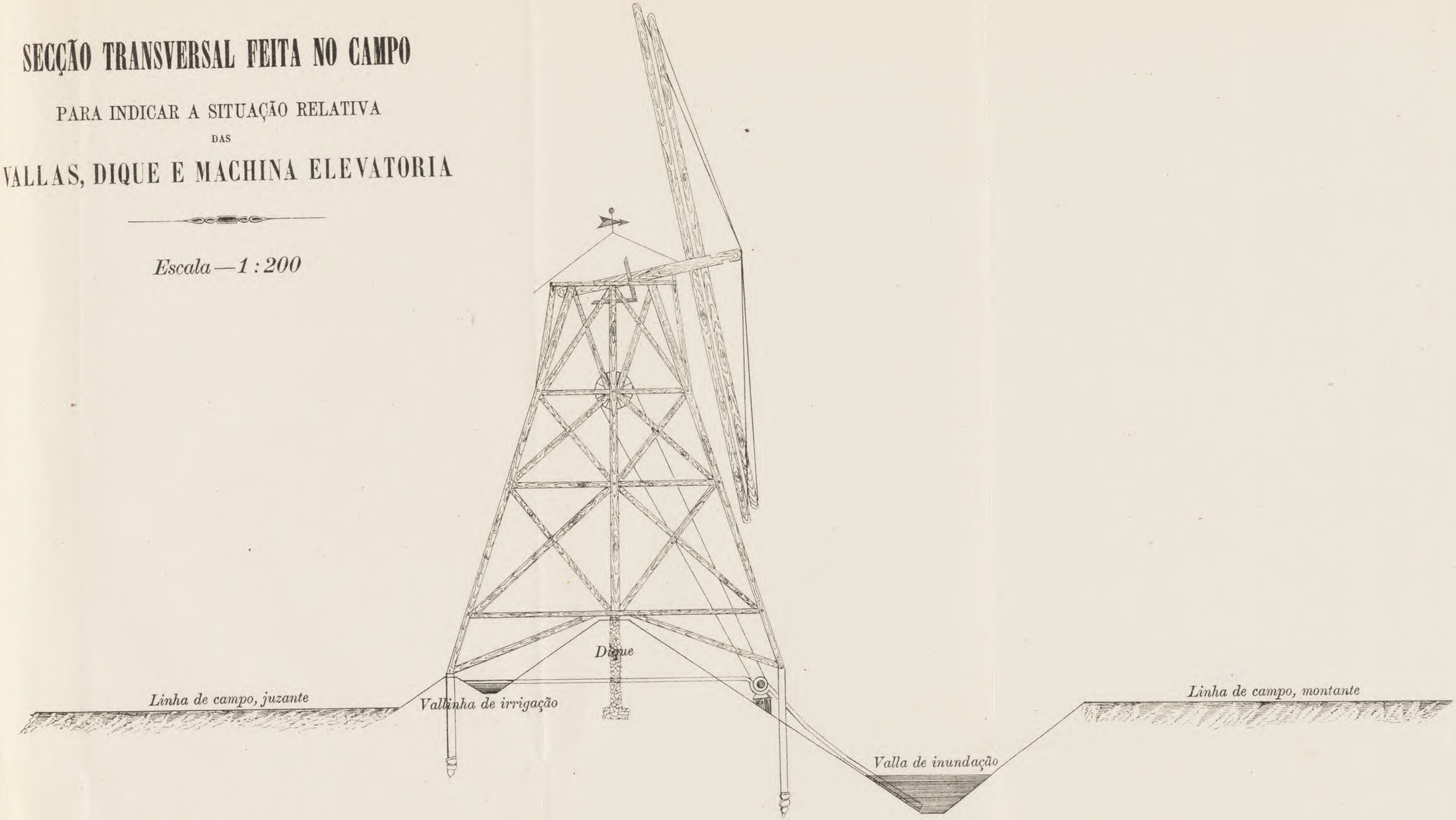
SECÇÃO TRANSVERSAL FEITA NO CAMPO

PARA INDICAR A SITUAÇÃO RELATIVA

DAS

VALLAS, DIQUE E MACHINA ELEVATORIA

Escala — 1 : 200



PLANTA, ALÇADO E CORTE

DE

UMA BARRAGEM E ECLUSA

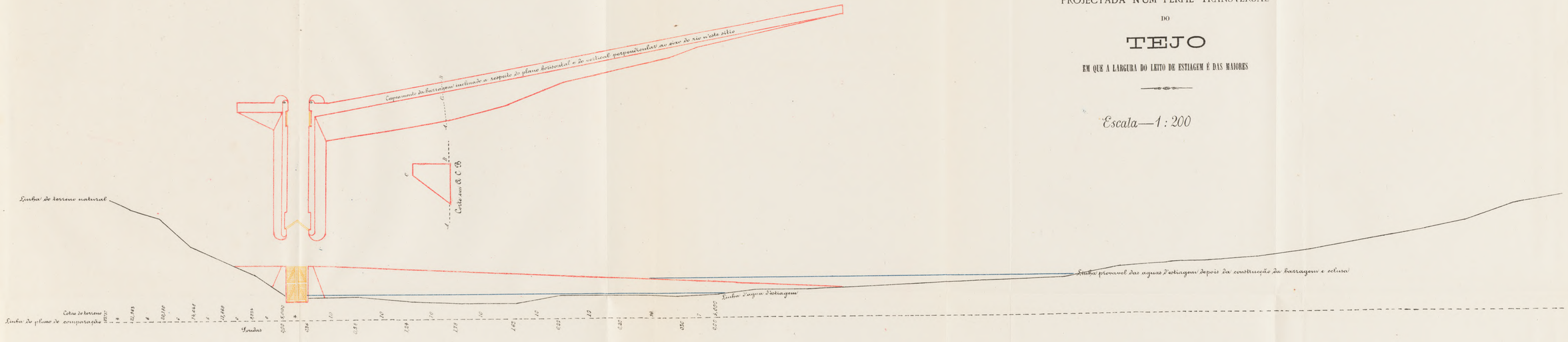
PROJECTADA N'UM PERFIL TRANSVERSAL

DO

TEJO

EM QUE A LARGURA DO LEITO DE ESTIAGEM É DAS MAIORES

Escala—1:200



VISTA DE UMA ECLUSA PROJECTADA N'UM LOGAR DO ALTO TEJO

Der.^o do Sr. V.^de d'Athoguia.

CATALOGO

DOS

PEIXES DE PORTUGAL

MEMORIA

CATALOGO

DOS

PEIXES DE PORTUGAL

MEMORIA

APRESENTADA Á ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

POR

FELIX DE BRITO CAPELLO

SOCIO CORRESPONDENTE DA MESMA ACADEMIA

FEIXES DE FORTIFICAT

CATALOGO

PROLOGO

Ao ser officialmente encarregado de estudos importantes ácerca das nossas pescarias e dos peixes que frequentam os nossos mares, Felix de Brito Capello determinou formular uma lista conscienciosa das especies que conseguira determinar, destinando-a a servir-lhe de ponto de partida para os novos trabalhos que ia emprehender. A sorte, porém, que se lhe mostrara quasi sempre contraria no decurso da sua attribulada existencia, não lhe consentiu sequer a conclusão d'este modesto escripto, onde se acham resumidas e compendiadas as trabalhosas e intelligentes investigações de muitos annos de aturada applicação.

Manifestaram-se então, e foram tomando rapido incremento, graves lesões na séde d'aquella intelligencia, de cuja alta valia nos ficaram incontestaveis documentos. Não tardou muito que as suas faculdades nos offerecessem o triste e doloroso espectaculo de prolongados eclypses, de modo que sem a intervenção carinhosa da amisade, solicita em aproveitar os raros intervallos de lucidez com que a molestia fatal se comprazia em incutir esperanças mentirosas, não poderia ser hoje dado á estampa este trabalho posthumo do nosso celebrado naturalista. Á cooperação discreta

e perseverante do sr. José Augusto de Sousa, conservador do Museu de Lisboa, se deve este feliz resultado.

Foram os peixes o estudo predilecto de Felix Capello, comquanto repartisse por outros ramos da zoologia, com egual aproveitamento, a actividade de uma intelligencia admiravelmente affeiçoada a este genero de investigações. Pelo estudo dos peixes iniciara elle a sua brilhante carreira de naturalista quando veiu sentar-se á nossa mesa de trabalho e contribuir comnosco para a realisação d'esta inutilidade que se chama—um Museu de Zoologia.

O «Catalogo dos peixes de Portugal» comprehende 267 especies, mas este algarismo não representa por certo a totalidade dos peixes que frequentam os nossos mares e habitam os rios e ribeiras da região occidental da peninsula; ulteriores investigações hão de elevar o numero das especies que ahi ficam apontadas, e tambem é de crer que as diligencias que se empregarem em completar o conhecimento da nossa fauna ichthyologica conseguirão acrescentar mais algumas descobertas áquellas com que o nosso mallogrado naturalista a enriquecera. Os peixes de agua doce, a cujo estudo menos se applicara Felix Capello, são indubitavelmente os que mais devem desafiar a attenção dos naturalistas.

Nas 267 especies citadas pelo nosso amigo figuram muitas que elle descobriu e descreveu. O exame dos peixes plagiostomos, que os pescadores trazem habitualmente aos nossos mercados, forneceu-lhe ensejo para realisar algumas das suas mais notaveis descobertas. Começára estes estudos na supposição de que sómente teria de determinar especies já bem conhecidas e vulgares nas costas do Atlantico e do Mediterraneo, e por isso de dia a dia augmentava o seu espanto ao depararem-se-lhe typos novos e ignorados dos naturalistas, e crescia tambem a sua hesitação em os descrever. Para vencer essas hesitações, filhas de uma modestia natural e excessiva, tivemos de associar-nos então ao seu estudo para compartilharmos a responsabilidade de declarar inéditas aquellas especies que nenhum naturalista antes de nós examinára. É justo que se saiba que nas publicações onde os nossos nomes se acham associados, cabe ao nosso unicamente a responsabilidade de redacção, e a Felix Capello a merecida gloria que lhe resulta das investigações scientificas ali consignadas.

Parecem-nos desnecessarias extensas e conceituosas apreciações ácerca dos escriptos scientificos do nosso saudoso collega e amigo, para que fique bem evidenciado o seu singular merecimento. As suas obras provam mais eloquentemente do que as mais auctorisadas palavras, que a sciencia perdeu n'elle um dos seus mais conscienciosos e dedicados cultores. Nada diremos tambem do homem; dil-o melhor do que nós a profunda saudade que por elle sentimos todos os seus amigos, todos os que o conheceram. Possa o seu exemplo servir de incitamento ás novas gerações, e convencel-as de que sómente pelo estudo se alcança a sciencia, sómente pela pratica constante e desinteressada do bem se conquista fama honrada e immorredoura.

J. V. Barboza du Bocage.

CATALOGO

DOS

PEIXES DE PORTUGAL

Fam. **GASTEROSTEIDAE**

1. **Gasterosteus brachycentrus.** Cuv. et Val.
   Yarrell, British Fishes, II, p. 88 (3.ª ed.), fig.—Capello, Jorn. da Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 240.—Steindachner, Cat. Préliminaire des Poiss. d'eau douce du Portugal, etc., p. 3.—Sauvage, Révision des Épinoches, Nouv. Arch. du Muséum de Paris, 1874, p. 23.
   Setubal.—Nome vulgar *Esganagata*.
   Mondego (Valla da Geria). Pelo sr. dr. Paulino de Oliveira.

2. **Gasterosteus spinachia.** L.
   Günther, I, p. 7.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. V, p. 165.—*Gastraea spinhachia*, Sauvage, Nouv. Arch. Mus. de Paris, 1874, p. 36.
   Setubal.

Fam. **BERYCIDAE**

3. **Beryx decadactylus.** Cuv. e Val.
   Webb, et Berthelot, Hist. Nat. des Iles Canaries, Ichthyol., p. 13, pl. 4.—Capello (descripção), Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol, I, p. 240.
   N. v. *Imperador*.
   Mercado de Lisboa (de janeiro a abril).

Fam. **PERCIDAE**

4. **Labrax lupus.** Cuv. et Val.
   Hist. Nat. des Poiss., II, p. 56.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 241 e 242. (Est. da dentição do vomer e escamas).
   N. v. *Roballo.*
   Algarve e Lisboa. Numeroso entre dezembro e abril.

5. **Labrax punctatus.** Bloch.
   Taf. 305.—Gthr., Annals and Mag. of Nat. Hist., september, 1863, p. 174.—Capello, descripção e est. da dentição do vomer e escamas, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 154.—Ibid., p. 241.—Extracto, est. III, fig. 3 (colorida).
   Lisboa.—N. v. *Balhadeira.*
   Algarve.—N. v. *Varia, Baila.*

6. **Centropristis hepatus.** Gm.
   Gthr., Cat. of Fishes, I, p. 84.—Costa, Fauna del regno di Napoli, tav. VII, f. 1.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 223.
   Algarve.—N. v. *Garoupa.*

7. **Anthias sacer.** Bl.
   Lowe, Fishes of Madeira, p. 19, t. 4.—Gthr. Cat. of Fishes, I, p. 88.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 243.
   Lisboa e Setubal.—N. v. *Canario do mar.*
   Raro.

8. **Serranus scriba.** Cuv. et Val.
   Hist. Nat. des Poiss., vol. II, p, 214, pl. 28.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 103.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 243, (descripção).—*Serranus cabrilla*, var. Guichenot, Explor. scient. de l'Algérie, Poiss., pl. 1.
   Lisboa e Setubal.—N. v. *Garoupa.*
   Abundante.

9. **Serranus cabrilla.** Cuv. et Val.
   Vol. II, p. 223, pl. 29.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 243.
   N. v. *Garoupa.*
   Pouco vulgar.

10. **Serranus gigas.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. des Poiss., II, p. 270, pl. 33.—Yarrell, II, p. 132, fig. (3.ª ed.). —Capello, Jorn Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 244.

Pouco vulgar; é peixe de fundura, não apparece perto das costas. Pesca-se accidentalmente com os chernes e congros.

N. v. *Méro.*

11. **Serranus cernioides.** Capello.

Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 156.—Ibid. p. 244, est. IV, fig. 1. (Extracto, p. 3).

N. v. *Cherna.*

12. **Serranus fimbriatus.** Lowe.

Trans. Cambr. Philos. Soc., 1836, p. 195, pl. 1.—Valenc. in Barker. —Webb et Berthelot, Ichthyol., p. 8.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 246, (descripção).

Mercado de Lisboa.—N. v. *Méra.*

13. **Serranus goreensis.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., VI, p. 511.—Günther, Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 133. Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 247, (descripção).

Mercado de Lisboa.—N. v. *Engenhim.*

14. **Polyprion cernium.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. des Pois,, III, p. 21, (nec. fig.)—Yarrell, British Fishes, II, p. 124, fig.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 248, (observação).

Abundante de dezembro a março, raro no resto do anno. É peixe do alto e de fundura.

Toda a costa de Portugal.—N. v. *Cherne.*

15. **Pomatomus telescopus.** Risso.

Ichthyologie de Nice, p. 301, pl. IX. f. 31.—Cuv. e Val. Hist. Nat. Poiss., VI, p. 495.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 160, descripção, est. do vomer e palatinos, e p. 248.

Raro. Existe em grandes profundidades, e obtem-se sómente nos espinheis junto com as lixas.

Mercado de Lisboa.—N. v. *Olhudo.*

Fam. **PRISTIPOMATIDAE**

16. **Dentex vulgaris.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. des Poiss., VI, p. 220, pl. 153.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 249.
Pouco vulgar, geralmente confundido com o *pargo*.
Mercado de Lisboa.—N. v. *Dentão*.

17. **Dentex macrophthalmus.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 227.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol I, p. 249.
Vulgar durante todo o anno, mais abundante no verão quando attinge o seu maior desenvolvimento.
N. v. *Cachucho*.

18. **Dentex filosus.** Valenc.
Webb, Iles Can. Poiss., p. 37.—Günther, Cat. Acanthopt. I, p. 371.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 249, (descripção), est. IV, fig. 2.
Peixe do alto e de fundura.
Lisboa.—N. v. *Capatão*.
Setubal.—N. v. *Pargo de morro*.
Algarve.—N. v. *Pargo de mitra*.—*Pargo mitrado* (ad.)—*Marianna* (juv).

19. **Dentex parvulus.** Capello.
Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 250, (descripção).
Mercado de Lisboa.— N. v. *Dentelha*.

20. **Maena vulgaris.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI. p. 330.—Capello. Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 251.
Rarissimo.
Setubal.—Offerecido pelo sr. João de Brito.

21. **Smaris vulgaris.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, pag. 407.—Bp. Fauna Italica, Pesci, tab. 6, f. 2.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 251.

Raro. O unico exemplar que existe no Museu de Lisboa foi enviado de Setubal pelo sr. João de Brito.
N. v. *Alcorraz*.

22. **Smaris gagarella.** Bp.
Fauna Italica, Pesci, tav. 6, f. 1.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 223, (observação).
Vulgar e abundantissimo.
Algarve.—N. v. *Trombeiro, trombeta*.

23. **Smaris insidiator.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 414.—Bp. Fauna Italica, Pesci, tav. 5, f. 2.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 251.
Raro.
Lisboa.

Fam. **MULLIDAE**

24. **Mullus surmuletus.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., III, p. 433.—Yarrell, British Fishes, II, p. 97, (3.ª ed.) Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 251.
Não muito vulgar em Lisboa; vulgarissimo em Setubal todo o anno no rio e costa.
N. v. *Salmonete*.

25. **Mullus barbatus.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., III, p. 442, pl. 70.—Yarrell, British Fishes, II, p. 102, (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 251.
Vulgar em Setubal.

Fam. **SPARIDAE**

26. **Cantharus lineatus.** Gthr.
Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 413.—*Cantharus vulgaris*, Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., VI, p. 319, pl. 160.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 252.
Vulgar em Lisboa, vulgarissimo em Setubal todo o anno no rio e costa.
N. v. *Choupa*.

27. **Box vulgaris.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 348, pl. 161.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 252.
Vulgar.—N. v. *Boga.*

28. **Box salpa.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 357, pl. 162.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 252.
Vulgar em Setubal, apparecendo em pouca quantidade.
N. v. *Salema.*

29. **Sargus vulgaris.** Gthr.
Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 437.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol I, p. 252.
Vulgar; apparece em pouca quantidade tanto em Lisboa como em Setubal.
N. v. *Sargo.*
Algarve.—N. v. *Séfia* (juv.) ad.?

30. **Sargus Rondeletii.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 14, pl. 141.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 252.
Lisboa (pouco vulgar).—N. v. *Sargo.*
Algarve.—N. v. *Bicudo.*

31. **Sargus annularis.** L.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 445.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II. p. 224.
Setubal.—N. v. *Alcarraz.*

32. **Sargus vetula.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 48.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 252.
Raro.
Lisboa e Algarve.—N. v. *Sargo.*

33, **Sargus cervinus.** (Lowe).
Charax cervinus, Trans. Zool. Soc. II, p. 177.—Gthr. Cat. Acanth. Fishes, I, p. 448.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 252, (observação).
Lisboa.—N. v. *Sargo veado.—Olho de boi.*

34. **Charax puntazzo.** (L.)
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., VI, p. 72. pl. 144.—Gthr. Cat. Acanth. Fishes, I, p. 453.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 224.
Algarve, vulgar.—N. v. *Sargo bicudo.*

35. **Pagrus vulgaris.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 142, pl. 148.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 253.
Vulgarissimo e abundante; apparece em todas as épocas, sendo comtudo o inverno a da sua pesca no alto mar.
Lisboa.—N. v. *Pargo.*

36. **Pagrus auriga.** Valenc.
Webb. et Berthel. Hist. Nat. Iles Canar. Poiss., p. 34.—Gthr. Cat. Acanthop. Fishes, vol. I, p. 471.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. IV, p. 307.—*Chrysophrys cœruleosticta?* Cuv. et Val., Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 255.
Raro.
Setubal.—N. v. *Pargo Therezo.*

37. **Pagrus Bocagii.** Lowe.
Günther, Proc. Zool. Soc. 1860, p. 391, pl. XI.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 251.
Mar de Lisboa.—N. v. *Pargo.*

38. **Pagellus centrodontus.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 180.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa. vol. I, p. 253.
Vulgarissimo e abundantissimo em dezembro e janeiro, continuando a apparecer em abundancia até março, e no resto do anno em menor quantidade.
Lisboa.—N. v. *Goraz.*

39. **Pagellus Oweni.** Günther.
Cat. of Acanth. Fishes, I. p. 478.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 224.
Raro.
Lisboa (mercado).—N. v. *Bezugo.*

40. **Pagellus erythrinus.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 170, pl. 150.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 253.

Raro: affirmam-nos que em Setubal se pescava á rede e a anzol em abundancia n'outro tempo.
N. v. *Bica*.

41. **Pagellus Güntheri.** Capello.
Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 253, est. IV, fig. 3.—Pagellus... var.? sp. nov.?.—Günther, Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 474.
Lisboa.—N. v. *Bica*.

42. **Pagellus acarne.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., vol. VI, p. 191.—Günther, Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 480.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 254.
Vulgar: apparece em todo o anno, sendo pescado em maior quantidade no inverno.
Lisboa.—N. v. *Bezugo*.

43. **Pagellus bogaraveo.** Brünn.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 480.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. IV, p. 308.
Setubal.—N. v. *Bezugo*.

44. **Pagellus mormyrus.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., vol. VI, p. 200.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, vol. I, p. 481.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 254.
Raro em Lisboa. Em Setubal pesca-se em todas as épocas do anno no rio e costa.
Lisboa.—N. v. *Ferreiro*.
Setubal.—N. v. *Bezugo d'ova*.
Algarve.

45. **Chrysophys aurata.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 85. est. 145.—Yarrell, British Fishes, II, p. 135. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. Acanth. Fishes, I, p. 484.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 255.
Ponco vulgar: apparece sómente no verão.
Lisboa.—N. v. *Doirada*.

46. **Chrysophrys crassirostris.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VI, p. 98, est. 146.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 484.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I. p. 484.

Raro.—N. v. *Doirada femea*.
Lisboa.

Fam. **TRIGLIDAE**

47. **Sebastes imperialis.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., IV, p. 336.—*Sebastos dactylopterus*, Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 99.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 255.
Pouco vulgar e pouco abundante.
Lisboa.—N. v. *Gallinha do mar*.
As *gallinhas do mar*, os *cantarilhos*, *rocazes*, etc., só apparecem no inverno; nas outras estações são raros.

48. **Sebastes Kuhlii.** Lowe.
Syn. Fishes Mad., p. 176, and Fishes of Madeira, p. 115.—Gthr., Cat. of Acanth. Fishes. II, p. 102.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 255.
Pouco vulgar: apparece juntamente com a *gallinha do mar*.
Lisboa.—N. v. *Cantarilho*, *Toupeira*.

49. **Sebastes filifer.** Val.
Hist. Nat. des Iles Canar. Ichth., p. 21, pl. 2. fig. 2.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 255. (observação)
Raro.—N. v. *Cantarilho*.

50. **Sebastes maderensis.** Lowe.
(Fide Lowei). Trans. Zool. Soc. Lond., II, p. 176.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 102.—*Scorpeana maderensis*, Cuv. et Val., Hist. Nat. Poiss., IV, p. 463.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 256.
Muito raro; ainda não obtivemos nenhum exemplar; porém o sr. Lowe affirma tel-o visto no nosso mercado de Lisboa.

51. **Scarpaena porcus.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., IV, p. 330.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 107.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, P. 256.
Pouco vulgar em Lisboa: apparece todo o anno em Setubal em pouca quantidade.
Setubal.—N. v. *Requeime preto*.

52. **Scarpaena scrofa.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., IV, p. 288.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 108.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa. vol. I, p. 256.
Vulgar, mas pouco abundante; apparece juntamente com as *gallinhas do mar*.
Lisboa.—N. v. *Rocaz, Rascasso*.

53. **Cottus gobio.** L.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 156.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. V, p. 165.
Cascaes. Offerecido por S. M. El-Rei D. Luiz.

54. **Trigla hirundo.** Cuv. et Val.
Hist Nat. Poiss., IV, p. 40.—Yarrell, British Fishes, II, p. 21, f. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 202.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, I, p. 256.
Vulgar e abundante; apparece todo o anno.
Lisboa e Setubal.—N. v. *Ruivo, Cabaço*.

55. **Trigla lyra.** L.
Yarrell, British Fishes, II, p. 26, fig. (3.ª ed.)—Bp. Fauna Italica, Pesci, pl. 10, fig. 2.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 208.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 257.
Vulgar e abundante no verão; apparece em menor quantidade no resto do anno.
Lisboa.—N. v. *Cabra, Cabrinha*.

56. **Trigla gurnardus.** L.
Yarrell, British Fishes. II, p. 28, fig. (3.ª ed.)—Bp. Fauna Italica, tab. 11, fig. 2.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 205.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 257.
Raro.—N. v. *Emprenhador*.
Lisboa, Povoa de Varzim.

57. **Trigla lineata.** L.
Yarrell, British Fishes, II, p. 19. fig. (3.ª ed.)—Bp. Fauna Italica, tab. 12, fig. 2.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 200.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 257.
Lisboa. Pouco vulgar.—N. v. *Bêbo, Bebedo*.
Algarve (Lagos).—N. v. *Ruivo*.

58. **Trigla cuculus.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., IV, p. 26.—Yarrell, British Fishes, II, p. 10, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 257.
Pouco vulgar em Lisboa; em Setubal apparece em pouca quantidade todo o anno.
Lisboa.—N. v. *Bebo, Bebedo.*

59. **Trigla obscura.** L.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 210.—*Tr. lucerna*, Brünn. Yarrell, British Fishes, II, p. 39, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 257.
Vulgar.—N. v. *Ruivo.*
Lisboa e Setubal.

60. **Trigla poeciloptera.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., IV, p. 47.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, I, p. 203.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 257.
Vulgar no verão, deixa de apparecer nas outras estações.
Lisboa.—N. v. *Ruivo.*

61. **Peristedion cataphractum.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., IV, p. 101, pl. 75.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 217.—*Per malarmat*, Yarrel, Brit. Fishes, II, p. 43, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 258.
Pouco vulgar.—N. v. *Cabrinha da Moirama, Bargéla.*
Lisboa.

Fam. TRACHINIDAE

62. **Uranoscopus scaber.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., III, p. 287.—Gthr. Cat. of, Acanth. Fishes, II, p. 226.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 258.
Pouco vulgar.—N. v. *Papa-tabaco.*
Lisboa.—N. v. *Masca-tabaco.*

63. **Trachinus draco.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss , III, p. 238.—Yarrell, British Fishes, II, p. 1, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 233.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 258.

Pouco vulgar.—N. v. *Peixe aranha*.
Algarve, Lisboa e Setubal.

64. **Trachinus vipera**. Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., III, p. 254.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 7, fig. (3.ª ed.)
Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, pag. 258.
Raro no mercado, por não ser peixe de uso alimentario, em consequencia da sua pequenez; além d'isto os pescadores lançam-no ao mar assim que o vêem, e se por acaso escapa algum nos barcos, ou se apparece quando *arrastam*, esmagam-no logo com pedras com receio de serem feridos pelos espinhos da dorsal, que produz grandes dôres, segundo é constante entre elles.
Lisboa.—N. v. *Peixe aranha*.

Fam. **SCIAENIDAE**

65. **Sciaena aquila**. Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., V, pag. 28, pl. 100.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 104, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes. II, p. 291.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 259.
Vulgar e abundante de março a maio, no resto do anno pesca-se em menor quantidade.
Lisboa.—N. v. *Corvina*.

66. **Umbrina cirrhosa**. (Cuv.)
Gthr. Cat. of the Fishes, II, p. 274.
Raro.
Setubal, exploração zoologica, outubro de 1877.—N. v. *Corvina*.

Fam. TRICHIURIDAE

Divisão da familia TRICHIURIDAE em tres subfamilias

Subfam. Trichiurina

Abertura anal collocada proximamente a meio do corpo.	Corpo muito comprido (a altura comprehendendo-se 11-17 vezes no comprimento total). Uma ou duas dorsaes baixas e estendidas por todo o corpo. Anal comprida e baixa, composta em parte por espinhos curtos, isolados, sem membrana, e mais ou menos escondidos na pelle	Ventraes nullas, ou representadas sómente por um par de escamas; dorsal unica	Caudal nulla	*Trichiurus*
			Caudal distincta	*Eupleurogrammus*
				Lepidopus
				Evoxymetopon
		Ventraes nullas; duas dorsaes proximamente eguaes; caudal distincta		*Aphanopus*

Subfam. Gempylina

Abertura anal collocada muito para traz do meio do corpo	Corpo ainda bastante comprido (a altura comprehendendo-se 10-17 vezes no comprimento total). Primeira dorsal muito mais comprida que a segunda; esta, semelhante na fórma á anal. *Dentes palatinos nullos*: algumas vezes raios isolados	Ventraes representadas sómente por um espinho; seis raios isolados		*Gempylus*
		Ventraes bem desenvolvidas; raios isolados nullos.	Um espinho grosso entre o anus e a barbatana correspondente	*Nesiarchus*
			Espinho anal nullo; duas linhas lateraes.	*Epinnula*

Subfam. Thyrsitina

Corpo pouco comprido (a altura comprehendendo-se 5-8 vezes no comprimento total). Primeira dorsal muito mais comprida que a segunda; esta, semelhante na fórma á anal. *Ossos palatinos dentiferos;* algumas vezes raios isolados	Ventraes, ora desenvolvidas, ora rudimentaes; dois a seis raios isolados		*Thyrsites*
	Ventraes, representadas por um espinho comprido e granuloso; preoperculo espinhoso no angulo; raios isolados nullos		*Dicrotus*

67. **Aphanopus carbo.** Lowe.

Proc. Zool. Soc. Lond., 1839, p. 79.—Gthr. Cat. of Acant. Fishes, II, p. 343.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 259, est. IV, fig. 4, (observação).

Muito raro. É pescado accidentalmente a grande profundidade com os apparelhos chamados espinheis, destinados á pesca das lixas.

N. v. *Peixe espada preto.*

Setubal.

68. **Lepidopus lusitanicus.** Leach.

Zool. Misc., II, p. 7, pl. 62.—*Lepidopus caudatus,* Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 344.—Steindachner, Sitz. d. k. Akad. d. Wissensch, 1867, oct. p. 101.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 260.

Muito vulgar e abundante; pesca-se em todas as épocas no alto mar, o seu tempo proprio é março e abril.

Lisboa.—N. v. *Peixe espada.*

69. **Trichiurus lepturus.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., VIII, p. 237.—Yarrell, British Fishes, II, p. 275, fig. 3.ª ed.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 346.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 260.—Steindachner, Sitz. Akad. Wissensch, 1867, oct., p. 102.

Vulgarissimo. É peixe de fundura que só se obtem nos espinheis.

Lisboa —N. v. *Peixe espada lirio.*

70. **Thyrsites pretiosus.** Gthr.

Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 351.—*Ruvettus pretiosus,* Cocco.—Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 42.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 260.—Steindachner, Sitz. Akad. Wisseusch, 1867, octob., p. 102.

Raro.

Lisboa.—N. v. *Escolar.*

71. **Nesiarchus nasutus.** Johns.

New genera and spec. of Fishes from Madeira, Proceed. Zool. Soc. London, 1862.—*Prometheus paradoxus,* Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 260; Ibid., vol. II, p. 154.—Steindachner, Sitz. Akad. Wissensch, 1867, octob., p. 103.

Pouco vulgar. Os pescadores confundem-no com o *Aphanopus carbo.*

N. v. *Peixe espada preto.*

Lisboa e Setubal (excursão zoologica, outubro de 1877).

Fam. **ALEPISAURIDAE**

72. **Alepisaurus ferox.** Lowe.

Proceed. Zool. Soc., 1833, p. 104.—Trans. Zool. Soc., I, p. 124.—Descript. of new genus of Acanth. Fish. Madeira, june 23, 1833, pl.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 264.

Muito raro.

N. v. *Lirio ferro.*

Fam. **SCOMBRIDAE**

73. **Scomber scomber.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., VIII, p. 6.—Yarrell, British Fishes, II, p. 193, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p 357.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 357.—Steindachner, Sitzb. Akad. Wissensch, März, 1868, p. 1.

Vulgar e abundante em todas as épocas, sendo, comtudo, a sua temporada no verão.

Lisboa.—N. v. *Sarda.*

74. **Scomber colias.** L.

Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., VIII, p. 6.—Yarrell, British Fishes, II, p. 193, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 357.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 307.—Steindachner Sitzb. Akad. Wissensch, März, 1868, p. 3.

Vulgar e abundante: o seu tempo proprio é no verão.

Lisboa.—N. v. *Cavalla.*

75. **Thynnus thynnus.** Gthr.

Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 362.—*Th. vulgaris.* Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss. VIII, pag. 58, pl. 210.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 209, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 307.—Steind. Sitz. Akad. Wissens. März, 1868, p. 7.

Pouco vulgar em toda a costa occidental de Portugal; na costa do sul é abundantissimo, pescando-se em grande quantidade de abril a junho, quando se dirige em grandes massas para o Mediterraneo aonde vae desovar; então chamam-lhe *atum de direito*, e quando volta, no verão, denominam-o *atum de retorno* ou de *revez:* n'esta occasião é de peior qualidade.

Cezimbra.

76. **Thynnus bachypterus.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. des Poiss., vol. VIII, p, 98, pl. 211.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 363.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 308.—Steind. Sitz. Akad. Wissens. März, 1868, p. 6.
No Algarve é abundante e vulgar, pesca-se juntamente com a especie precedente.
Lisboa.—N. v. *Albacora.*

77. **Thynnus thunina.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., VIII, p. 104, pl. 212.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 364.—Steind. Sitz. Akad. Wissens. März, 1868, p. 6.
Setubal, outubro de 1877. Exploração zoologica.
N. v. *Judeu.*

78. **Thynnus pelamys.** Cuv.
Fide Lowei.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 308.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 7.
N. v. *Gayado.*

79. **Thynnus alalonga.** (Risso).
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 366.—Seind. Sitz. Akad. Wissens. März, 1868, p. 7.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. IV, p. 308, (observação)
Setubal.
N. v. *Athum guelha comprida.*

80. **Pelamys sarda.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. des Poiss., VIII, p. 149, pl. 217.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 226 (α), fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 367.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 308.—Steind. Sitz. Akad. Wissens. März, 1868, p. 8.
Pouco vulgar: apparece sómente no verão e no mar alto.
Lisboa.—N. v. *Serra.*

81. **Auxis rochei.** (Risso.)
Scomber rochei, Risso.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 369.—*Auxis vulguris*, Cuv. et Val. Hist. Nat. des Poiss., VIII, p. 139, pl. 216.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 224 fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. da Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 308.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 10.
Pouco vulgar: pesca-se no alto mar, e apparece sómente no verão.

N. v. *Judeu, Serra.*
Lisboa e Setubal.

82. Naucrates ductor. (L.)
Cuv. e Val., Hist. Nat. Poiss., VIII, p. 312, pl. 232.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 227, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. Acanth. Fishes, II, p. 374.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 308.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868. p. 10.
Raro.
N. v. *Romeiro.*
Lisboa e Setubal.

83. Echeneis remora. L.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 378.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 309.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 12.
Raro. Setubal.
N. v. *Pegador, agarrador, peixe-piolho.*

84. Zeus faber. L.
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., X, p. 6.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 251, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 393.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 309.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 14.
Vulgar; apparece em todo o tempo mas em pouca quantidade.
N. v. *Peixe gallo, alfaquim.*

85. Stromateus fiatola. L.
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., IX, p. 373, pl. 272.—Gthr. Cat. of Fishes, II, p. 397.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 309.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 17.
Pouco vulgar e pouco abundante.
Lisboa.—N. v. *Pampo, pombo.*

86. Stromateus microchirus. (Bonelli).
Gthr. Cat. Acanth. Fishes, II, p. 398.—*Seserinus michochirus,* Cuv. et Val., IX, p. 416, pl. 276.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 309.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 18.
Rarissimo.
Lisboa.—N. v. *Pampo, pombo.*

87. **Centrolophus pompilus.** Cuv. e Val.
Hist. Nat. Poiss., IX, p. 334, pl. 269.—Gthr. of Acanth. Fishes, II, p. 403.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 309.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 17.
Pouco vulgar.
Lisboa.—N. v. *Pescada preta.*

88. **Coryphaena dubia.?** Cap.
D. 53.—A. 25.
Altura do corpo no comprimento: 4,3.—Comprimento do corpo sem caudal: 1^{m}.—Comprimento da cabeça: 0^{m},21.
Peitoral egual á ventral; ventral um pouco atraz da peitoral.

Coryphaena equisetis.—Peitoral metade do comprimento do ventral, uma por baixo da outra.
Setubal. (Exploração em outubro de 1877)
N. v. *Doirado.*

89. **Brama Raii.** Bleck. Schn.
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., VII, p. 210, pl. 190.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 408.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 309.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 24.
Vulgar e abundante no verão.
Lisboa.—N. v. *Freira, chaputa.*

90. **Brama longipinnis.** Lowe.
Proc. Zool. Soc., 1843, p. 82.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 410.
Rarissimo.—O precioso exemplar que o Museu possue provém do mercado de Lisboa (dezembro de 1869).

Fam. **CARANGIDAE**

91. **Trachurus trachurus.** (L.)
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 419. (syn. partim).—*Caranx trachurus,* Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., IX, p. 11, pl. 246.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 310. (Estampa com as disposições e numero dos escudetes da linha lateral)—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 32.
Vulgarissimo e abundantissimo; pesca-se durante todo o anno, quando

novo sob o nome de *carapau;* quando adulto é mais abundante de janeiro a março e é denominado pelos pescadores *Chicharro.*
Lisboa.

92. **Trachurus fallax.** Capello.
Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 310 e p. 318 (descripção).
N. v. *Churreu* ou *Charréu* (ad).
Chicharro francez (juv.)—*Chicharro negrão.*
Esta especie é menos vulgar do que a outra; comtudo não é rara, principalmente os individuos novos. O adulto pesca-se no alto mar com os apparelhos dos gorazes e cachuchos.
Lisboa e Setubal.

93. **Seriola Dumerilii.** Risso.
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., IX, p. 201. pl. 258.—Gthr. Cat. of the Fishes, II, p. 462.
D. 6 $^{1}/_{32}$: A. $^{2}/_{19}$.
Mercado de Lisboa.

94. **Seriola Lalandii.** Cuv. et Val.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 463.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol I, p. 313.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 40.
Raro; pesca-se sómente no alto mar.
N. v. *Anchova* ou *Enchova.*
O unico exemplar que no Museu de Lisboa representa esta especie provém da collecção antiga.

95. **Lichia amia.** (L.)
Cuv. Règn. Anim. Ill. Poiss., pl. 54, f. 3.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 476.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 224.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 42.
Mercado de Lisboa. Setubal, 8-1877, Capello.
N. v. *Doirada.*

96. **Lichia glauca.** Risso.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 477.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 313.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 41.
Rarissimo.
Lisboa e Setubal. (Excursão zoologica, outubro de 1877)

97. **Temnodon saltator.** (L.)
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., IX, p. 225, pl. 260.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 479.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 343.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 44.
Raro: pesca-se sómente a grande distancia da costa.
N. v. *Anchova* ou *Enchova*.

98. **Capros aper.** (L.)
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., VIII, p. 255, pl. 225-26.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 240, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, II, p. 511.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 343.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 45.
Rarissimo.
N. v. *Pimpim*.

Fam. **XIPHIIDAE**

99. **Xiphias gladius.** (L.)
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., VIII, p. 255, pl. 225-26.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 511.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 343.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 46.
Pouco vulgar.
N. v. *Agulhão, agulha*.
Setubal. (Exploração zoologica, outubro de 1877)

Fam. **GOBIIDAE**

100. **Gobius niger.** (L.)
Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 318. (part. descript.)—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 11.
Setubal. (Excursão zoologica, outubro de 1877)

101. **Gobius jozo.** (L.)
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XII, p. 35.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 12.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 56.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 226.
Algarve. Obtivemos um só exemplar entre muitos da especie que descrevemos d'este genero sob a denominação de *Gobius sp.?*
N. v. *Caboz*.

102. **Gobius capito.** Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss., XII, p. 21.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 55. —Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 51.
Raro. Alguns exemplares comprados no mercado de Lisboa.
N. v. *Caboz*.

103. **Gobius paganellus.** (L.)
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 52.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 63.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 226.
4 exemplares considerados primeiramente como o *Gobius niger*, Jorn. citado, vol. II, p. 51.
Mar da Ericeira. (Exploração zoologica em 1865)
N. v. *Caboz*.

104. **Gobius algarbiensis.** Capello.
Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 224 (descripção).
Mares de Lisboa, Setubal e Lagos.
N. v. *Caboz*.

105. **Callionymus lyra.** L.
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XII, p. 266.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. p. 310, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. Acanth. Fishes, III, p. 139.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 66.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 51.
Pouco vulgar. Um exemplar de Setubal enviado em 1863 pelo sr. João de Brito; varios exemplares do mercado de Lisboa.
N. v. *Peixe-pau, peixe-pimenta*.

Fam. **BATRACHIDAE**

106. **Batrachus didactylus.** Bloch.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 171.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 69.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 52.
Vulgarissimo.
α *Var.? flavus*. Um exemplar totalmente amarello obtido no mercado de Lisboa.
N. v. *Charrôco*.
Lisboa e Setubal.

107. **Batrachus tau.** L.

Fide Lowei.

N. v. *Charrôco.*

Fam. **PEDICULATIDAE**

108. **Lophius piscatorius.** L.

Lacép., I, pl. 13, fig. 1.—Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XII, p. 344, pl. 362.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 179.—Seind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1868, p. 179.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 52.

Pouco vulgar.

N. v. *Tamboril.*

Fam. **BLENNIIDAE**

109. **Blennius gottorugine.** Brünn.

Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XI, p. 200.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 212.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 226.

Algarve: vulgar.

N. v. *Murtefuge.*

110. **Blennius ruber.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., XI, p. 211.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa. vol. II, p. 226, (descripção).

Algarve.

N. v. *Murtefuge.*

111. **Blennius pholis.** L.

Yarrell, British Fishes, II, p. 366, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of. Acanth. Fishes, II, p. 226.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 8. —Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 52.

Vulgarissimo: varios exemplares dos mares da Ericeira e Setubal. (Exploração zoologica de 1865 e 1868)

N. v. *Caboz, alcaboz.*

112. **Blennius pavo.** Risso.

Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XI, p. 238, pl. 323.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 221.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 5. —Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 52.

Raro. Um exemplar de Setubal offerecido pelo sr. Gamitto, e outro de Montijo.

N. v. *Judia, murtefuge.*

113. **Blennius tentacularis.** Brünn.

Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XI, p. 212, pl. 319.—Gthr. Cat. Acanth. Fishes, III, p. 215.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 3. —Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 53.

Raro. Um exemplar obtido no mercado de Lisboa.

N. v. *Caboz.*

113. **Blennius sp.?**

D. $^{12}/_{20}$: A. 23.

Tentaculos orbitarios pequenos, palmados; porção molle da dorsal elevada. Todo preto.

Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 227.

Algarve.

N. v. *Murtefuge.*

Fam. **ATHERINIDAE**

114. **Atherina presbyter.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., X, p. 439, pl. 305.— Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 392.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 53.

Vulgar.

N. v. *Peixe-rei.*

115. **Atherina Boyerii.** Risso.

Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 395.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1866, p. 21.—Gthr. Cat. of the Fishes, III, p. 394.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 53.

Ainda não alcançámos exemplares d'esta especie.

Fam. **MUGILIDAE**

116. **Mugil cephalus.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., XI, p. 19, pl. 307.— Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 417.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 53.

Vulgar: apparece durante todo o anno.
N. v. *Tainha* (nome generico vulgar), *Fataça* (indivlduo de grandes dimensões), *Mugueiru* (nome especial).
Lisboa e Setubal.

117. Mugil capito. Cuv.
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XI, p. 36, pl. 308.—Gthr. Acanth. Fish. III, p. 439.—Capello, Jorn. Ac. Sc. Lisboa, vol. II, p. 53.—Steind. Sitz.. Ak. Wissens., April, 1868, p. 14.
Vulgar: apparece durante todo o anno.
N. v. *Tainha, fataça, bicudo.*
Lisboa e Guadiana.

118. Mugil auratus. Risso.
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XI, p. 43, pl. 308.—Gthr. Cat. of Acanth. Fish. III, p. 442.—Steind. Sitz. Ak. Wissens., April, 1868, p. 16.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 54.
Vulgar: apparece em abundancia durante todo o anno.
N. v. *Tainha, muge, garrento.*

119. Mugil chelo. Cuv.
Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss. XI, p. 50, pl. 309.—Gthr. Cat. Acanth. Fish. III, p. 454.—Steind. Sitz. Ak. Wissens., April, 1868, p. 17.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 50.
Vulgar: apparece durante todo o anno.
N. v. *Tainha, fataça, corvéo.*

120. Mugil constantiae? Cuv. et Val.
Hist. Nat. Poiss. XI, p. 107.—Gthr. Cat. Acanth. Fish. III, p. 418.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 54, (observ.)
Um ex. proveniente do mercado de Lisboa.
N. v. *Ilhalvo.*

Fam. **TRICHONOTIDAE**

121. Cepola rubescens. L.
Yarrell, Brit., Fish. II, p. 305, fig. (3.ª ed.) Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss. X, p. 338, pl. 300.—Gthr. Cat. of Acanth. Fish. III, p. 486.—Steind. Sitz. Ak. Wissens., April, 1868, p. 19.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 54.

Raro. Existem no Museu dois exemplares de Lisboa, e um do Algarve mandado pelo sr. Judice dos Santos.

Fam. **GOBIESOCIDAE**

122. **Lepadogaster Gouani.** Lacép.

Briss. de Barnev. Rev. Zool., 1846, p. 280.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 510.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. v, p. 166.

Cascaes, offerecido por suas altezas reaes.

Villa Nova de Mil Fontes, offerecido pelo sr. Abel da Silva Ribeiro.

Fam. **CENTRISCIDAE**

123. **Centriscus scolopax.** L.

Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, III, p. 518.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 190, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 55.

Fam. **OPHIDIIDAE**

124. **Ammodytes tobianus.** L.

Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 385.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. v, p. 166.

Raro. Um exemplar obtido no mercado de Lisboa.

Fam. **LABRIDAE**

125. **Labrus bergylta.** Ascan.

Labrus maculatus, Bl.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 70.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., 1868, April, pag. 27.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 55.

Vulgar. Apparece durante todo o anno.

N. v. *Margota*.

Lisboa.

126. **Labrus Donovani.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., XIII, p. 39.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 71.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., 1868, April, p. 25.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 55.

Pouco vulgar. Os exemplares que existem no Museu são provenientes do mercado de Lisboa.

N. v. *Bodião.*

127. **Labrus comber?** Penn.

Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 489.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, P. 56, *Labrus sp.?*—Id. Ibid., vol. IV, p. 308, (descripção).

Setubal e Lisboa.

N. v. *Bodião.*

128. **Labrus turdus.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., XIII, p. 75, pl. 370.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 71.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 55.

Pouco vulgar: um exemplar preparado a secco do antigo Museu e outro do mercado de Lisboa.

N. v. *Bodião.*

129. **Labrus reticulatus.** Lowe.

Trans. Zool. Soc. Lond., III, p. 11; Proc. Zool. Soc., 1839, p. 85.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes. IV, p. 73.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 55.

Pouco vulgar. Alguns exemplares do mercado de Lisboa.

N. v. *Bodião.*

130. **Labrus mixtus.** L.

Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 74.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868. p. 23.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 56.

Vulgar. Varios exemplares ♂ e ♀ (*Labrus trimaculatus*, Auctor.) provenientes do mercado de Lisboa.

N. v. *Bodião, Canario.*

131. **Crenilabrus pavo.** Brünn.

Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XIII, p. 149, pl. 372.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, vol. IV, p. 78.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 28.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 56.

Pouco vulgar. Mercado de Lisboa e Setubal.

N. v. *Verdelhão, Bodião.*

132. **Crenilabrus melops?** L.

Gthr. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 80.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 30.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 227, (descripção).

Algarve e Setubal.

N. v. *Bodião.*

133. **Crenilabrus Bailloni.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., XIII, p. 191, pl. 373.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 84.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II. p. 56.

Pouco vulgar no mercado de Lisboa; vulgarissimo no de Setubal d'onde temos bastantes exemplares obtidos na exploração zoologica de 1868.

N. v. *Tentelhão, verdelhão, bodião.*

Setubal e Lisboa.

134. **Julis pavo.** Cuv. et Val.

Hist. Nat. Poiss., XIII, pag. 377, pl. 386.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 179.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 34.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 57.

Vulgar. Dois exemplares do Museu antigo, alguns de Setubal e Algarve.

N. v. *Judia.*

135. **Coris julis.** Gthr.

Cat. of Acant. Fishes, IV, p. 195.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa. vol. II, p. 57.

Quatro exemplares do mercado de Lisboa.

N. v. *Judia.*

Setubal e Lisboa.

136. **Coris Giofredi.** Gthr.

Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 197.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 57.

Raro. Um exemplar de Setubal offerecido pelo sr. Freire em 1865.

N. v. *Peixe-piça.*

Fam. **GADIDAE**

137. **Gadus merlangus.** L.

Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 331.—*Merlangus vulgaris*, Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 548, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 57.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 37.

Raro.

N. v. *Bacalhau.*

138. **Gadus luscus.** L.

Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 335.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 57.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 38.

Vulgarissimo. Varios exemplares provenientes do mercado de Lisboa.

N. v. *Faueca.*

139. **Gadus poutassou.** Risso.

Gthr. Cat. Fishes, IV, p. 338.—*Merlangus albus*, Yarrel, Brit. Fishes, I, p. 551, fig. (3.ª ed.)—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 39.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 58.

Raro. Tres exemplares obtidos no mercado de Lisboa em 1867.

N. v. *Lacrau do mar.*

140. **Gadus pollachius.** L.

Gthr. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 338.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 58.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 58.

Vulgar. Alguns exemplares provenientes do mercado de Lisboa, onde é pouco vulgar; porém, na excursão zoologica de 1868 vimos muitos exemplares em Setubal.

N. v. *Badejo.*

141. **Mera mediterranea.** Risso.

Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV. p. 341.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 42.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 58, (observação).

Pouco vulgar. Um exemplar do mercado de Lisboa e outro de Setubal.

N. v. *Salmonete preto.*

142. **Merlucius vulgaris.** Flem.

Gthr. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 344.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 42.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 58.

Vulgar e abundante em toda a costa de Portugal.
N. v. *Pescada.*

143. **Phycis blennioides.** Bl.
Gthr. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 354.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 354.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 58.
Pouco vulgar em Lisboa.
N. v. *Abrotea.*

144. **Phycis mediterraneus.** Delaroche.
Gthr. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 354.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 43.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 59.
No mercado de Lisboa é mais vulgar do que a especie precedente; no de Setubal vimos bastantes exemplares de ambas as especies.
N. v. *Abrotea.*

145. **Molva vulgaris.** Flem.
Gthr. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 361.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 59.
Raro.
N. v. *Donzella.*

146. **Molva elongata.** (Otto).
Gthr. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 362.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 59.
Raro. Um exemplar do mercado de Lisboa.
N. v. *Julianna.*

147. **Motella tricirrata.** (Bl.)
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 365.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 59.
Vulgar. Varios exemplares do mercado de Lisboa.
N. v. *Pico d'el-rei.*

148. **Motella maculata.** (Risso.)
Gth. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 366.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 59.
Raro. Alguns exemplares da Ericeira. (Excursão zoologica em 1865)
Um exemplar de Lisboa, 1868.
N. v. *Pico d'el-rei.*

149. **Motella quinquecirrata.** Cuv.

Yarrell, British Fishes, I, p. 583, fig. (3.ª ed.)—*Motella mustella*, Gthr. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 364.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol II, p. 59.

Rarissimo. Um exemplar da Ericeira e outro de Setubal.

N. v.?

150. **Chiasmodon niger.** Johnson.

Proc. Z. S. London, 1863, p. 408: Id., 1866, p. 35, pl. II.—Gthr. Cat. Fishes, V, p. 435.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 60.

Rarissimo. Um exemplar pescado a grande profundidade, 1868.

N. v.?

Fam. **MACRURIDAE**

151. **Macrurus trachyrhynchus.** (Risso.)

Gth. Cat. Fishes, IV, p. 395.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, 48.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 60.

Raro. Algus exemplares obtidos no mercado de Lisboa e um de Setubal mandado pelo sr. Cunha Freire.

N. v. *Peixe lima, Bezouro.*

Fam. **PLEURONECTIDAE**

152. **Rhombus maximus.** Will.

Gthr. Cat. of Fishes, IV, p. 407.—*Psetta maxima*, Yarrell, British Fishes, I, p. 634, fig. (3.ª ed.)—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 48.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 60.

Vulgar, mas pouco abundante.

N. v. *Pregado.*

153. **Rhombus laevis.** Rondel.

Gthr. Cat. of Fishes, IV, p. 440.—*Psetta rhombus*, Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 641, fig. (3.ª ed.)—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 48.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 60.

Vulgar, mas pouco abundante.

N. v. *Rodovalho, Clerigo* (Setubal).

154. **Rhombus punctatus.** Gthr.
Cat. of Fishes, IV, p. 412.—*Zeugopterus hirtus*, Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 646, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 60.
Raro. Um exemplar obtido no mercado de Lisboa e outro de Setubal.
N. v. *Rodovalho.*

155. **Arnoglossus Boscii.** Risso.
Gthr. Cat. of Fishes, IV, p. 416.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 49.—Capello, Jorn. Ac. Sc. Lisboa, vol. II, p. 61.
Pouco vulgar: alguns exemplares do mercado de Lisboa e dois enviados de Setubal pelo sr. Cunha Freire.
N. v. *Carta.*

156. **Arnoglosus conspersus.** Canestr.
Gthr. Cat. of Fishes, IV, p. 416.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 50.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 61.
Raro. Dois exemplares mandados de Setubal pelo sr. Cunha Freire, 1864,
N. v. *Carta.*

157. **Pleuronectes flesus.** L.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 450.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 53.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol II, p. 61.
Vulgar.
N. v. *Patrussa, Solha.*
Lisboa.

158. **Pleuronectes platessa.** L.
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 440.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 61.
Raro. Tres exemplares provenientes da Ericeira, (Exploração zoologica em 1865)
N. v.?

159. **Solea vulgaris.** Quens.
Gthr. Cat. Acanth. Fishes, IV, p. 463.—Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 657. fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 61.—Id., ibid. vol. I, p. 164 (descripção).
Vulgarissimo.
N. v. *Linguado.*
Lisboa.

160. **Solea azevia.** Capello.
Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, 1867, p. 166, est. fig. 2.—Id., vol II, p. 62.
Vulgar nos mercados de Lisboa e Setubal.
N. v. *Azevia.*

161. **Solea Capellonis.** Steind.
Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 56, taf. IV, f. 2.
Mercado de Lisboa.
N. v. *Linguado.*

162. **Solea oculata.** Rondel.
Solea ocellata, Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 465.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 58.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 62.
Raro.
N. v. *Linguado.*
Lisboa.

163. **Solea variegata.** (Donav.)
Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 469.—Seind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 60.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 62.
Vulgar.
N. v. *Linguado.*
Lisboa.

164. **Solea monochir.** Bp.
Faun. Ital. Pesci, tav. 19, fig. 2.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, IV, p. 470.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 60.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 62.
Raro.
N. v. *Linguado.*
Lisboa.

165. **Synaptura lusitanica.** Capello.
Jorn. da Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 62 e p. 153, est. IX, fig. 1.
Pouco vulgar. Lisboa e Setubal: os d'esta proveniencia foram offerecidos pelo sr. Cunha Freire.
N. v. *Lingua de vacca.*
Lisboa.

Fam. **SALMONIDAE**

166. **Salmo salar.** L.

Gthr. Cat. of the Fishes, VI, p. 11.—*Trutta salar*, Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1866, p. 18.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa vol. II, p. 131.

Vulgar nas provincias do norte de Portugal.

N. v. *Salmão*.

167. **Salmo fario.** var. *Ausonii*, Cuv. et Val.

Gthr. Cat. of the Fishes, VI, p. 64.—*Trutta fario*, Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1866, p. 19.—Id. Catalogue prèliminaire des poissons d'eau douce de Portugal, etc. (Extrait des Mém. de l'Académ. des Sc. Lisbonne, 1864), p. 5.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 131.

Vulgar. Alguns exemplares do rio Zezere offerecidos pelos srs. dr. Steindachner e Figueiredo.

N. v. *Truta*.

Lisboa, Pombal.

168. **Salmo levenensis.** Walker.

Gthr. Cat. of. Acanth. Fishes, VI, p. 101.

Mercado de Lisboa.

169. **Argentina hebridica.** Yarrell.

Brit. Fishes, I, p. 300 fig. (3.ª ed.)—*Argentina Yarrellii*, Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., vol. XXI, p. 418.—Gthr. Cat. of the Fishes, II, p. 131.

Raro. Dois exemplares obtidos no mercado de Lisboa.

Lisboa.—N. v. *Biqueirão branco*.

Fam. **SCOMBRESOCIDAE**

170. **Belone vulgaris.** Flem.

Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XVIII, p. 398.—Gthr. Cat. of the Fishes, VI, p. 254.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 132.

N. v. *Peixe-agulha*.

Lisboa e Setubal.

171. **Belone gracilis.** Lowe.

Proc. Zool. Soc. London, 1839, p. 86.—Id. Trans. Zool. Soc. III, p. 13. Steind. Sitz. Akad. Wissens. April, 1868, p. 68.—Gthr. Cat. of the Fishes, VI, p. 252.

172. **Scombresox saurus.** (Wabaum.)

Scombresox Camperii, Lacép. V, p. 354.—Gthr. Cat. of the Fishes, VI, p. 166.

Setubal.

N. v. *Marabumbo, Peixe-agulha.*

173. **Exocoetus lineatus.** Cuv. et Val.

Gthr. Cat. of the Fishes, VI, p. 287.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 132 (descripção).

Raro.

N. v. *Peixe voador.*

Algarve, Lisboa.

Fam. **CYPRINIDAE**

174. **Cyprinus carpio.** L.

Cuv. et Val. Hist. Nat. des Poiss., XVI, p. 23.—Yarrell, British Fishes, I, p. 354, fig. (3.ª ed.)—Steind. Cat. prél. des pois. d'eau douce de Portugal, 1864, extr., p. 3.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., März, 1866, p. 1.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 132.

Vulgar.

N. v. *Salmão.*

Lisboa.

175. **Cyprinus carpio.** var. *Regina*, Bp.

Faun. Ital., Pesci, tav. 25, f. 1.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 133.

176. **Carassius auratus.** (L.)

Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XVI, p. 101.—Yarrell, British Fishes, I, p. 371, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 32.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 133.

Especie exotica aclimada, e abundantissima nas lagôas e tanques.

N. v. *Peixe doirado.*

177. **Barbus Bocagei.** Steind.

Cat. prél. des poiss. d'eau douce de Portugal, p. 3.—Id., Sitz. Akad. Wissens., März, 1866, p. 2, taf. 1.—Gthr. Cat. of Fishes, VII, p. 92.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 133.

Lisboa.—N. v. *Barbo.*

178. **Barbus Comiza.** Steind.

Cat. prélim. des poiss. d'eau douce de Portugal, p. 3.—Id. Sitz. Akad. Wissens., März, 1866, p. 3, taf. II.—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 93.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 133.

Pouco vulgar. Alguns exemplares foram offerecidos pelo sr. dr. Steindachner, actual director do Museu de Vienna d'Austria, sabio ichthyologo, a quem a sciencia é credora de importantes trabalhos: um exemplar de grandes dimensões (0^{m},740) obtido no mercado de Lisboa com o nome de *Cuva.*

N. v. *Barbo, Cuva.*

Lisboa e Guadiana.

179. **Leuciscus aula.** (Bp.)

Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., VII, p. 151.—Gthr. Cat. of Acanth. Fishes, VII, p. 215.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 133.

Vulgar.

N. v.—*Ruivaca. Pardelha.*

180. **Leuciscus Arcasii.** Steind.

Sitz. Akad. Wissens. März, 1866, p. 9, taf. 3, f. 2, 3.—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 216.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 133.

Vulgar nas ribeiras do Crato, nos rios de Alcobaça, de Thomar, de Leiria e no das Maçãs proximo de Collares e Cintra.

N. v.—*Ruivaca, Pardelha.*

181. **Leuciscus macrolepidopus.** Steind.

Sitz. Akad. Wissens., März, 1866, p. 15, 272, taf. 1, f. 4.—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 217.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 134.

D. $^{2}/_{8}$; A. $^{2}/_{8}$; L. tot. 36: L. tr. $^{6}/_{4}$.

Vulgar nas ribeiras de Coimbra e Cintra. Pombal (o exemplar cujos raios indicamos).

N. v.—*Ruivaca.*

182. **Leuciscus alburnoides.** Steind.

Sitzb. Akad. Wissens., März, 1866, p. 263, taf. 1, fig. 3.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa. vol. II, p. 134.—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 217.

Mertola. Um exemplar offerecido pelo auctor da especie.

N. v.?

183. **Leuciscus pyrenaicus.** Gthr.

Cat. of the Fishes, VII, p. 223.—*Squalius cavedanus*, Steind. Cat. prélim. poiss. d'eau douce de Portugal, p. 4.—*Squalius cephalus*, Steind. Sitz. Akad. Wissens., 1866 März,, p. 13.—*Leuciscus cephalus*. Id., ibid. 1866, pp. 18, 262.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 134.

N. v. *Escalo*, *Bordalo*, *Roballinho*.

Cintra e Cezimbra, Pombal, Queluz.

184. **Chondrostoma polylepis.** Steind.

Cat. prélim. Poiss. d'eau douce de Portugal, p. 5.—Id. Sitz. Akad. Wissens., März, 1866, p. 14., taf. VI.—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 274.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 134.

Castello de Vide, Crato, Cintra, Zezere, Mondego, Guadiana, Mertola.

N. v. *Boga*.

185. **Chondrostoma Wilkommii.** Steind.

Sitz. Akad. Wissens., 1866, April, p. 6, taf. 2.—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 275.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 134.

Guadiana, Mertola.

N. v.?

186. **Cobitis taenia.** L.

Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 362.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. V, p. 166.

Tancos: os exemplares existentes no Museu foram offerecidos pelo sr. Bivar de Sousa.

Fam. **CLUPEIDAE**

187. **Engraulis encrasicholus.** (L.)

Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XXI, p. 7, pl. 607.—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 385.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 72.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 134.

N. v. *Biqueirão, Anchova.*
Lisboa.

188. **Clupea alosa.** Cuv.
Gthr. Cat. of. the Fishes, VI, p. 433.—*Alausa communis*, Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 133, fig. (3.ª ed.)—*Alausa vulgaris*, Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 71, exclusa syn.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 135.
Vulgar e abundante no Tejo.
N. v. *Savel.*

189. **Clupea finta.** Cuv.
Alausa finta, Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 127, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 435.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 135.
Vulgar, mas menos abundante do que a especie antecedente.
N. v. *Savelha, Saboga.*
Lisboa, Setubal.

190. **Clupea pilchardus.** Walb.
Alausa pilchardus, Cuv. et Val. Hist. Nat. Poiss., XX, p. 445.—Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 137, fig. (3.ª ed.)—Gthr. Cat. of the Fishes, VII, p. 439.—Steind. Sitz. Akad. Wissens., April, 1868, p. 72.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 135.
Vulgarissima e abundantissima.
N. v. *Sardinha.*

Fam. **MURAENIDAE**

191. **Anguilla acutirostris.** Yarrel.
Brit. Fishes, I, p. 44, fig. (3.ª ed.)—Kaup, Cat of Apod. Fishes, 39, pl. V, fig. 27.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 135.
Vulgar e abundante.
N. v. *Enguia.*
Lisboa.

192. **Anguilla latirostris.** Yarrell.
Brit Fishes, I, p. 62, fig. (3.ª ed.)—Kaup, Cat. of. Apod. Fishes, 38, pl. V, fig. 26.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 135.
Vulgar e abundante.

N. v. *Eiroz.*
Lisboa.

193. **Anguilla Bibroni.** Kaup.
Cat. of Apod. Fishes, p. 33, pl. III, fig. 16.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 136.
Raro. Alguns exemplares obtidos no mercado de Lisboa.
N. v. *Enguia macha.*
Lisboa.

194. **Conger vulgaris.** Cuv.
Kaup, Cat. of Apod. Fishes, p. 111.—Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 68, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 136.
Vulgar.
N. v. *Congro* (ad.), *Safio.* (jun.)
Lisboa.

195. **Conger niger.** Kaup.
Cat. of Apod. Fishes, p. 113.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 136.
Raro. Tres exemplares obtidos no mercado de Lisboa.
N. v. *Safio preto.*

196. **Muraena helena.** L.
Kaup, Cat. of Apod. Fishes, p. 55.—Yarrell, Brit. Fishes, I, p. 73, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 136.
Vulgar.
N. v. *Moreia.*
Lisboa.

197. **Ophisurus serpens.** Lacép.
Kaup, Cat. of Apod. Fishes, p. 7.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 136.
Pouco vulgar. Alguns exemplares obtidos no mercado de Lisboa e um proveniente de Setubal offerecido pelo sr. Cunha Freire.
Lisboa.—N. v. *Peixe-cobra.*

Fam. **DIODONTIDAE**

198. **Orthagoriscus mola.** Schneider.
Yarrell, British Fishes, II, p. 432, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 136.
Raro. Quatro exemplares: um da collecção antiga, dois obtidos no mercado de Lisboa em 1865 e 1867, e um de Setubal.
N. v. *Roda, Lua, Rodim.*

199. **Orthagoriscus oblongus.** Schneider.
Yarrell, British Fishes, II, p. 439, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 136.
Rarissimo. Um exemplar da collecção antiga.

200. **Tetraodon Pennantii.** Yarrell.
Brit. Fishes, II, p. 426, fig. (3.ª ed.)—*Lagocephalus Pennanti*, Bp., Faun. Ital., Pesci, tav. 66, fig. 2.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 137.
Lisboa.
N. v.?

Fam. **BALISTIDAE**

201. **Balistes capriscus.** Gm.
Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 422, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 137.
Raro. Dois exemplares de Setubal offerecidos pelo sr. Cunha Freire, e um secco da collecção antiga.
Lisboa.
N. v. *Cangullo.*

Fam. **PEGASIDAE**

202. **Hippocampus brevirostris.** Kaup.
Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 394, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 137.
Pouco vulgar.
N. v. *Cavallo marinho.*

203. **Hippocampus ramulosus.** Leach.

Zool. Misc., I, 1814, p. 105, pl. 147.—Lowe, Fish. Madeira, p. 6, pl. 2.—Kaup, Lophobr., p. 10.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 201. —Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa. vol. IV, p. 309 (descripção).

Um exemplar de Setubal.

204. **Hippocampus guttulatus.** Cuv.

Règn. Anim.—Kaup, Lophobr., p. 9.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 202.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. IV, p. 309.

Setubal.

Fam. **SYNGNATHIDAE**

205. **Siphonostoma tiphle.** (L.)

Syngnathus typhle, L. Syst. Nat. I, p. 416.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. IV, p. 309.

Setubal. O maior exemplar mede 0^{m}, 170.

N. v. *Cavallo marinho.*

206. **Syngnathus tenuirostris.** Rathke.

Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. IV, p. 310 (descripção).

Algarve.

207. **Syngnathus acus.** L.

Yarrell, Brit., Fishes, II, p. 400.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 137.—Id., ibid., vol. IV, p. 310 (descripção).

Pouco vulgar. Alguns exemplares obtidos nos mercados de Lisboa e de Setubal.

N. v. *Marinha.*

208. **Nerophis anguineus.** Kaup.

Lophobr., p. 65.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. V, p. 167.

Setubal.

N. v. *Cavallo marinho.*

Fam. **ACIPENSERIDAE**

209. **Acipenser sturio.** L.

Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 47, fig. 1.—*Acipenser Thompsoni*, Yarrell,

Brit. Fishes, II, p. 442, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 137.
Raro. Dois exemplares da collecção antiga.
Lisboa.
N. v. *Sôlho.*

210. Acipenser Naccarii. Bp.
Faun. Ital., Pesci, tav. 47, fig. 2.—*Ac. latirostris,* Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 400, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 138.
Pouco vulgar. Tres exemplares provenientes do mercado de Lisboa, offerecidos por sua magestade el-rei.
N. v. *Sôlho.*

Fam. CHIMAERIDAE

211. Chimaera monstrosa. L.
Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 48.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 464, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 138.
Varios exemplares obtidos no mercado de Lisboa.
N. v. *Peixe-coelho.*

212. Chimaera affinis. Capello.
Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, pp. 314, 320 (descripção), est. III, fig. 1. —Id. ibid.. vol. II, p. 138.—Gthr. Cat. of the Fish. VIII, p. 350.
Rarissimo. Um exemplar mandado de Setubal pelo sr. João de Brito.
N. v. *Rato.*

Fam. SCILLIDAE

213. Scillium canicula. (Cuv.)
Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 49, fig.—A. Duméril, Elasmobr., I, p. 315. —Bocage e Capello, Peixes Plagiostomos, p. 11.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 138.
Vulgar.
Lisboa.
N. v. *Pata-roxa, Pinta-roxa.*

214. Scyllium catulus. Cuv.
Mull. et Henle, Plagiost., p. 9, pl. 5.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 477,

fig. (3.ª ed.)—Duméril, Elasmobr., p. 316.—Bocage e Capello, Peixes plagiost., p, 11.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 138.
Vulgar. Excede em dimensões a especie antecedente: temos exemplares no Museu com mais de 1 metro de comprimento.
N. v. *Gata*.

215. **Pristiurus Artedi.** (Risso)
Hist. Nat. Eur. mérid. III, p. 117.—*Pristiurus melanostomus*, Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 49, fig. 3.—A Duméril, Elasmobr., p, 325.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 11.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 139.
Pouco vulgar.
Lisboa.
N. v. *Leitão ou Litão*.

216. **Pseudotriacis microdon.** Capello.
Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. I, p. 315, (portuguez), p. 321, (français), est. v. (Extracto, p. 10 e 16).—Id., ibid., vol. II, p. 139.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 305.
Raro. Peixe de fundura: um exemplar obtido em Setubal, 1867, pelo sr. Cunha Freire, a quem devemos quasi todos os typos novos de plagiostomos que o Museu possue, além de outras importantes acquisições.
N. v. *Peixe carago*.

Fam. **LAMNIDAE**

217. **Lamna cornubica.** (L.)
Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 52, fig. 2.—Mull. et Heule, Plagiostomen, p. 67.—Duméril, Elasmobr., p. 405.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 12.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 139.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 389.
Vulgar.
Setubal.
N. v. *Sardo*.

218. **Oxyrhina gomphodon.** Mull. et Henle.
Plagiost., p. 68, pl. 28.—*Oxyrhina Spallanzani*, Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 54, fig. 1.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 12.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 139.—Gthr. Cat. of thes Fish., VIII, p. 390.

Vulgar.
N. v. *Annequim.*
Lisboa.

219. **Carcharodon Rondeletii.** Mull. et Henle.
Plagiost., p. 70.—*Carcharodon lamia,* Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 53.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 13.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 140.
Mencionâmos com reserva esta especie, que só pela descripção de alguns pescadores suppomos apparecer raramente nas costas de Portugal.
N. v. *Tubarão.*

220. **Selache maxima.** (L.)
Mull. et Henle, Plagiost., p. 71.—A. Duméril, Elasmobr., p. 413.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 14.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 140.—Ibid., vol. VI, p. 71.
Cetorhinus Blainvillii, Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 233, est. fig. 1-7 (descripção).—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 518.
N. v. *Peixe-carago.*

221. **Alopias vulpes.** (L.)
Bp. Faun. Ital., tav. 52, fig. 1.—Mull. et Henle, Plagiost., p. 74.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 14.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 140.
Vulgar.
N. v. *Peixe-raposo, Zorro.*

Fam. **NOTIDANIDAE**

222. **Hexanchus griseus.** (L.)
Notidanus griseus, Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 55, fig. 1.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 15.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 140.
N. v. *Albafar.*

223. **Heptanchus cinereus.** (Raffin)
Caratt. 13.—Mull. et Henle, Plagiost., p. 81, taf. 35, fig. 3.—Duméril, Elasmobr., p. 432.—*Notidanus cinereus,* Bp. Faun. Ital.. Pesci, tav.

55, fig. 2.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 398.—Capello, Jorn. Ac. Sc. Lisboa, vol. II, p. 141.
N. v. *Boca doce.*

Fam. **MUSTELIDAE**

224. **Mustelus vulgaris.** Mull. et Henle.
Plagiost., p. 64 et 190, taf. 27, fig. 1.—Yarrell, Brit. Fishes, p. 495.—Bocage et Capello, Peixes Plagiost., p. 16.—*Mustelus plebejus*, Bp. Faun. Itali., Pesci, tav. 50, fig. 1.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 141.—Gthr. Cat. the Fish. VIII, p. 386.
Vulgar.
N. v. *Cação.*

225. **Mustelus laevis.** (Rondel.)
Mull. et Henle, Plagiost., p. 190, taf. 27, fig. 2.—*Mustelus equestris*, Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 50, fig. 2.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 141.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 385.
Vulgar. Na excursão zoologica que fizemos a Setubal em 1868 encontrámos esta e a especie antecedente muito abundantes, porém mais numerosa esta ultima.
Lisboa.
N. v. *Cação.*

Fam. **SQUALIDAE**

256. **Sphyrna zygaena.** (L.)
Zygaena malleus. Shaw.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 17.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 141.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 381.
Pouco vulgar.
Lisboa.
N. v. *Peixe-martello.*

227. **Carcharias glaucus.** (Rondel.)
Mull. et Henle, Plagiost., p. 36, taf. 11.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 17.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 142.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 364.

Vulgar. Um exemplar ♀ medindo 2^{m},480 de comprimento. Continha nos oviductos oitenta fetos, alguns de 0^{m},450.
N. v. *Tintureiro.*

228. **Carcharias lamia.** Risso.
Bocage e Capello. Peixes Plagiost., p. 18.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol II, p. 142.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 372.
Raro.
Lisboa.
N. v. *Olho branco.*

229. **Galeus canis.** Rondel.
Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 50, fig. 3.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 18.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 142.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 142.
Vulgar em Lisboa e ainda mais em Setubal, onde todos os dias o encontrámos ás dezenas durante a nossa excursão em 1868.
N. v. *Dentudo, Perna de moça.*

Fam. **SPINACIDAE**

230. **Acanthias Blainvillii.** Risso.
Hist. Nat. Eur. Mérid. III, p. 133, pl. 3, fig. 1.—Rocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 21.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 143.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 419.
Vulgar.
Lisboa.
N. v. *Galhudo.*

231. **Acanthias vulgaris.** Risso.
Mull. et Henle, Plagiost., p. 83.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 21.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 143.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 418.
Vulgar.
Lisboa.
N. v. *Galhudo.*

232. **Centrophorus granulosus.** Mull. et Henl.
Plagiost., p. 89, taf. 33.—Bocage e Capello, Proc. Zool. Soc., 1868, p.

260.—Id. Peixes Plagiost., p. 25 (partim).—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 113 (partim).—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 420.
Vulgar.
Lisboa e Setubal.
N. v. *Lixa de lei, Queime* (no Algarve).

233. **Centrophorus lusitanicus.** Bocage e Capello.
Proc. Zool. Soc. Lond., 1864, p. 260, fig. 1.—Gthr. Cat. of the Fishes, vol. VIII, p. 421.
N. v. *Barroso.*

234. **Centrophorus squamosus.** Mull. et Henle.
A. Duméril, Elasmobr., p. 448.—Bocage e Capello, Proc. Zool. Soc. London, 1864, p. 260.—Id., Peixes Plagiost., p. 27, est. III, fig. 2, f. escamas.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 144.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 422.
É menos vulgar do que o *Centrophorus granulosus*, encontra-se nas mesmas paragens e pesca-se com os mesmos apparelhos. O maior exemplar que temos mede $1^{m},42$.
N. v. *Arreganhada, Lixa de pau.*

235. **Centrophorus crepidater.** Bocage e Capello.
Proc. Zool. Soc. London, 1864, p. 262, fig. 3.—Id., Peixes Plagiost., p. 27, est. 2, fig. 2.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 144.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 421.
Pouco vulgar. É peixe de fundura e pesca-se tambem nos espinheis. As suas dimensões não excedem $0^{m},9$.
Lisboa.
N. v. *Sapata preta.*

236. **Centrophorus crepidalbus.** Bocage e Capello.
Proc. Zool. Soc. Lond., 1864, p. 262, fig. 2.—*Acanthidium calceus*, Lowe, Proc. Zool. Soc. London, 1839, p. 93; *Centrophorus calceus*, Lowe, ibid., 1843, p. 93.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 28, est. 2, fig. 1.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 144.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 423.
Var. α, scutellis minoribus rostro oblusiusculo.
Pouco vulgar. Temos obtido alguns exemplares da variedade α.
Setubal.
N. v. *Sapata branca.*

237. **Spinax niger.** Bp.

Faun. Ital., Pesci, tav. 141, fig. 1.—Duméril, Elasmobr., p. 441.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 424.

Cascaes, setembro de 1876. Tres exemplares offerecidos por S. M. El-Rei D. Luiz.

238. **Centroscymnus coelolepis.** Bocage e Capello.

Proc. Zool. Soc. 1864, p. 263, fig. 4.—Id., Peixes Plagiost., p. 39. est. 2, fig. 3.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, v. II, p. 144, est. dos dentes.—Wright, Ann. and Mag. Nat. Hist., 1868, p. 426.—Gthr. Cat. of Fish. VIII, p. 423.

Pouco vulgar. Pesca-se juntamente com as Lixas nos espinheis. O sr. James Yattes Johnson obteve um exemplar no mar da Madeira.

N. v. *Arreganhada.*

Setubal.

239. **Scymnodon ringens.** Bocage e Capello.

Proc. Zool. Soc. London, 1864, p. 263, fig. 5.—Id. Peixes plagiost, I, fig. 0. *Centrophorus ringens,* Gthr. Cat. of Fishes, VIII, p. 423.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 145, fig. dos dentes.

Pouco vulgar.

N. v. *Arreganhada.*

Lisboa e Setubal.

240. **Centrina Salviani.** (Risso.)

Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 32.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol II, p. 145, fig. dos dentes.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 417.

Raro. Um exemplar da exploração zoologica a Setubal. (Outubro de 1877)

N. v. *Peixe porco.*

Lisboa.

Fam. SCYMNIDAE

241. **Scymnus lichia.** (Bp.)

Faun. Ital., Pesci, fig.—Mull. et Henle, Plagiost., p. 92.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 34.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 145.

Vulgarissimo.

N. v. *Carôcho* ♂; *Pailona* ♀.

242. **Laemargus rostratus.** (Risso.)

Mull. et Henle, Plagiost., p. 95.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 146 (descripção), est. IX, fig. 2.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 518.

N. v. *Pailona.*

243. **Echinorhinus spinosus.** (L.)

Syst. Nat. ed. Gm. I, p. 1500.—Yarrell, Brit. Fishes, II, 529, fig. (3.ª ed.)—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 35.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 148.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 428.

Vulgar.

N. v. *Peixe-prego.*

Lisboa.

Fam. **PRISTIDAE**

244. **Pristis antiquorum.** (Lath.)

Mull. et Henle, Plagiost., p. 106, taf. 60.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 35.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 148.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 438.

Rarissimo. Um exemplar medindo $1^{m},68$ de comprimento incluindo a serra.

N. v. *Espadarte.*

Fam. **SQUATINIDAE**

245. **Squatina vulgaris.** (Risso.)

Mull. et Henle, Plagiost., p. 99, taf. 35.—*Squalus squatina*, L.—Bocage e Capello, Peixes Plagiost., p. 36.—*Squatina angelus*, Bp. Faun. Ital., Pesci, tav.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 148.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 430.

Vulgar. O nosso maior exemplar mede de comprido $1^{m},5$.

N. v. *Peixe-Anjo.*

Lisboa e Setubal.

Fam. **RAGIDAE**

246. **Rhinobatus Columnae.** Mull. et Henle.

Plagiost., I, p. 113.—A. Duméril, Elasm., p. 468.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 466.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 149.

Pouco vulgar.

N. v. *Rebeca.*

Lisboa e Setubal.

247. **Torpedo oculata.** (Belon.)

A. Duméril, Elasmobr., p. 506, var. 1.—*Torpedo narce*, Bp. Faun. Itali. Pesci, tav.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 149.

Vulgar.

N. v. *Tremelga.*

Lisboa.

248. **Torpedo marmorata.** (Risso.)

Ichthyol. de Nice, 20, pl. III, fig. 4.—Hist. Nat. Eur. mér. III, p. 143, pl. IV, fig. 9.—Duméril, Elasmobr., p. 508.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 149.

Pouco vulgar.

N. v. *Tremelga.*

249. **Raja clavata.** Rondel.

Mull. et Henle, Plagiost., p. 135.—A. Duméril, Elasmobr., p. 528,pl. 12, fig. 7–10.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 581, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Ac. Sc. Lisboa, vol. II, p. 149.

Um exemplar da collecção antiga do museu.

N. v. *Raia pregada.*

250. **Raja undulata.** Lacép.

Var.? *Raia mosaica*, Lacép., Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 228.

Algarve.

N. v. *Raia.*

251. **Raja mosaica.** Capello.

Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 150, est. IX, fig. 3 (descripção).—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 456, nota.

Um exemplar da collecção antiga.

252. **Raja microcellata.** Montagu.

A. Duméril. Elasmobr., II, p. 538.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 228.

Vulgar.

N. v. *Raia.*

253. **Raja capensis.** Mull. et Henle.

Plagiost., p. 151.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 154 (descripção).

N. v. *Raia pintada.*
Lisboa.

254. **Raja Schultzii.** Mull. et Henle.
Plagiost., p. 138 et 194, taf. 47, fig. 1 et 1 *a*.—Duméril, Elasmobr., p. 541.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 151.
Setubal: um exemplar. Excursão zoologica de 1868.
N. v. *Raia.*

255. **Raja asterias.** Mull. et Henle.
Plagiost., pp. 139 et 194, taf. 47, fig. 2.—A. Duméril, Elasmobr., p. 543.—*Raja batis*, Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 67, fig. 1.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 151.—Id. ibid., p. 232.
N. v. *Raia pintada.*
Setubal, Algarve, Lisboa.

256. **Raja miraletus.** L.
Risso, Ichthyol. Nice, p. 4; Hist. Nat. Eur. Mérid. III, p. 149.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 570, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 151.
Setubal. Um exemplar obtido durante a nossa excursão zoologica em 1868 e outros do mercado de Lisboa.
N. v. *Raia quatro olhos.*

257. **Raja naevus.** Mull. e Henle.
Plagiost., p. 138.—A. Duméril, Elasmobr., p. 549.—*Raja radula*, Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 574, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 152.
Lisboa e Setubal.
N. v. *Raia quatro olhos.*

258. **Raja fullonica.** Rondelet.
A. Duméril, Elasmobr., p. 554.—*Dasybatis fullonica*, Bp. Faun. Ital., Pesci, tav. 68, fig. 1.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 152.
Um exemplar ♀ de Setubal, offerecido pelo sr. Cunha Freire, outro de Lisboa.
N. v. *Raia pregada.*

259. **Raja macrorhyncha.** (Rafin.)
A. Duméril, Elasmobr., II, p. 566.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 468.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 228.

Um exemplar do mercado de Lisboa.
N. v. *Raia*.

260. **Raja lintea.** Fries.
Mull. et Heule, Plagiost., p. 147.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 555, fig. (3.ª ed.)—A. Duméril, Elasmobr., p. 557.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 152.
Um exemplar tendo de comprido 1m,82 (disco: largura 1m,4; comprimento 1m,2).
N. v. *Raia*, *Oréga*.
Lisboa.

261. **Raja batis.** L.
Gth. Cat. of the Fishes, VIII, p. 463.—Fide Lowei.

262. **Raja Salviani.** Mull. et Henle.
A. Duméril, Elasmobr., p. 569.—*Leviraja oxyrhynchus*, Bp. Faun. Ital., Pesci. tav. 69, fig. 1.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 152.
Setubal. Exploração zoologica de outubro de 1877.
N. v. *Raia bicuda*.

263. **Trygon pastinaca.** (L.)
Cuv. Règne Anim.—Bp. Faun. Ital., Pesci, tav.—Mull. et Henle, p. 461.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 591, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 152.
Pouco vulgar. Varios exemplares da collecção antiga; um de Setubal. Excursão zoologica de 1868.
N. v. *Uge*, *Urze*.

264. **Myliobates aquila.** (Cuv.)
Règne Anim.—Yarrell, Brit. Fishes, II, p. 595, fig. (3.ª ed.)—Mull. et Henle, Plagiost., 176.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 489.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 153; ibid. 232.
Vulgar. Varios exemplares da collecção antiga, outros obtidos em Setubal. Excursão zoologica de 1868.
N. v. *Ratão*, Lisboa e Setubal.
Rato, Algarve.

265. **Pteroplatea altavela.** (L.)
Bp. Faun. Ital., Pesci, p. 486.— Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 486.

Um exemplar obtido no mercado de Lisboa e outro da nossa excursão zoologica em outubro de 1877.

N. v. *Jamanta?*

Fam. **PETROMYZONIDAE**

266. Petromyzon marinus. (L.)

Bloch., III, tab. 77.—Parrell, Brit. Fishes, I, p. 32, fig. (3.ª ed.)—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 153.

N. v *Lampréa.*

Fam. **AMPHYOXIDAE**

267. Amphioxus lanceolatus. Yarrell.

Brit. Fishes, I, p. 1.—*Branchiostoma lanceolatum*, Gray.—Gthr. Cat. of the Fishes, VIII, p. 513.—Capello, Jorn. Acad. Sc. Lisboa, vol. II, p. 167.

Alguns exemplares obtidos por dragagem em Setubal, n'uma das nossas excursões zoologicas.

Lista dos nomes vulgares dos peixes de Portugal publicada no 1.º volume do «Jornal de Sciencias Mathematicas Physicas e Naturaes» vol. 1.º, pag. 239, com alguns additamentos

---

Abrotea (ou Abrotica).
Agarrador.
Agulha (peixe).
* Agulha grande (agulhão).
Agulha pequena (peixe agulha).
Agulhão.
Albacóra.
* Alcaboz ou caboz.
Albafar ou albafor.
Alcorraz.
* Alecrim (peixe).
Alfaquim (gallo).
Alvarinho (cação).
Anjo.
Annequim.
* Aro (Peixe) ou bezugo.
Aranha.
Arenque.
* Arraia.
Arreganhada.
Atum.
Atum guelha comprida.
Azevia.
Bacalhau.
Badejo.
Baila.
Balhadeira ou baila.
Barbo.
Bargéla.
* Barriguinha.
Barrôso.
Bebodo ou Bebo.
Bezouro.
Bezugo.
Bezugo d'ova.
Bica.
Bicudo.
Biqueirão.
Bispo.
Boca doce.
Bodião.
Boga.
Bonito.
Bordalo.

Borregata.
Breamante.
Cabaço.
Cabeçudo.
Caboz ou * Alcaboz.
Cabra.
Cabra franceza.
Cabrinha.
Cabrinha da Moirama.
Cação.
* Cachôrro.
Cachucho.
Cadoz ou caboz.
Canario.
Canario do mar.
Caneja.
Cangulo.
Cantarilho.
Capatão.
Carago.
Carapau.
Carôcho.
Carta.
* Cascarra.
Cavalla.
Cavallo marinho.
Chale.
Chaputa (freira).
Charrôco.
Cherna.
Cherne.
Chicharro.
Chicharro francez.
Chicharro negrão.
Chimera (coelho).
Choupa.
Chuço.
Churréo ou charreu.
Clerigo.
Cabra do mar.
Cocuruta.
Coelho (chimera).
Congro.
Cornuda.
Corvéo.
Corvina.
* Cotrim.
Cuva.
Dentão.
Dentelha.
Dentudo.
Donzella.
Dourada.
* Dourada femea.
Douradinha.
Dourado.
Dragão marinho.
Eiró.
Emprenhador.
Engenhim.
Enguia.
Enguia macha.
Enxarroco ou Xarroco.
Enxova ou Anchova (1.ª e 2.ª qualidade).
* Escalo.
Escolar.
* Esgalhudo (galhudo).
Esganagata.
Espada (peixe).
Espada lirio (peixe).
Espada meiro (peixe).
Espada preto (peixe).
Espadarte.
Espaldete.
Excorço.
Faneca.
Fataça.
Ferreiro.
* Frade.

Freira (chaputa).
Freira da pedra.
Galhudo (* Esgalhudo).
Gallinha do mar.
Gallo (Alfaquim).
Garoupa.
Garrento.
Gato.
Gayado.
Ginete.
Godião (Bodião).
Goraz.
Huvejanca.
* Ilhalvo (* Olhalvo?).
Imperador.
Jamanta.
Judeu.
Judia.
Julianna.
Lacrau do mar.
Lagreta (* Ladreta).
Lampreia.
* Landreta (Langreta).
Leitão ou Litão.
Lima.
Lingua de vacca.
Linguado.
Lirão.
Lirio-ferreo.
Lixa de lei.
Lixa de pau.
Lua.
Lucio.
* Macaco (peixe).
Marabumbo.
Margota.
* Marianna.
Marinha.
Martello.
Masca-tabaco.
Massacote.
* Melga.
Melro.
Méra.
Mero.
* Moleirinho.
Morcego.
* Mordimano.
Moreia.
Muje ou Mujem.
Mujeira ou Mugueîra.
Murtefuge.
Muxarra alvar.
Muxarra branca.
* Negrão.
* Olhalvo (* Ilhalvo).
Olho branco.
Olho de boi.
Olhudo.
Orega.
* Oveiro.
Patão.
Pailona.
Palmoneta.
Pampano ou Pampo.
Papa-tabaco.
Pardelha.
Pargo.
Pargo de môrro (o mesmo que Pargo de mitra e Capatão).
Pargo Therezo.
Parguete.
Pata-roxa.
Patrussa.
Pau (peixe).
Pegador (Agarrador).
Peixão.
Peixe doirado.
Perna de moça.
Pescada.

Pescada bicuda.
Piça.
Pico d'el-rei.
Pilrão.
Pimenta (ou peixe pau).
* Pimpim.
Pinta-roxa.
Piolho (Pegador).
Piqua.
Pombo (Pampo).
Porco.
Pregado.
Prego.
Quelha ou Quilha.
Quelme.
* Rabaço.
Raia.
Raia côrva.
Raia pintada.
Rapozo.
Rascasso.
Ratão.
Rebeca.
Rei.
Requim.
Requim preto.
Roballinho.
Roballo.
Rocaz (Rascasso).
Roda.
Rodim.
Rodovalho.
Rolim.
Romeiro.
Roncador.
Ruivaca.
Ruivo.
Saboga.
* Sapata.
Safio.
Safio preto.
Salema.
Salmão.
Salmonete.
Salmonete de pedra.
Salmonete preto.
* Sapata.
Sapata branca.
Sapata preta.
Sarda.
Sardinha.
Sardo.
Sargo.
Sargo bicudo.
Sargo veado (* Olho de boi).
* Sargola.
Sargueta ou Sarguete.
Sarrajão.
Savel.
Savelha.
* Seba.
Séfia (* Olho de Boi).
Seima.
Serra.
Solha (Patrussa).
Solho.
* Solho rei.
* Tagana.
Tagarra.
Tainha.
Tamboril.
* Tenca.
Tentelhão.
Tintureira.
* Tolho.
Toupeira.
* Tremedor.
Tremelga.
Trombeiro.
Trombeta.

Truta.
Tubarão.
Uge ou Urze.
Verdelhão.
* Verdemau.
Vezugo ou bezugo.
Vezugo d'ova (Ferreiro).
* Vintem.
Viola.
Voador.
* Xarda.
Xuxo.
* Zarguncho.
Zorro (Rapôzo no Algarve).

OBSERVAÇÕES

Os nomes precedidos de asterisco foram additados posteriormente á publicada Lista no *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes.*—Não veem na presente lista os nomes de Baliarte, Bôto, Roaz e Tonninha, por serem de cetaceos.

Publicações sobre a echthyologia portugueza feitas pelo naturalista Felix de Brito Capello no «Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes»

ARTIGOS

Peixes novos de Portugal. etc.—Anno 1867, num. II, pag. 154 [1].

Catalogo dos peixes de Portugal que existem no Museu de Lisboa.—1867, num. III, pag. 233.—(Contém da especie 1 a 63 e uma lista dos nomes vulgares dos peixes de Portugal).

Idem, idem.—1867, num. IV, pag. 307.—(Contém da especie 64 a 84).

Descripção de dois peixes novos provenientes dos mares de Portugal.—1867, num. IV, pag. 314.

Descripção de trois nouveaux poissons des mers du Portugal.—1867, num. IV, pag. 318.

Catalogo dos peixes de Portugal que existem no Museu de Lisboa (continuação).—1868, num. V, pag. 51.—(Contém da especie 85 a 141).

Idem, idem (conclusão).—1869, num. VI, pag. 131.—(Contém da especie 142 a 226).

Sur l'identité du *Promotteus paradoxus*, Capello et du Nesiarchus nasutus, J. Y. Johnson.—1869, num, VI, pag, 154.

Appendice aos peixes de Portugal que existem no Museu de Lisboa.—1869, num. VII, pag. 223.—(Contém da especie 227 a 243).

Lista de algumas especies de peixes colligidos ou observados na bahia de Lagos (Algarve).—1869, num. VII, 229.

[1] Só os extractos teem estampas.

Memoria relativa a um exemplar do *Squalus maximus*, L., pescado nas costas de Portugal.—(Comprehende a descripção e estampa do *Cetorhimnus Blainvillii* (Capello). —1869, num. VII, pag. 233.

Segundo appendice ao Catalogo dos peixes de Portugal.—1873, num. XVI, pag. 307. —(Contém da especie 244 a 250).

Terceiro appendice ao Catalogo dos peixes de Portugal.—1876, num. XIX, pag. 165. —(Contém da especie 251 a 258).

Publicações feitas nas Memorias da Academia Real das Sciencias

Diagnoses de algumas especies ineditas da familia Squalidae que frequentam os nossos mares.—(1864)—Por José Vicente Barboza du Bocage e Felix de Brito Capello.

Apontamentos para ichthyologia de Portugal.—Peixes plagiostomos.—Primeira parte. —Esqualos.—(1866)—Por José Vicente Barboza du Bocage e Felix de Brito Capello, com a versão em francez.

INDICE

A

PAG.

Acanthias Blainvillii 47
» *vulgaris* ..... »
Acanthidium calceus 48
acarne, Pagellus 10
Acipenser latirostris 43
» *Naccarii* ..... »
» *sturio* 42
» Thompsoni ..... »
Acipenseridae. Fam ..... »
acus, Syngnathus ..... »
acutirostris, Anguilla 39
affinis, Chimaera 43
alalonga, Thynnus 18
Alausa communis 39
» finta ..... »
» pilchardus ..... »
» vulgaris ..... »
alburnoides, Leuciscus 38
albus, Merlangus 30
Alepisauridae. Fam 17

PAG.

Alepisaurus ferox 17
algarbiensis, Gobius 23
Alopias vulpes 45
alosea, Clupea 39
altavela, Pteroplatea 53
amia, Lichia 21
Ammodytes tobianus 27
Amphioxus lanceolatus 54
Amphyoxidae. Fam 54
angelus, Squatina 50
Anguilla acutirostris 39
» *Bibroni* 40
» *latirostris* 39
anguineus, Nerophis 42
annularis, Sargus 8
Anthias sacer 4
antiquorum, Pristis 50
aper, Capros 22
Aphanopus 15
» *carbo* 16
» » ..... »
aquila, Myliobates 53
» *Sciaena* 14

PAG.

Arcasii, Leuciscus 37
Argentina hebridica 35
» *Yarrellii* ..... »
Arnoglossus Boscii 33
» *conspersus* ..... »
Artedi, Pristiurus 43
Asterias Raja 52
Atherina Boyerii 25
» *presbyter* ..... »
Atherinidae. Fam ..... »
aula, Leuciscus 37
aurata, Chrysophrys 10
auratus, Carassius 36
» *Mugil* 26
auriga, Pagrus 9
Auxis rochei 18
» vulgaris ..... »
azevia, Solea 34

B

Bailloni, Crenilabrus 29
Balistes capriscus 41
Balistidae. Fam ..... »
barbatus, Mullus 7
Barbus Bocagei 37
» *Comiza* ..... »
batis, Raja 53
» » 52
Batrachidae. Fam 23
Batrachus didactylus ..... »
» » var.? flavus ..... »
» *tau* 24
Belone gracilis 36
» *vulgaris* 35
bergylta, Labrus 27
Berycidae. Fam 3
Beryx decadactylus ..... »
Bibroni, Anguilla 40
Blainvillii, Acanthias 47

PAG.

Blainvillii, Cetorhinus 45
Blenniidae. Fam 24
blennioides, Phycis 31
Blennius gattorugine 24
» *pavo* ..... »
» *pholis* ..... »
» *ruber* ..... »
» *sp.?* 25
» tentacularis ..... »
Bocagei, Barbus 37
» *Pagrus* 9
bogaraveo, Pagellus 10
Boscii, Arnoglossus 33
Box vulgaris 8
» *salpa* ..... »
Boyerii, Atherina 25
brachycentrus, Gasterosteus 3
brachypterus, Thynnus 18
Brama longipinnis 20
» *Raii* ..... »
Branchiostoma lanceolatum 54
Brevirostris, Hippocampus 41

C

cabrilla, Serranus 4
» var. » ..... »
calceus, Acanthidium 48
» Centrophorus ..... »
Callionymus lyra 23
Camperii, Scombresox 36
canicula, Scillium 43
canis, Galeus 47
Cantharus lineatus 7
» vulgaris ..... »
Capellonis, Solea 34
capensis, Raja 51
capito, Gobius 23
» *Mugil* 26
capriscus, Balistes 41

	PAG.
Capros aper	22
Carangidae. Fam	20
Caranx trachurus	»
Carassius auratus	36
carbo, Aphanopus	16
» »	»
Carcharias glaucus	46
» *lamia*	47
Charcharodon	45
» *Rondeletii*	»
carpio, Cyprinus	36
» *var. Cyprinus*	»
cataphractum, Peristedion	13
catulus, Scyllium	43
caudatus, Lepidopus	16
cavedanus, Squalius	38
Cepola rubescens	26
Centrina Salviani	49
Centriscidae Fam	27
Centriscus scolopax	»
centrodontus, Pagellus	9
Centrolophus pompilus	20
Centrophorus calceus	48
» *crepidalbus*	»
» *crepidater*	»
» *granulosus*	47
» *lusitanicus*	48
» ringens	49
» *squamosus*	48
Centropristis hepatus	4
Centroscymnus cœlolepis	49
cephalus, Leuciscus	38
» *Mugil*	25
» Squalius	38
cernioides, Serranus	»
cernium, Polyprion	5
cervinus, Charax	8
» *Sargus*	»
Cetorhinus Blainvillii	45
Charax cervinus	8
» *puntazzo*	9
chelo, Mugil	26
Chiasmodon niger	32
Chimaera affinis	43
» *monstrosa*	»
Chimaeridae. Fam	»
Chondrostoma Wilkommü	38
» *polylepis*	»
Chrysophrys aurata	10
» *cœruleosticta?*	9
» *crassirostris*	10
cinereus, Heptanchus	45
» Notidanus	»
cirrhosa, Umbrina	14
clavata, Raja	51
Clupeidae. Fam	38
Clupea alosa	39
» *finta*	»
» *pilchardus*	»
Cobites taenia	38
cœlolepis, Centroscymnus	49
cœruleosticta? Chrysophrys	9
colias, Scomber	17
Columnae, Rhinobatus	50
comber? Labrus	28
comiza, Barbus	37
communis, Alausa	39
Conger niger	40
» *vulgaris*	»
conspersus, Arnoglossus	33
Constantitae? Mugil	26
Coris Giofredi	29
» *julis*	»
cornubica, Lamna	44
Coryphaena dubia?	20
» equisitis	»
Cottus gobio	12
crassirostris, Chrysophrys	10
Crenilabrus Bailloni	29
» *melops?*	»
» *pavo*	28
crepidalbus, Centrophorus	48
crepidater »	»
cuculus, Trigla	13
Cyprinidae. Fam.	36
Cyprinus carpio	»

PAG.
Cyprinus carpio var. Regina..... 36

D

dactylopterus, Sebastes..... 11
Dasybatis fullonica..... 52
decadactylus, Beryx..... 3
Dentex macrophthalmus..... 6
» *parvulus*..... »
» *vulgaris*..... »
Dicrotus..... 15
didactylus, Batrachus..... 23
» » *var.? flavus*..... »
Diodontidae. Fam..... 41
Donovani, Labrus..... 28
draco, Trachinus..... 13
dubia? Coryphaena..... 20
ductor, Naucrates..... 19
Dumerilii, Seriola..... 21

E

Echeneis remora..... 19
Echinorhinus spinosus..... 50
elongata, Molva..... 31
encrassicolus, Engraulis..... 38
Engraulis encrassicolus..... »
Epinnula..... 15
equestris, Mustelus..... 46
equisetis, Coryphaena..... 20
erythrinus, Pagellus..... 9
Eupleurogrammus..... 15
Evoxymetopon..... »
Exocœtus lineatus..... 36

F

PAG.
faber, Zeus..... 19
fallax, Trachurus..... 21
fario, var. Ausonii Salmo..... 35
fario, Trutta..... »
ferox, Alepisaurus..... 17
filifer, Sebastes..... 11
filosus, Dentex..... 6
fimbriatus, Serranus..... 5
finta, Alausa..... 39
» *Clupea*..... »
fiatola, Stromateus..... 19
flesus, Pleuronectes..... 23
fullonica, Dasybatis..... 52
» *Raja*..... »

G

Galidae. Fam..... 30
Gadus luscus..... »
» *merlangus*..... »
» *pollachius*..... »
» *poutassou*..... »
gagarella, Smaris..... 7
Galeus canis..... 47
Gasteroteidae. Fam..... 3
Gasterosteus brachycentrus..... »
» *spinachia*..... »
Gastraea » ..... »
gattorugine, Blennius..... 24
Gempylina. Subfam..... 15
Gempylus..... »
gigas, Serranus..... 5
Giofredi, Coris..... 29
gladius, Xiphias..... 22

PAG.
glauca, Lichia 21
glaucus, Carcharias 46
Gobiesocidae. Fam..... 27
Gobiidae. Fam..... 22
gobio, Cottus..... 12
Gobius algarbiensis 23
» *capito* ..... »
» *jozo*..... 22
» *niger*..... »
» » 23
» *paganellus* ..... »
« sp?..... 22
gomphodom, Oxyrhina..... 44
gorensis, Serranus..... 5
Gouani, Lepadogaster 27
gracilis, Belone 36
granulosus, Centrophorus 47
griseus, Heptanchus..... 45
» Notidanus..... »
Güntheri, Pagellus 10
gurnardus, Trigla..... 12
guttulatus, Hippocampus 42

H

hebridica, Argentina 35
helena, Muraena..... 40
hepatus, Centropristis 4
Heptanchus cinereus..... 45
Hexanchus griseus..... 45
Hippocampus brevirostris..... 41
» *guttulatus*..... 42
» ramulosus ..... »
hirtus, Zeugopterus 33
hirundo, Trigla..... 12

I

PAG.
imperialis, Sebastes 11
insidiator, Smaris..... 7

J

jozo, Gobius..... 22
julis, Coris 29
Julis pavo..... »

K

Kuhli, Sebastes 11

L

Labrax lupus..... 4
» *punctatus*..... »
Labridae. Fam. 27
Labrus bergylta ..... »
» *comber*..... 28
» *Donovani* ..... »
» maculatus..... 27
» *mixtus*..... 28
» *reticulatus* ..... »
» sp?..... »
» trimaculatus ..... »
» *turdus* ..... »
Laemargus rostratus 50

PAG.
laevis, Mustelus 46
» *Rhombus*..... 32
Lalandii Seriola..... 21
lamia, Carcharias..... 47
» Carcharodon 45
Lamna cornubica..... 44
Lamnidae. Fam..... »
lanceolatum, Branchiostoma..... 54
lanceolatus, Amphioxus..... »
latirostris, Acipenser..... 43
» Anguilla 39
Lepadogaster Gouani..... 27
Lepidopus..... 15
» caudatus..... 16
» *lusitanicus* ..... »
lepturus, Trichiurus..... »
Leuciscus alburnoides 38
» *Arcasii*..... 37
» *aula*..... »
» cephalus..... 38
» *macrotepidopus*..... 37
» *pyrenaicus*..... 38
levenensis, Salmo..... 35
Leviraja oxyrhynchus..... 53
Lichia amia..... 21
» *glauca*..... »
» , *Scymnus* 49
lineatus, Cantharus..... 7
» *Exocetus*..... 36
lineata, Trigla 12
lintea, Raja..... 53
longipinnis, Brama..... 20
Lophius piscatorius 24
lucerna, Trigla 13
lupus, Labrax 4
luscus, Gadus 30
lusitanica, Synaptura..... 34
lusitanicus, Centrophorus 48
lusitanicus, Lepidopus..... 16
yra, Callyonymus..... 23
» *Trigta*..... 12

M

PAG.
macrolepidopus, Leuciscus..... 37
macrophthalmus, Dentex..... 6
macrorhyncha, Raja 52
Macruridae. Fam..... 32
Macrurus trachyrhynchus ..... »
maculata, Motela..... 31
maculatus, Labrus 27
maderensis, Scorpaena..... 11
» *Sebastes*..... »
Maena vulgaris 6
malarmat, Peristedion 13
malleus, Zigaena..... 46
marinus, Petromyzon..... 54
marmorata, Torpedo..... 51
maxima, Psetta..... 32
» *Selache* 45
maximus, Rhombus..... 32
mediterranea, Mera..... 30
mediterraneus, Phycis..... 31
melanostomus, Pristiurus 44
melops, Crenilabrus..... 29
Mera mediterranea 30
Merlangus albus..... »
» *gadus* ..... »
» vulgaris..... »
Merlucius » ..... »
michochirus, Seserinus..... 19
microcellata, Raja 51
microchirus, Stromateus..... 19
microdon, Pseudotriacis 44
miraletus, Raja 52
mixtus, Labrus..... 28
mola, Orthagoriscus 41
Molva elongata 31
» *vulgaris*..... »
monochir, Solea..... 34
monstrosa, Chimaera..... 43

PAG.

mormyrus, Pagellus 10
mosaica, Raia, var.? 51
Motella maculata 31
» mustella 32
» *quinquecirrata* ..... »
» *tricirrata* 31
Mugil auratus 26
» *capito* ..... »
» *cephalus* 35
» *chelo* 26
» *Constantiae?* ..... »
Mugilidae. Fam 25
Mullidae. Fam 7
Mullus barbatus ..... »
» *surmuletus* ..... »
Muraena helena 40
Muraenidae. Fam 39
Mustelidae, Fam 46
mustella, Motella 32
Mustellus equestris 46
» *laevis* ..... »
» *plebejus* ..... »
» *vulgaris* ..... »
Myliobates aquila 53

N

Naccarii, Acipenser 43
naevus, Raja 52
nasutus, Nessiarchus 16
Naucrates ductor 19
Nerophis anguineas 42
Nesiarchus 15
» *nasutus* 16
niger, Chiasmodon 32
» *Conger* 40
» *Gobius* 22
» *Spinax* 49
Notidanidae. Fam 45
Notidanus cinereus ..... »
Notidamus griseus 45

O

oblongus, Orthagoriscus 41
obscura, Trigla 13
ocellata, Solea 34
oculata, » ..... »
» Torpedo 51
Ophidiidae. Fam 27
Ophisurus serpens 40
Orthagoriscus mola 41
» *oblongus* ..... »
Oxyrhina gomphodon 44
» Spallanzani ..... »
oxyrhynchus, Leviraja 9
Oweni, Pagellus ..... »

P

paganellus, Gobius 23
Pagellus acarne 10
» *bogaraveo* ..... »
» *centrodontus* 9
» *erythrinus* ..... »
» *Güntheri* 10
» *mormyrus* ..... »
» *Oweni* 9
Pagrus auriga ..... »
» *Bocagei* ..... »
» *vulgaris* ..... »
paradoxus, Prometheus 16
parvulus, Dentex 6
pastinaca, Trygon 53
pavo, Blennius 24
» *Crenilabrus* 28
» *Julis* 29
Pediculatidae. Fam 24

PAG.

Pelamys sarda 18
» *Thynnus*..... »
Pennantii, Tetraodon 41
Percidae. Fam..... 4
Peristedion cataphractum 13
» malarmat ..... »
Petromyzon marinus..... 54
Petromyzonidae. Fam..... »
pholis, Blennius..... 24
Phycis blennioides 31
» mediterraneus..... »
pilchardus, Alausa..... 39
» *clupea*..... 30
piscatorius, Lophius 24
platessa, Pleuronectes 33
plebejus, Mustelus 46
Pleuronectes flesus..... 33
» *platessa* 33
Pleuronectidae. Fam..... 32
poeciloptera, Trigla..... 13
pollachius, Gadus 30
polylepis, Chondrostoma... 38
Polyprion cernium..... 5
Pomatomus telescopus ..... »
pompilus, Centrolophus..... 20
porcus, Scorpaena 11
poutassou, Gadus..... 30
pretiosus, Ruvettus..... 16
» Thyrsites ..... »
presbiter, Atherina 25
Pristidae. Fam... 50
Pristipomatidae. Fam..... 6
Pristis antiquarum 50
Pristiurus, Artedi..... 44
» melanostomus..... »
Prometheus paradoxus 16
Psetta maxima..... 32
» rhombus ..... »
Pseudotriacis microdon 44
Pteroplatea altavela 53
dunctatus, Labrax..... 4
» *Rhombus*..... 33
puntazzo, Charax 9

PAG.

pyrenaicus, Leuciscus..... 38

Q

quinquecirrata, Motella..... 32

R

radula, Raja 52
Raia mosaica..... 51
Raja asterias..... 52
» *bates* 53
» » 52
» *capensis*..... 51
» *clavata*..... »
» *fullonica*..... 52
» *lintea*..... 53
» *macrorhyncha* 52
» *microcellata*..... 51
» *miraletus*..... 52
» *naevus*..... »
» radula..... »
» *Salviani*..... 53
» *Schultzii* 52
» *undulata* 51
Rajidae. Fam..... 50
ramulosus, Hippocampus..... 42
Rayi, Brama..... 20
remora, Echeneis. 19
reticulatus, Labrus 28
Rhinobatus columnae..... 50
Rhombus laevis..... 32
» *maximus* ..... »
» *Psetta*..... »
» *punctatus*..... 33
ringens, Centrophorus..... 49
» *Scymnodon* ..... »

PAG.

rovhei, Auxis 18
» Scomber ..... »
Rondeletii, Carcharodon 45
» *Sargus* 8
rostratus, Laemargus 50
ruber, Blennius 24
rubescens, Cepola 26
Ruvettus pretiosus 16

S

sacer, Anthias 4
salar, Salmo 35
» Trutta ..... »
Salmo fario, var. Ausonii ..... »
» *levenensis* ..... »
» *salar* ..... »
Salmonidae. Fam ..... »
salpa, Rox 8
saltator, Temnodon 22
Salviani, Centrina 49
» *Raja* 53
sarda, Pelamys 18
Sargus annularis 8
» *cervinus* ..... »
» *Rondeletii* ..... »
» *vetula* ..... »
» *vulgaris* ..... »
saurus, Scombresox 36
scaber, Uranoscopus 13
Schultzii, Raja 52
Sciaena aquila 14
Sciaenidae. Fam ..... »
Scillidae. Fam 43
Scillium canicula ..... »
scolopax, Centriscus 27
Scomber colias 17
» rochei 18
» *scomber* 17
» » ..... »

PAG.

Scombresocidae. Fam 35
Scombresox Camperii 36
» *saurus* ..... »
Scombridae. Fam 17
Scorpaena maderensis 11
» *porcus* ..... »
» *scrofa* 12
scriba, Serranus 4
scrofa, Scorpaena 12
Scyllium catulus 43
Scymnidae. Fam 49
Scymnodon ringens ..... »
Scymnus lichia ..... »
Sebastes dactylopterus 11
» *filifer* ..... »
» *imperialis* ..... »
» *Kuhli* ..... »
» *maderensis* ..... »
Selache maxima 45
Seriola Dumerilli 21
» *Lalandii* ..... »
serpens, Ophisurus 40
Serranus cabrilla 4
» var ..... »
» *cernioides* 5
» *fimbriatus* ..... »
» *gigas* ..... »
» *gorensis* ..... »
- *scriba* 4
Seserinus michochirus 19
Siphonostoma tiphle 42
Smaris gagarella 7
» *insidiator* ..... »
» *vulgaris* 6
Solea azevia 34
» *Capellonis* ..... »
» *monochir* ..... »
» ocellata ..... »
» *oculata* ..... »
» *variegata* ..... »
» *vulgaris* 33
sp? Bleunius 25
sp? Gobius 22

PAG.

sp ? Labrus 28
Spallanzani Oxyrhina 44
Sparidae. Fam 7
Sphyrna zygaena 46
spinachia, Gasterosteus 3
» Castraca ..... »
Spinacidae. Fam 47
Spinax niger 49
spinosus, Echinorhinus 50
Squalidae. Fam 56
Squalus cavedanus 38
» cephalus ..... »
Squalius squatina 50
squamosus, Centrophorus 48
Squatina squalus 50
» *vulgaris* ..... »
Squatinidae. Fam ..... »
Stromateus fiatola 19
» *microchirus* ..... »
sturio, Acipenser 42
surmuletus, Mullus 7
Synaptura lusitanica 34
Syngnathidae. Fam 42
Syngnatus acus ..... »
» *tennirostris* ..... »
» *typhle* ..... »

T

taenia, Cubitis 38
tau, Batrachus 24
telescopus, Pomatopus 5
Temnodon saltator 22
tentacularis, Blenins 25
teunirostris, Syngnatus 42
Tetraodon Pennantii 41
Thompsoni, Acipenser 42
thunina, Thynnus 18
Thynnus alalonga ..... »
» *brachypterus* ..... »
» *pelamys* ..... »

PAG.

Thynnus thynnus 17
» » ..... »
» *thunina* 18
» vulgaris 17
Thyrsites 15
» *pretiosus* 16
Thyrsitina. Subfam 15
tiphle, Siphonostoma 42
tobianus, Aumodytes 27
Torpedo marmovata 51
» *oculata* ..... »
Trachinidae. Fam 13
Trachinus draco ..... »
» *vipera* 14
Trachurus Caranx 20
» *fallax* 21
» *trachurus* 20
» » ..... »
trachyrhynchus, Macrurus 32
Trichiuridae. Fam 15
Trichiurinae. Subfam ..... »
Trichiurus ..... »
» *lepturus* 16
Trichonotidae. Fam 26
tricirrata, Motella 31
Trigla cuculus 13
» *gurnardus* 12
» *hirundo* ..... »
» *lineata* ..... »
» *lucerna* 13
» *lyra* 12
» *obscura* 13
» *pœciloptera* ..... »
Triglidae. Fam 11
trimaculatus, Labrus 28
Trutta fario 35
» salar ..... »
Trygon pastinaca 53
turdus, Labrus 28
typhle, Syngnathus 42
Umbrina cirrhosa 14
undulata, Raja 51
Uranoscopus scaber 13

V

PAG.

variegata, Solea 34
vetula, Sargus 8
vipera, truchinus 14
vulgaris, Acanthias 47
» *Alausa* 39
» *Auxis* 18
» *Belone* 35
» *Box* 8
» Cantharus 7
» *Conger* 40
» *Dentex* 6
» *Maena* ..... »
» *Merlangus* 30
» *Merlucius* ..... »
» *Molva* 31
» *Mustelus* 46
» *Pagrus* 9
» *Sargus* 8
» *Smaris* 6
» *Solea* 33
» *Squatina* 50
» Thynnus 17
vulpes, Alopias 45

W

PAG.

Wilkommii, Chondrostoma 38

X

Xiphias gladius 22
Xiphiidae. Fam. ..... »

Y

Yarrelli, Argentina 35

Z

Zeugopterus hirtus 33
Zeus faber 19
Zygaena malleus 16
» *sphyirna* ..... »

ERRATAS

PAG.	LIN.	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
50	33	Fam. RAGIDAE	Fam. RAJIDAE
63	7	*Asterias Raja*	*asterias, Raja*

ESTUDOS PREHISTORICOS EM PORTUGAL

NOTICIA

DE ALGUMAS ESTAÇÕES E MONUMENTOS PREHISTORICOS

MEMORIA

APRESENTADA

Á ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

POR

CARLOS RIBEIRO

SOCIO EFFECTIVO DA MESMA ACADEMIA

II

MONUMENTOS MEGALITHICOS DAS VISINHANÇAS DE BELLAS

A pouco menos de uma legua ao norte da estação de Licêa, precedentemente descripta, levanta-se uma serie de outeiros com altitudes de 200 a 230 metros, todos alinhados na direcção de E N E. a O N O. D'esta cumiada descae rapidamente o solo, primeiramente em esplanadas e depois em ribanceiras asperrimas, para o fundo de uma depressão que lhe está 80 a 100 metros mais abaixo, e dentro da qual se vêem os casaes e povoações da Agua Livre, Rio de Sapos, Bellas, Idanha e Agualva.

Os flancos esquerdo do valle da ribeira de Carenque e direito do valle da ribeira de Barcarena, limitam esta depressão pelo nascente e pelo poente.

A formação basaltica que, como já dissemos, se estende das proximidades do Tejo para o lado do norte, fórma a parte superior do tracto até á mencionada linha de outeiros, onde termina por este lado, descançando sempre e immediatamente sobre o andar de calcareos de *Rudistas*, tecto do terreno cretaceo das visinhanças de Lisboa. Succedem-se, em ordem descendente e concordantemente, os andares alternantes de calcareo e de grés do terreno cretaceo superior e médio, que se desenvolve para o lado do norte formando de E. a O. uma faxa de 7,5 kilometros de largura, e cujos planos de camadas inclinam em geral de 10 a 25° para o valle do Tejo.

É na mencionada depressão, aberta pelas correntes diluviaes nas assentadas mais modernas do andar superior, que temos encontrado os monumentos megalithicos das visinhanças de Bellas.

Os primeiros d'estes monumentos, pelos quaes vamos começar a nossa

descripção, são denominados *Pedra dos Mouros* e *Pedra de Monte Abrahão*, existentes dentro da quinta do sr. marquez de Bellas.

Pede o dever que tributemos aqui os nossos agradecimentos a este cavalheiro, pela franqueza com que permittiu que fizessemos nas suas propriedades de Bellas as escavações que conviessem ao nosso fim.

Dolmen da Pedra dos Mouros

Para se chegar ao sitio onde se ergue este monumento, percorre-se parte de uma formosa alameda de arvores seculares, em renques perpendiculares á fachada do palacio do sr. marquez de Bellas, e cujas copas juntando-se formam uma elevadissima abobada; a poucos passos penetra-se n'uma espessa matta formada de medronheiros, loureiros, carrascos e outros arbustos de porte arborescente, a qual reveste uma encosta alta e abrupta parallela aos renques da alameda. Diversos caminhos serpeiam por esta matta, conduzindo todos á capella da invocação do Senhor da Serra, situada no extremo oriental de uma chapada formada de rochas calcareas, sendo a uns 400 metros ao poente d'esta capella e uns 60 pouco mais ou menos arredado da aresta superior da encosta, que se levanta o dolmen denominado *Pedra dos Mouros*.

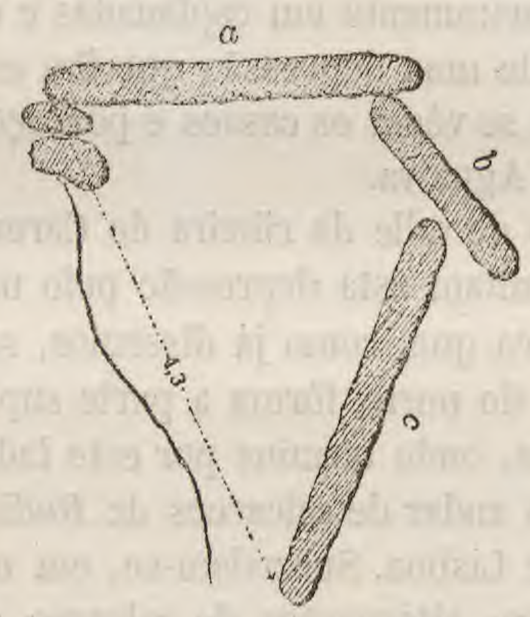


Fig. 1

Como mostram a planta e os competentes alçados, fig. 1, 2 e 3, a *Pedra dos Mouros* é um monumento incompleto, do qual só restam tres grandes pedras no seu logar. A maior d'ellas (*a*), voltada ao setemptrião aproxima-se da

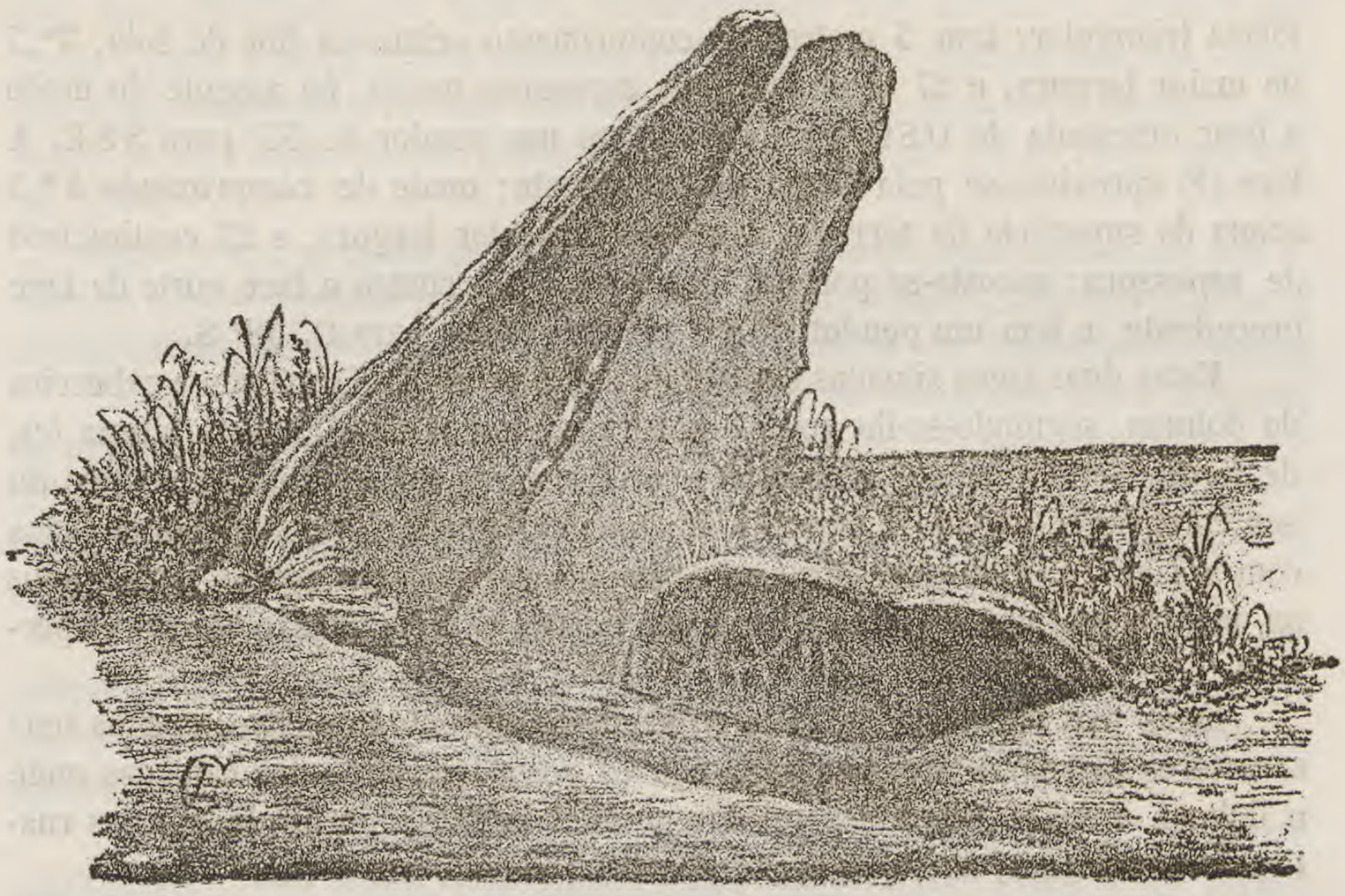


Fig. 2

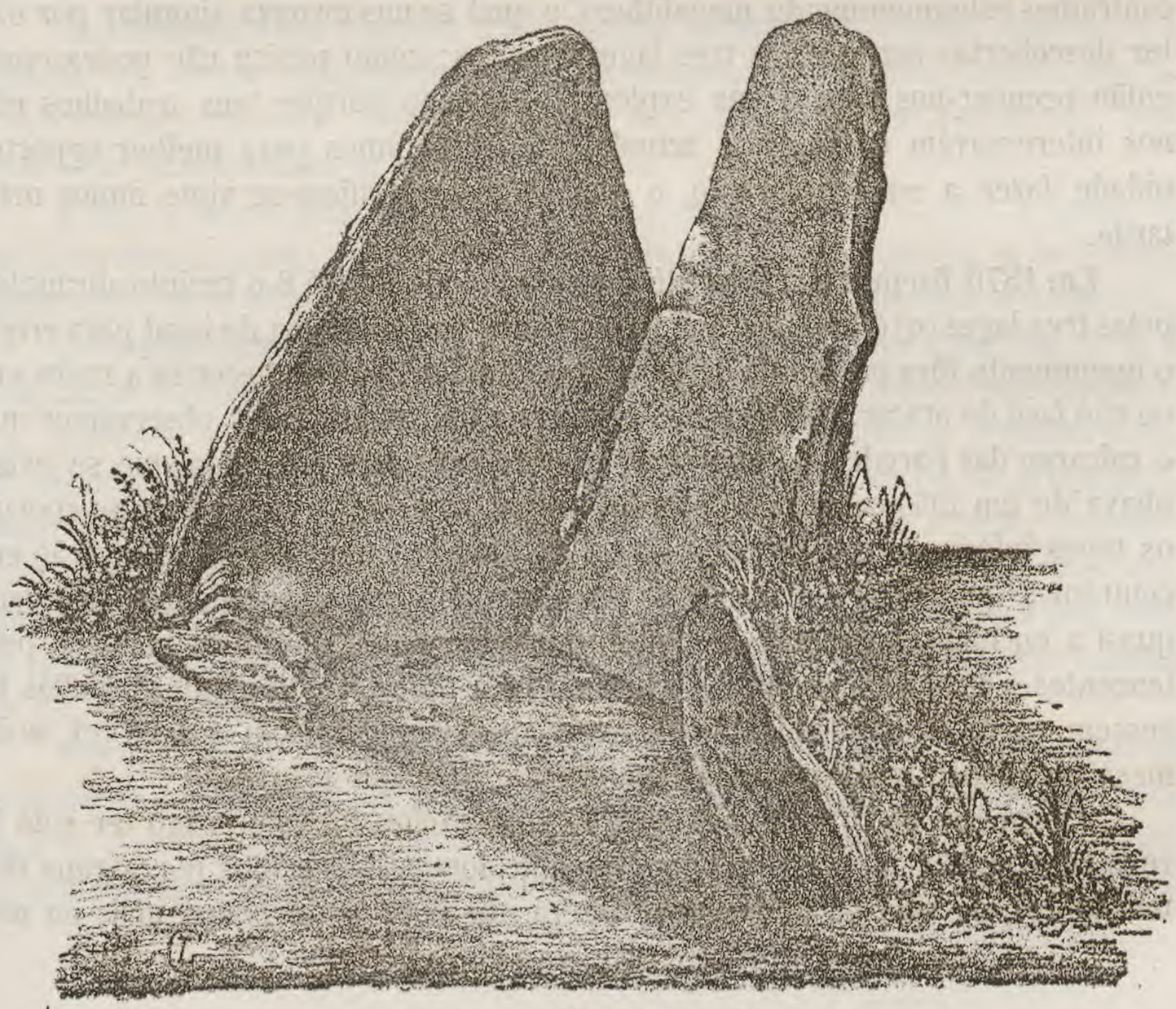


Fig. 3

fórma triangular; tem 5 metros de comprimento acima da flôr do solo, $3^m,7$ de maior largura, e 27 centimetros de espessura média; foi assente de modo a ficar orientada de OSO. para ENE. com um pendor de 55° para SSE. A lage (*b*) aproxima-se pela fórma da precedente; mede de comprimento $4^m,5$ acima da superficie do terreno, 2 metros de maior largura, e 25 centimetros de espessura: encosta-se por um dos seus lados contra a face norte da lage precedente, e tem um pendor de 60° proximamente para O. 38° S.

Estas duas lages situadas do lado do sul, parece que formavam a cabeceira do dolmen, seguindo-se-lhe para o norte uma terceira pedra. Esta ultima (*c*), de fórma sensivelmente rectangular, está cravada no terreno no sentido do seu comprimento e no rumo N—S., topando um dos seus menores lados com a lage (*b*). Esta lage eleva-se acima do terreno um metro pouco mais ou menos, estando enterrada cerca de metro e meio abaixo da sua superficie.

Estas tres lages são de calcareo argilloso cinzento mui duro, com os seus caracteres petrographicos em tudo eguaes aos do calcareo das camadas onde o dolmen assenta. Como o geral das grandes pedras empregadas n'estas rusticas construcções, as superficies estão litteralmente em bruto.

Foi em 1856, quando estudavamos a geologia d'estes terrenos, que encontrámos este monumento megalithico, o qual se nos tornava singular por não ter descobertas senão estas tres lages maiores; como porém não podessemos então occupar-nos com a sua exploração, mesmo porque taes trabalhos não nos interessavam então como actualmente, reservámos para melhor opportunidade fazer a sua exploração, o que só pôde verificar-se vinte annos mais tarde.

Em 1876 fizemos excavar até á profundidade de $0^m,8$ o recinto abrangido pelas tres lages (*a*) (*b*) (*c*), fig. 1, e pareceu-nos que a escolha do local para erigir o monumento fôra precedida de tentativas com fim de reconhecer se a rocha era ou não facil de atacar. De feito, no desaterro a que se procedeu, observámos que o calcareo das paredes da excavação se tornava brando á medida que se avisinhava de um filão-camada de porphyro trachytico, sobre cuja rocha se apoiam os topes inferiores das grandes lages. No fundo e ao centro da excavação encontrámos quatro lages muito mais pequenas do que as precedentes, as quaes quasi a enchiam, parecendo-nos que eram fragmentos de outras maiores, pertencentes a este monumento; e é mesmo bem possivel que algumas d'ellas fizessem parte da lage do lado do nascente, symetrica com a lage (*c*), e da mesa ou chapéo que coroava o monumento, se é que o teve.

O primeiro facto que a excavação nos revelou foi este jazigo ter sido já revolvido mais de uma vez. Effectivamente fomos informados por alguns dos moradores da villa de Bellas que, haverá uns doze annos pouco mais ou me-

nos, fôra explorado este dolmen, recolhendo-se d'ali bastantes objectos de varias fórmas e de differente natureza, sem todavia nos saberem dar idéa, ainda que muito vagamente, do que elles seriam. O segundo facto foi o encontro, no fundo da excavação, de uma moeda de cobre portugueza (cinco réis), cunhada em 1741.

Estes e outros factos mais que tivemos occasião de notar, provaram que tinhamos sido precedidos por outros exploradores e curiosos, que devassaram o mesmo jazigo, explorando-o com o fim, ao que parece, de descobrir thesouros.

Como quer que seja, as pesquisas antecedentes attingiram todos os cantos da primitiva excavação, de modo que a nossa colheita foi pouco fructuosa: e o que d'ella obtivemos limitou-se a alguns fragmentos de ossos, em grande parte humanos, e a diversos productos d'arte, d'entre os quaes mencionaremos os seguintes.

Um celte medianamente grosseiro de calcareo silicioso, de côr amarella ochracea, tendo nove centimetros de comprimento, est. I, fig. 1, de lados planos e secção rectangular. Um dos extremos termina em gume, e o opposto ou cabeça tem a fórma rectangular.

Foi o unico instrumento d'este genero que encontrámos n'este monumento megalithico, e cuja fórma, com quanto pouco vulgar, observámos já em alguns instrumentos analogos de basalto colligidos em Licêa.

Uma faca de silex cinzento claro, secção trapezoidal, bordos lateraes e o anterior em aresta e recortados, tendo 13 centimetros de comprimento, fig. 2. É um dos instrumentos d'este typo mais bem acabados que possuimos, e o unico que encontrámos na excavação.

A fig. 3 representa uma peça de silex cinzento rosado com a fórma de ponta de flecha, tendo as faces perfeitamente planas e parallelas, e os bordos recortados: foi tambem o unico instrumento d'este typo que aqui recolhemos.

O pequeno raspador, fig. 4, e outras lascas pequenas de silex, fig. 5, 6, 7 e 8, foram tambem encontrados na terra de mistura com outros instrumentos.

Escapou aos exploradores que nos precederam a lamina ou pequena placa de calcareo subcrystallino amarellado, que representámos na fig. 9. O seu perimetro é sensivelmente cordiforme, assemelhando-se tambem á fórma do triangulo espherico rectangulo. Proximo á base ha dois orificios circulares, cujos centros estão situados na mesma linha, e que parece terem servido para por elles se introduzir um fio de suspensão. Este objecto podia ter servido de amuleto ou de adorno como *pendeloque*.

A propriedade, que teem algumas variedades de calcareo subcrystallino de se poderem cortar e cinzelar facilmente, não podia deixar de ser conhecida pelos homens d'estes remotos tempos. Além da precedente placa e de outros mais objectos de arte humana, fabricados da mesma substancia e que temos reco-

lhido na exploração dos dolmens, encontrámos com aquelle amuleto o vaso que fizemos representar na fig. 10, est. II. Assemelha-se muito a uma pequena tigella de fórma espherica, cujas paredes teem a espessura de dois e meio millimetros na boca, engrossando regularmente até ao fundo, onde attinge quatro e meio millimetros.

Parece que o modo por que chegaram a obter este vaso consistiu em preparar primeiramente uma esphera maciça, excavando-a em seguida até ficarem as suas paredes com a espessura mencionada e a superficie interior perfeitamente lisa.

Representam as fig. 11 e 12 duas espheras de calcareo, uma com seis, outra com quatro e meio centimetros de diametro, tendo a maior d'ellas uma pequena cavidade, fig. 12, aberta intencionalmente, como se fosse para praticar um furo que atravessasse a esphera pelo seu centro, mas que não penetrou além de alguns millimetros. Eram ao que parece dois projectis para fundas.

Encontrámos ainda n'esta excavação um martello formado de rocha feldspathica de côr trigueira avermelhada (fig. 13 da mesma estampa), deixando ver na sua superficie claros vestigios do trabalho de trituração em que foi principalmente empregado.

Emfim, depararam-se-nos tambem alguns restos de ceramica mui grosseira sem vestigios de ornatos, e dos quaes o mais completo é o vaso que fizemos restaurar e desenhar sob o num. 14 da mesma estampa. A sua fórma é a espherica, da qual separaram uma calote correspondente á boca do vaso; porém nem o bôrdo está cortado regularmente nem a espessura das paredes apresenta uniformidade.

Quanto a ossos humanos, encontrámos alguns fragmentos de tibias, de costellas, peças de craneos, etc., todos muito deteriorados. D'entre os ossos da cabeça colligimos fragmentos de maxillar inferior, alguns dos quaes pela grossura, fórma do ramo horisontal, e pela disposição dos alveolos dos dentes incisivos e laniares, nos pareceu pertencerem a individuos na maior parte adultos e orthognatas. Os dentes incisivos e molares dos adultos teem a corôa gasta horisontalmente.

Os outros ossos extraídos da excavação parece pertencerem a ruminantes.

Dolmen de Monte Abrahão

A chapada onde assenta a estação da Pedra dos Mouros prolonga-se para o lado do sul, primeiro em plano sensivelmente horizontal, depois em rampa e em degraus formados pelos topes das camadas de calcareo (cuja inclinação é de 4 a 10° n'aquelle rumo) até que a uns 400 metros de distancia d'aquella estação se penetra no andar do calcareo de *Rudistas*, cujas camadas formam um patamar de 300 metros de largura, que se estende até á raiz do monte de basalto que lhe fica ao sul. É n'este patamar e em nivel 20 a 25 metros superior á base do precedente monumento, que se levanta o «*Dolmen de Monte Abrahão*» de estylo differente do dolmen seu visinho, como se deixa ver nos respectivos desenhos (Fig. 4, 5 e 6). Este segundo monumento orientado no rumo E–O verdadeiro, compõe-se de uma parte polygonal situada ao poente, que é a camara, e da galeria que se estende para o nascente. É o mais bem conservado de todos os megalithos que existem nas visinhanças de Bellas.

Fig. 4

O solo, onde foi levantado este dolmen, é formado de bancadas do referido calcareo de *Rudistas*, mui duro, cobertas por uma capa de argilla vermelho-sanguinea, proveniente da alteração dos basaltos, que estão apenas a algumas dezenas de metros de distancia. Não foi, porém, d'este ponto que sairam as principaes lages que entraram n'esta construcção; foram buscal-as a alguns centos de metros de distancia para o lado do norte, extraindo-as das camadas do andar subjacente, não das que teem leito e sobre-leito muito planos

e regulares, mas das bancadas de calcareo cinzento escuro, durissimo, bastante resistente, á acção do tempo e com as superficies de stratificação deseguaes e muito escabrosas. Estas lages não teem desbaste nem vestigios de apparelho; isto é, taes quaes foram arrancadas das bancadas, assim as empregaram, ficando o dolmen com o aspecto tosco e rustico dos seus congeneres.

Para conhecermos melhor a construcção d'este monumento, e poder explo-ral-o com mais individuação, fizemos escavar todo o solo comprehendido pela camara e galeria, e podemos então verificar que a superficie do terreno que lhe fôra destinada tinha sido preparada pelos constructores em todo o com-

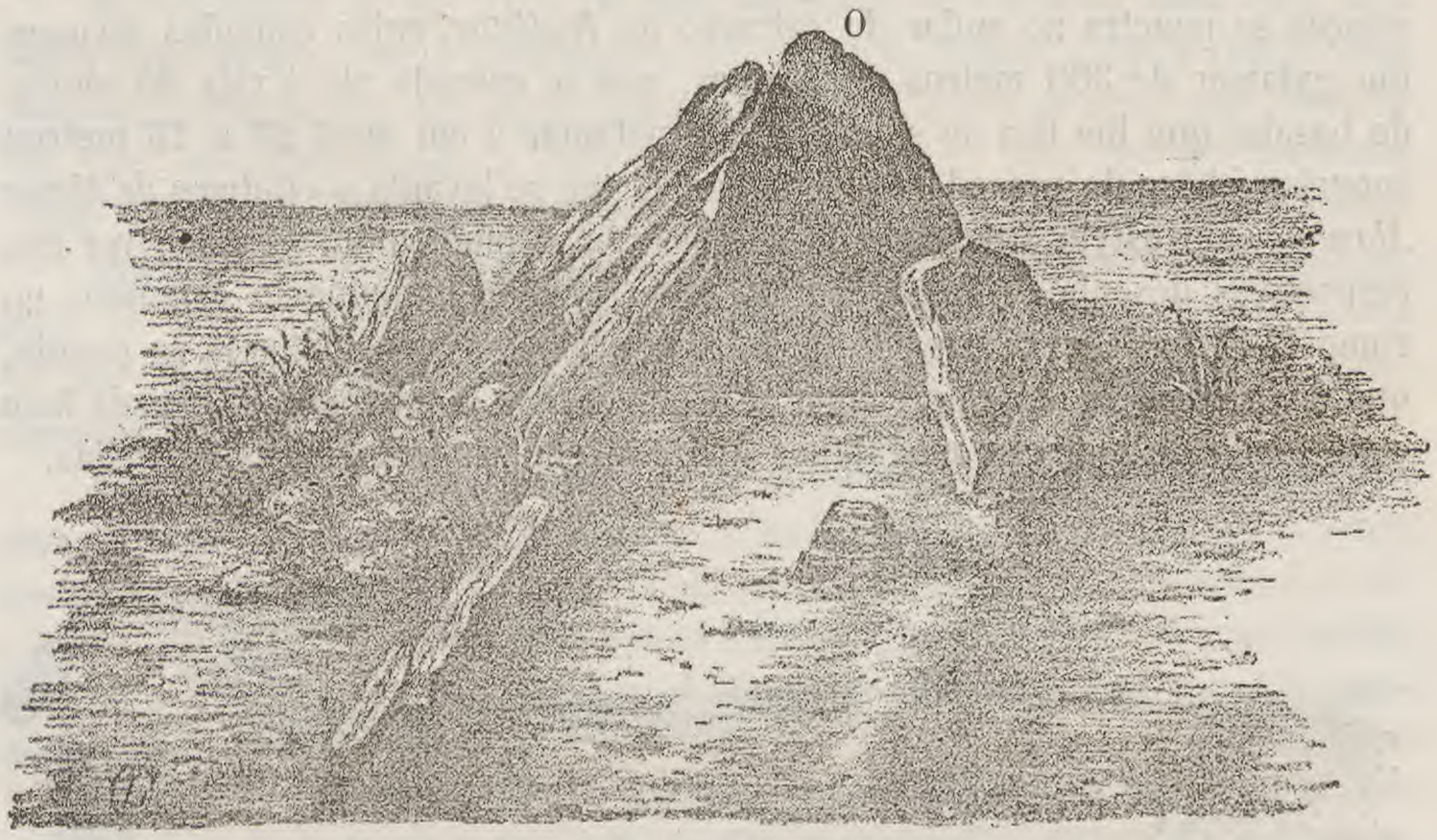


Fig. 5

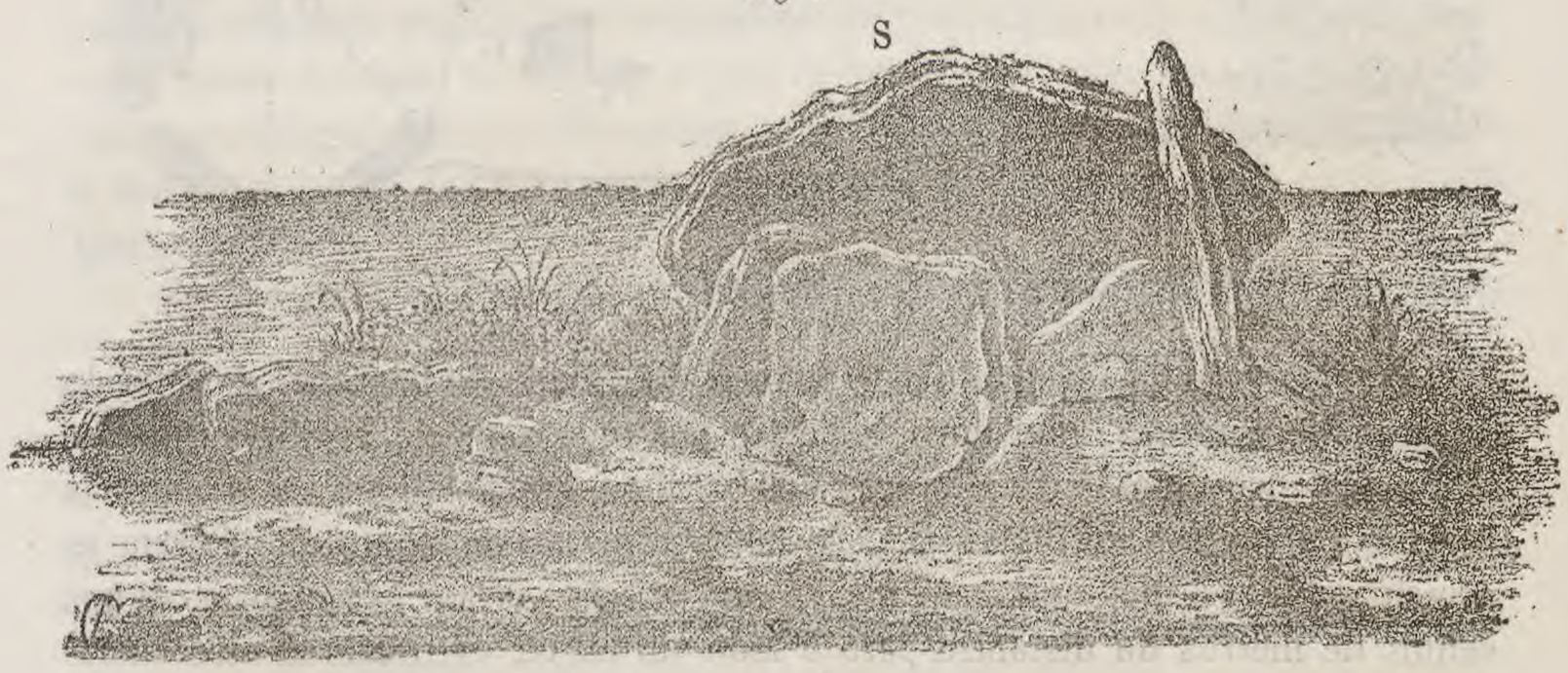


Fig. 6

primento do dolmen; já arregaçando a terra vegetal até descobrir a rocha firme subjacente; já quebrando algumas das maiores desegualdades da rocha; já abrindo sanjas ou fossos, principalmente no recinto do dolmen, tanto para n'elles poderem cravar as extremidades de algumas das grandes lages, como no intuito de accommodar os cadaveres que tivessem de inhumar.

As figuras 7 e 8 dão idéa d'estes fossos e do trabalho que foi mister empregar para se abrirem no calcareo as alludidas excavações, quando mesmo se empregasse o fogo para facilitar a desaggregação da rocha.

Como acima dissemos, este dolmen compõe-se de camara e galeria, aquella polygonal com $3^m,6$ de maior diametro, e esta formada por um corredor de 8 metros de comprimento por cerca de 2 metros de largura média, vindo por tanto o monumento a medir $11^m,6$ de comprimento total.

A camara é formada por oito lages, parte d'ellas postas ao alto, das quaes sómente seis formam o seu verdadeiro perimetro; e d'estas ultimas, tres servem de supportes e encontros, e uma outra, com 49° de inclinação para o lado do sul, cobre com a sua projecção horisontal mais de metade da área da dita camara. Todas ellas estão indicadas na planta (fig. 4) a qual, bem como as respectivas secções (fig. 7 e 8), dão idéa da sua disposição relativa. Para

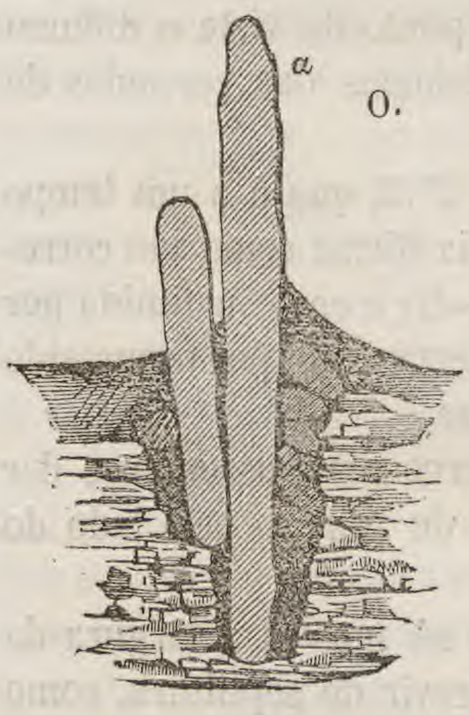


Fig. 7

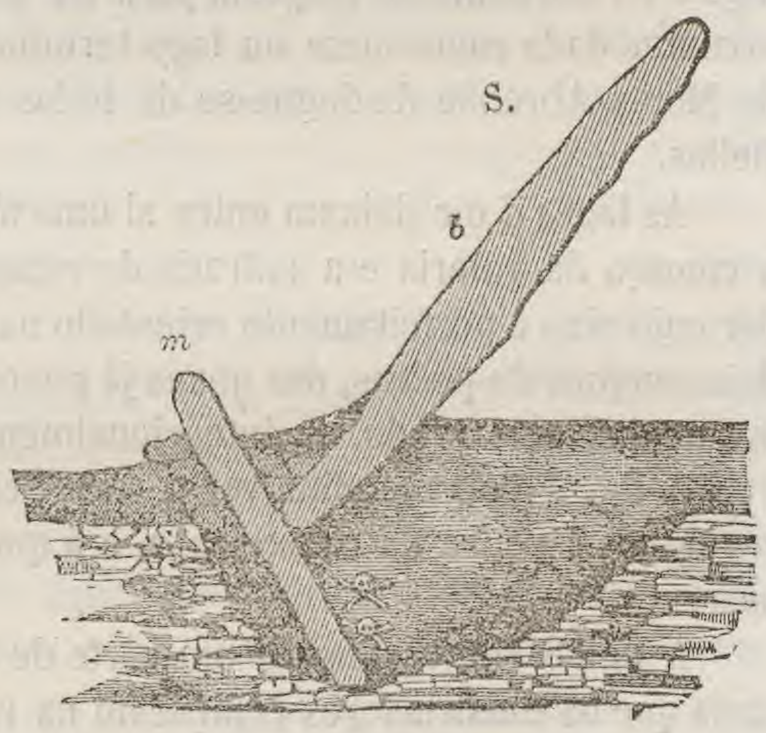


Fig. 8

melhor affirmar esta idéa, juntaremos mais alguns esclarecimentos ácerca da grandeza e serventia das tres principaes lages que limitam a camara.

A pedra *a*, fig. 4 e 7, collocada do lado do poente e orientada segundo o meridiano verdadeiro, tem a fórma subtriangular com $2^m,10$ de maior largura proximo á linha do solo, e 3 metros d'altura a contar d'esta mesma li-

nha; e como está cravada na terra cerca de um metro, vem o seu comprimento total a ser de 4 metros. Esta lage tem um ligeiro pendor (de 8.°) sobre o plano vertical, e fórma a cabeceira do monumento.

A lage *b*, fig. 4 e 8, semelhante a um losango, com $4^{m},40$ por $3^{m},22$ é a maior de todas que entram n'esta construcção, e tem, como acima dissemos, 49° de inclinação para o S.; o seu extremo inferior vae topar contra a lage *m*; ao poente serve-lhe de apoio a cabeceira *a*, e ao nascente descança sobre a lage *d* que está fortemente cravada no terreno.

A lage *m* penetra cerca de um metro no terreno, e tem um pendor contrario ao da lage *b*, de 70° para o N., a fim de melhor assegurar a estabilidade d'esta ultima pedra.

Em geral estas lages estão solidamente encontradas e sobrepostas, e bem acunhadas com o auxilio de outras de menores dimensões; e os seus intervallos foram cheios com terra e pedra, como se vê ainda entre a lage *a* e as suas contiguas.

Examinando a posição d'estas lages, a grandeza de cada uma d'ellas e a sua altura relativa acima do terreno, vê-se que não foram escolhidas e assentes para receberem uma lage terminal ou mesa em posição horisontal, como succede commummente n'outros monumentos d'esta classe. Effectivamente, a lage *b* foi inicialmente disposta para ter a inclinação de 49°, e nunca para ser accommodada como mesa ou lage terminal. Sob este ponto de vista o dolmen de Monte Abrahão distingue-se de todos os outros dolmens das cercanias de Bellas.

As lages *d* e *c* deixam entre si uma abertura de $2^{m},2$, que é a um tempo o começo da galeria e a entrada da camara. A galeria fórma como um corredor cujo eixo é perfeitamente orientado na direcção E–O; e era constituida por dois renques de pedras, das quaes já poucas restam, certamente por terem sido levantadas pelo arado, ou intencionalmente arrancadas.

A fig. 7 deixa emfim ver o córte feito no calcareo para assentar e dar segurança á pedra da cabeceira *a*, e á que lhe servia de amparo pelo lado do nascente.

A fig. 8 representando um córte de S. a N. não só mostra a largura da sanja que os constructores romperam na rocha para servir de sepultura, como tambem deixa ver o modo como foram dispostas as lages *b* e *m*.

A planta, fig. 4, juntamente com os dois ultimos desenhos, dão cabal conhecimento da construcção d'este monumento, indicando ao mesmo tempo os logares onde foram encontrados os restos humanos e os mais notaveis instrumentos que os acompanhavam.

Os mesmos desenhos, emfim, denunciam que tanto na camara como na galeria, quasi todas as inhumações foram feitas do lado do sul; sendo só junto

á lage *G*, fig. 4, que se encontrou do lado do norte um craneo humano com outros ossos tambem humanos, acompanhados de diversos objectos d'arte que adiante serão designados.

A superficie do terreno onde está erigido este dolmen é plana, e mesmo sensivelmente horisontal até um raio de 50 a 100 metros em redor, sendo devida em parte esta circumstancia, como já se disse, a estar o solo coberto de uma capa argillo-calcarifera côr de sangue de boi, que lhe nivella as desegualdades, e cuja espessura attinge em alguns pontos 6 decimetros.

Ao encetarmos os trabalhos de exploração, estavamos longe de pensar que fazia parte integrante d'este dolmen uma galeria, cuja existencia era apenas revelada por algumas pequenas pedras afflorando no rumo E–O, e n'um comprimento de 3 a 4 metros; mas proseguindo nas excavações reconhecemos que existia realmente ali uma galeria do comprimento já indicado, e delimitada por dois renques de pedras postas de cutello, alinhadas n'aquelle rumo, e cravadas no terreno até ao firme; pedras aliás pequenas, que estavam cobertas pelo solo vegetal, e que provavelmente seriam calços de outras maiores que abrigassem a galeria (semelhantes a tres que ainda se vêem do lado do sul proximo da camara ou recinto) e tivessem d'ali sido arrancadas para quaesquer construcções ruraes.

N'esta exploração, ao contrario do que succedera na do dolmen da *Pedra dos Mouros*, tivemos a fortuna de encontrar logo a 2 decimetros de profundidade alguns productos de arte humana; reconhecendo ao mesmo tempo que se este dolmen já tinha sido devassado em qualquer tempo, os exploradores deixaram ali os objectos de arte que encontraram, por não lhes comprehenderem o valor, ou por não terem encontrado entre elles coisa alguma que lhes dispertasse a cubiça: mas ainda assim pensamos nós que não o fizeram sem terem augmentado consideravelmente o desarranjo em que os ossos humanos se encontravam.

A exploração foi levada desde o recinto até ao extremo oriental da galeria; e á medida que a terra ia sendo arregaçada, tomava-se nota da posição em que iam sendo encontrados os objectos mais importantes, e depois era catada com cuidado. Em seguida estas mesmas terras, depois de bem seccas, foram joeiradas, conseguindo-se assim um grande augmento na colheita dos objectos havidos n'este dolmen.

Todos estes achados, tomados em globo podem classificar-se do seguinte modo:

Quatro *celtes*, vulgarmente chamados, machados celticos, e pedras de raio.
Trinta facas de silex de diversas fórmas e tamanhos.
Duas pequenas facas de quartzo hyalino.
Diversos raspadores.

Duas bellissimas pontas de lança de silex.

Cento e vinte pontas de flecha, de silex, umas inteiras outras partidas.

Vinte pequenos instrumentos de silex, alguns d'elles empregados talvez nas operações cirurgicas.

Numerosissimas lascas de silex accusando trabalho.

Quatro massas de guerra ou armas contundentes, de calcareo.

Duas peças cylindricas de calcareo, que talvez tivessem servido como insignia.

Dois amuletos inteiros de ardosia e fragmentos de outros.

Cento e tantos objectos de adorno em diversos estylos como contas, pendeloques, guarnições, etc. etc.

Diversos fragmentos de vasos de barro.

Restos de esqueletos humanos, dos quaes não se pode determinar o numero fixo, nem mesmo pelos dentes colligidos que foram muito abundantes como se vê do seguinte quadro:

Dentes molares de individuos de todas as edades			 761
Ditos laniares	»	»	 252
Ditos incisivos	»	»	 327

Finalmente, e para completar esta enumeração, alguns ossos e dentes de diversos animaes.

Começaremos pela descripção dos instrumentos e armas de pedra.

Celtes.—Na fig. 9 representamos um celt ou acha fabricada de trapp de côr cinzenta, com a superficie polida e revestida de uma capa de *patine* amarellada. A fórma das suas faces é proximamente triangular; os bordos são rectos e planos com $0^{m},014$ na parte mais larga; o gume, que fôra em aresta viva, está fracturado. Assemelha-se muito ao exemplar desenhado na fig. 16, est. VIII da *Memoria* sobre a estação de Licêa, sendo além d'isso fabricado de egual substancia.

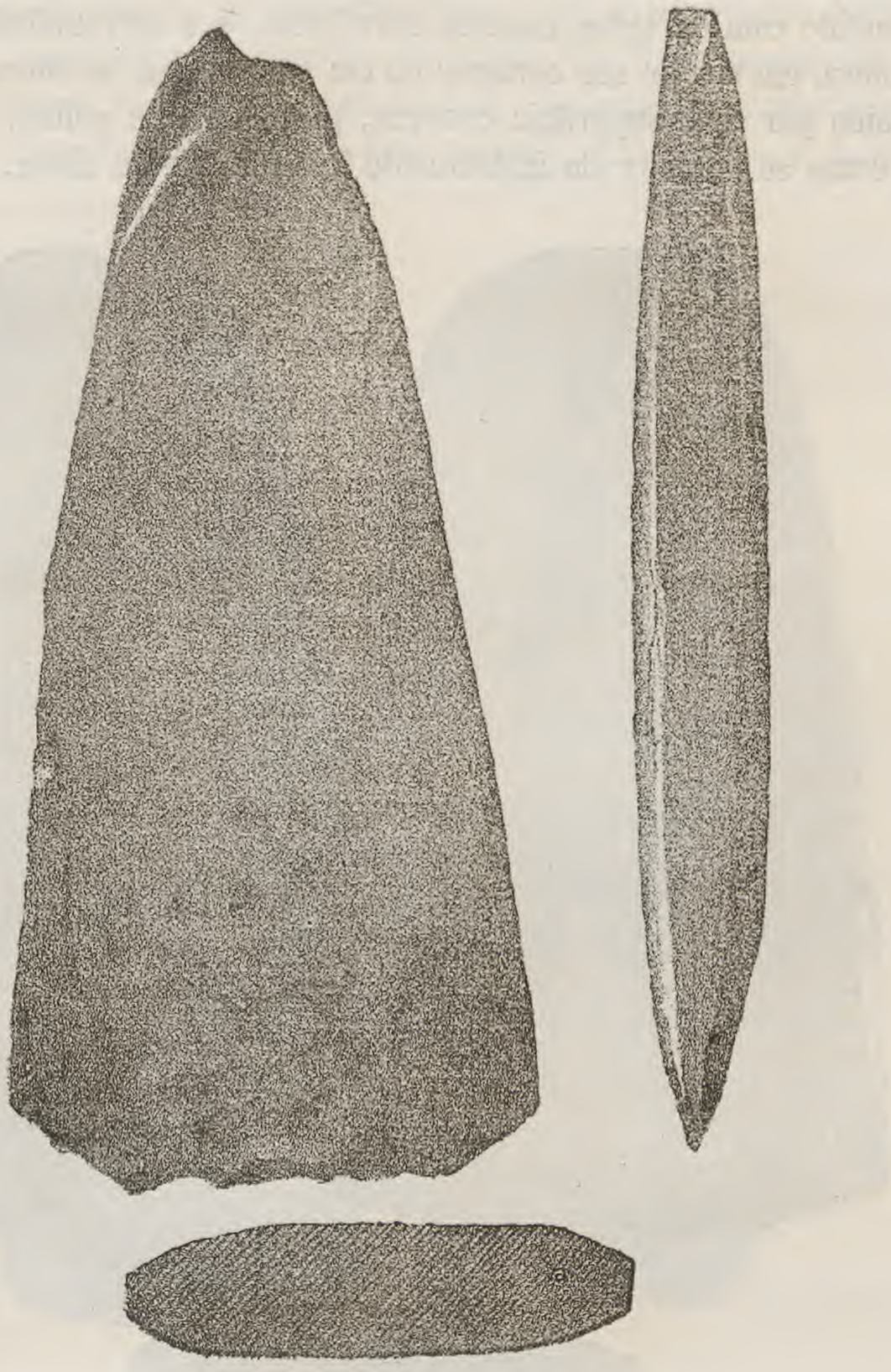


Fig. 9

Pertence tambem a este typo o celt fig. 10, embora um pouco differente do precedente. É fabricado de um pedaço de diorite averdoengada, desbastado para lhe dar a fórma geral que os desenhos accusam. As faces teem a superficie convexa, polida, estriada em diversas direcções, notando-se em uma d'ellas e proximo á cabeça do instrumento, duas pequenas facetas quasi eguaes dispostas symetricamente, e lavradas com intenção desconhecida. A superficie dos bordos não teve o mesmo acabamento e por isso ficou apenas com um grosseiro desbaste. A secção transversal do instrumento assemelha-se a

um rectangulo com os lados maiores curvilineos, e a extremidade mais larga ou operadora, em vez de ser cortante ou em cunha como acontece nos machados, termina por uma superficie convexa, perfeitamente polida, de 0^{m},01 de largura, como se o mister do instrumento fosse burnir ou alisar.

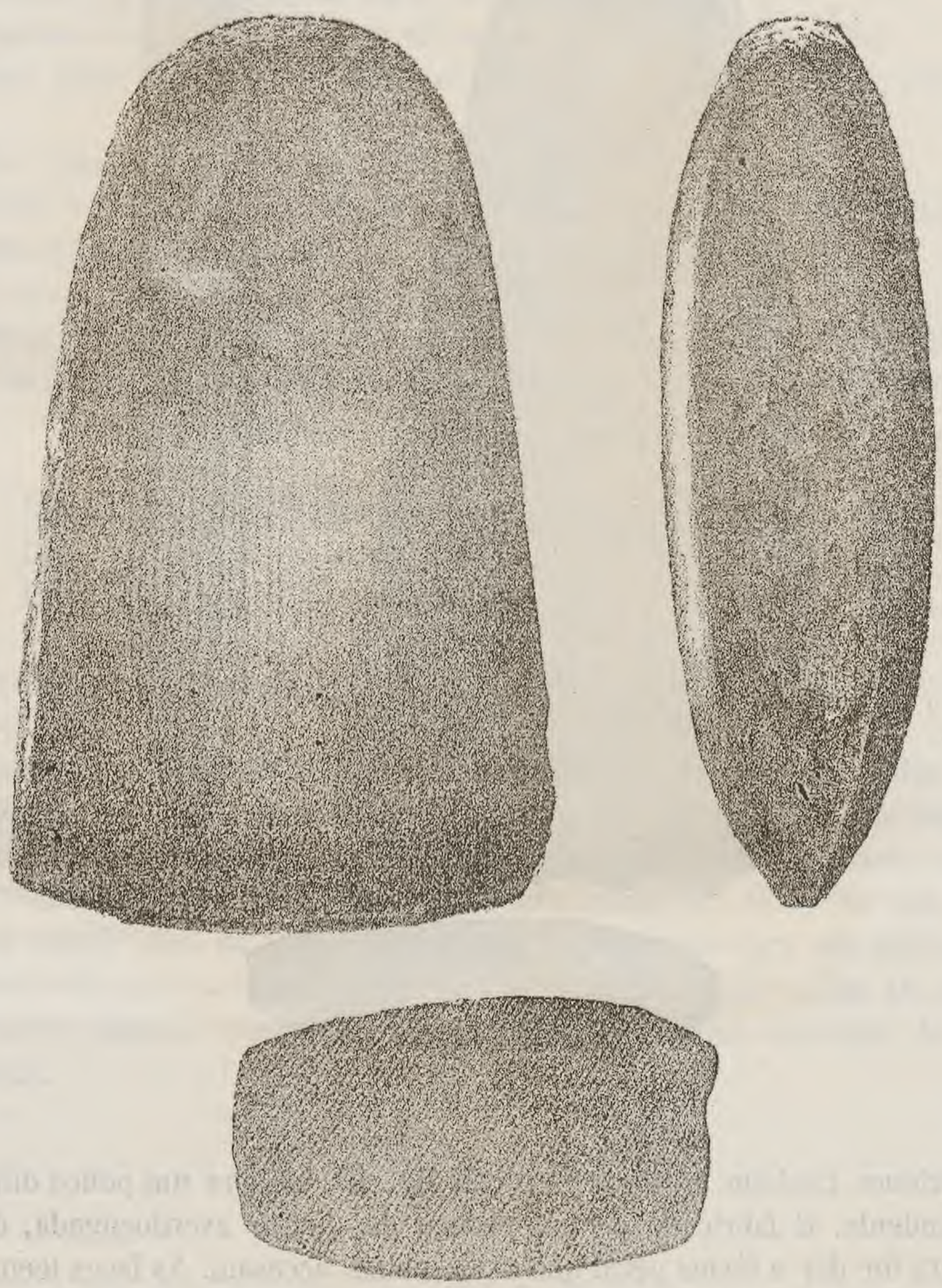


Fig. 10

Comparando ainda este celt com os descriptos na nossa precedente *Memoria* sobre Licêa, reconhece-se-lhe uma grande semelhança com o que está representado na fig. 5, est. v.

Não podemos deixar de classificar como typo inteiramente distincto do precedente o exemplar cujo desenho se segue, fig. 11, formado de basalto de grão fino, e cuja fórma se aproxima á de um cone truncado: sua superficie é polida, descobrindo-se n'ella uma estriação fina devida ao trabalho da

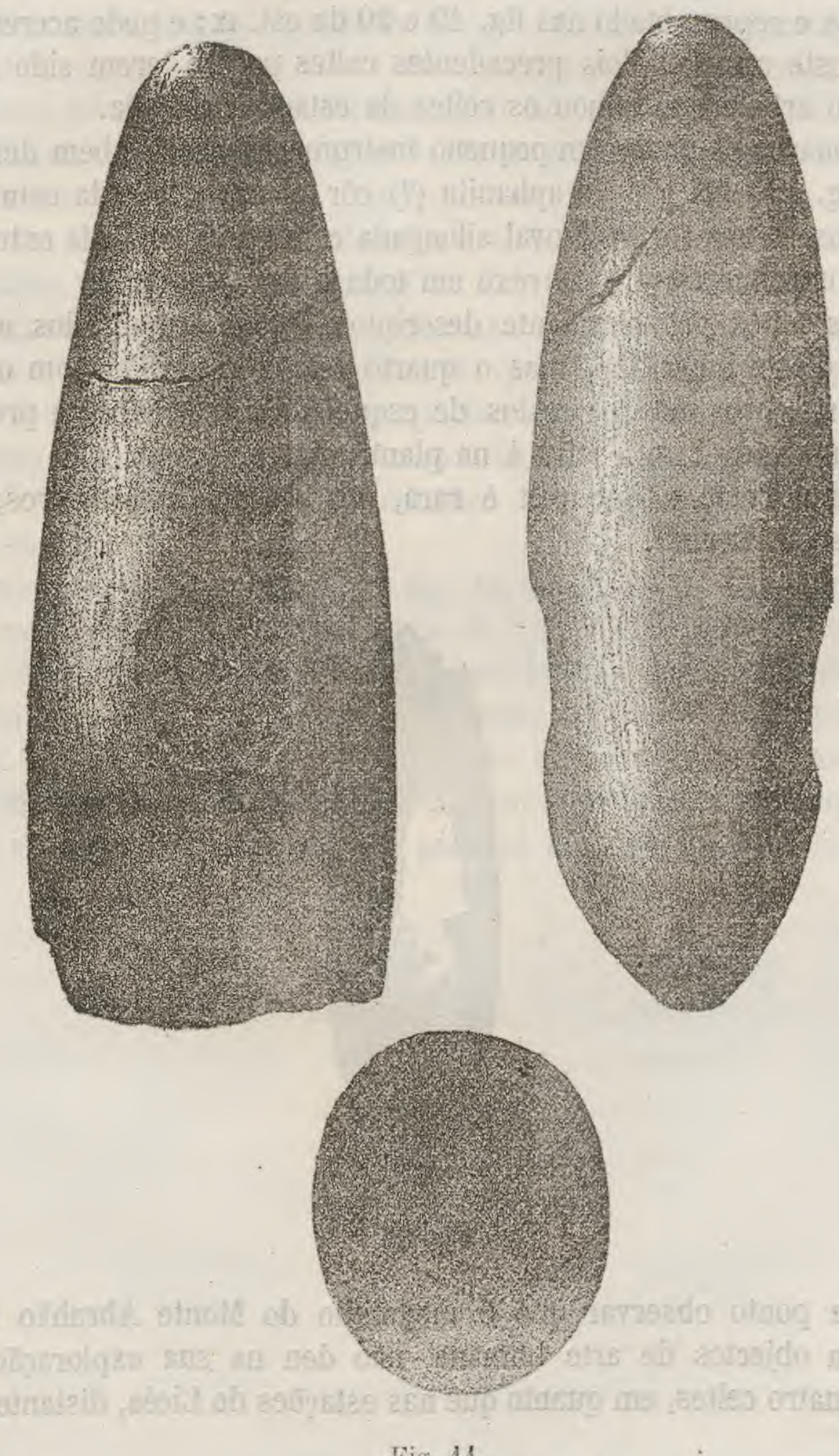


Fig. 11

polimentação. A parte operadora tem a fórma de cunha, terminando em gume, como deixa ver o desenho.

Este instrumento tem dois entalhes dispostos symetricamente como deixa ver a figura para melhor se adaptar ao cabo em que naturalmente seria montado. Na sua fórma geral é tambem muito semelhante ao encontrado na estação de Licêa e representado nas fig. 19 e 20 da est. IX; e pode accrescentar-se que tanto este como os dois precedentes celtes parece terem sido fabricados pelo mesmo artista que talhou os celtes da estação de Licêa.

Mencionaremos ainda um pequeno instrumento que tambem denominaremos celt, fig. 12 fabricado de aphanite (?) côr escura anegrada com veios esbranquiçados. A sua fórma é oval allongada com gume em cada extremo; tem $0^m,66$ de comprimento, e é convexo em toda a sua superficie.

Os tres celtes primeiramente descriptos, foram encontrados em pontos differentes d'este megalitho, mas o quarto estava associado com outros objectos de arte, proximo aos restos de esqueleto encontrados na proximidade da lage *m* marcado com a letra *h* na planta, fig. 4.

A fórma d'este ultimo celt é rara, nos museus estrangeiros, segundo observa o sr. J. Evans[1].

Fig. 12

Vem a ponto observar que o megalitho do Monte Abrahão sendo assaz rico em objectos de arte humana, não deu na sua exploração mais do que estes quatro celtes, em quanto que nas estações de Licêa, distante d'aquella

[1] *Les âges de la pierre*. Edição de Paris, pag. 128.

estação apenas uns quatro kilometros, e as de Cascaes e Palmella afastadas 25 a 50 kilometros para o SO. e para o SE. de Bellas, e ao que nos parece contemporaneas entre si, forneceram dezenas de instrumentos d'esta classe aliás de mui differentes fórmas, grandeza e qualidade de substancia de que são formadas.

Não aconteceu, porém, o mesmo no que respeita aos instrumentos fabricados de silex encontrados em Monte Abrahão, porque aqui abundam estes quer em numero e na variedade das fórmas, quer no bem acabado do trabalho da maioria d'elles, avantajando-se sobre todas as armas de arremesso.

Instrumentos de silex.—Os principaes instrumentos de silex encontrados na estação de Monte Abrahão pertencem a diversas classes dos quaes os mais bem definidos são as facas, as pontas de flexa e os raspadores.

As facas são como o geral de todas as da época neolithica das nossas estações, lascas de silex, mais compridas do que largas, regularmente estreitas, com uma face concava lisa e a opposta formada de duas ou tres facetas que dão á secção transversal do instrumento a fórma triangular ou trapesoidal.

Todos estes objectos são desenhados nas paginas que seguem, na sua grandeza natural.

O instrumento representado na fig. 13, fabricado de silex pyromaco cinzento avermelhado, é uma d'estas facas de perfil curvo, com $0^{m},155$ de comprimento, de secção triangular, com um dos bordos em aresta cortante e denteada, propria para serrar e cortar, e o outro em aresta viva mas finamente recortada. Pela desegualdade que apresenta a sua superficie convexa parece que este instrumento saiu incompleto da mão do artista; o que por outra parte não póde admittir-se á vista do bem acabado dos seus bordos cortantes.

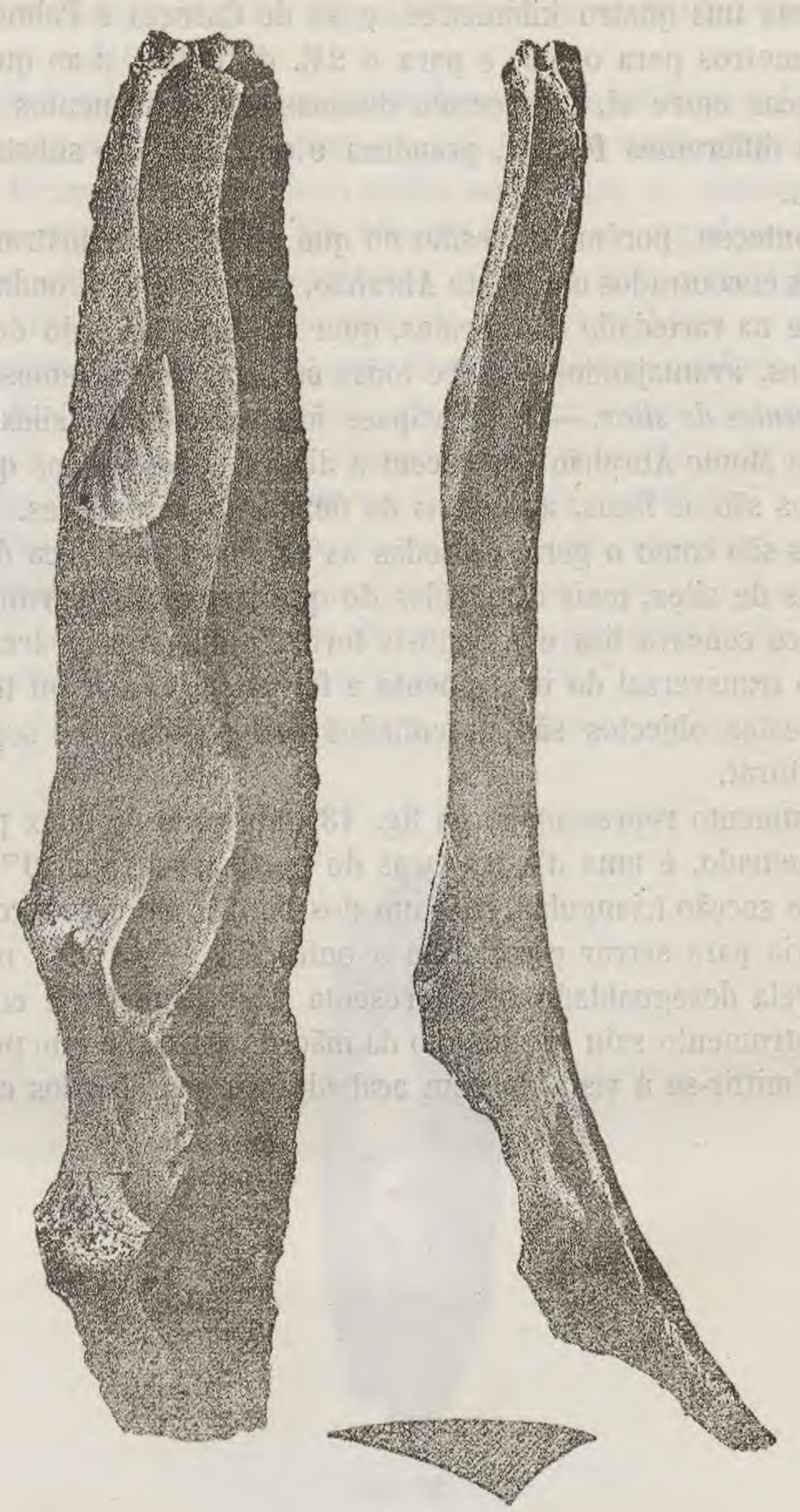


Fig. 13

Pouco differe na fórma do precedente o instrumento, fabricado de silex trigueiro acinzentado com $0^m,12$ de comprimento e que se vê representado na fig. 14; o perfil é bastante curvo, e a secção subtriangular: um dos bordos

é recortado em dentes de serra e usado pelo trabalho, o outro está affeiçoado em aresta finamente denteada. Este instrumento, aliás bem acabado e perfeito, parece ter servido para cortar e raspar.

Ê ainda do typo de secção triangular o exemplar representado na fig. 15; mas cujo perfil é menos arqueado do que o dos dois precedentes exemplares: os seus bordos são ambos recortados, mas um d'elles é-o tão finamente, que só com o auxilio de lente se lhe descobre a sua delicada denteação. Esta faca é sem alguma duvida de um trabalho muito mais bem acabado do que o dos dois instrumentos precedentes.

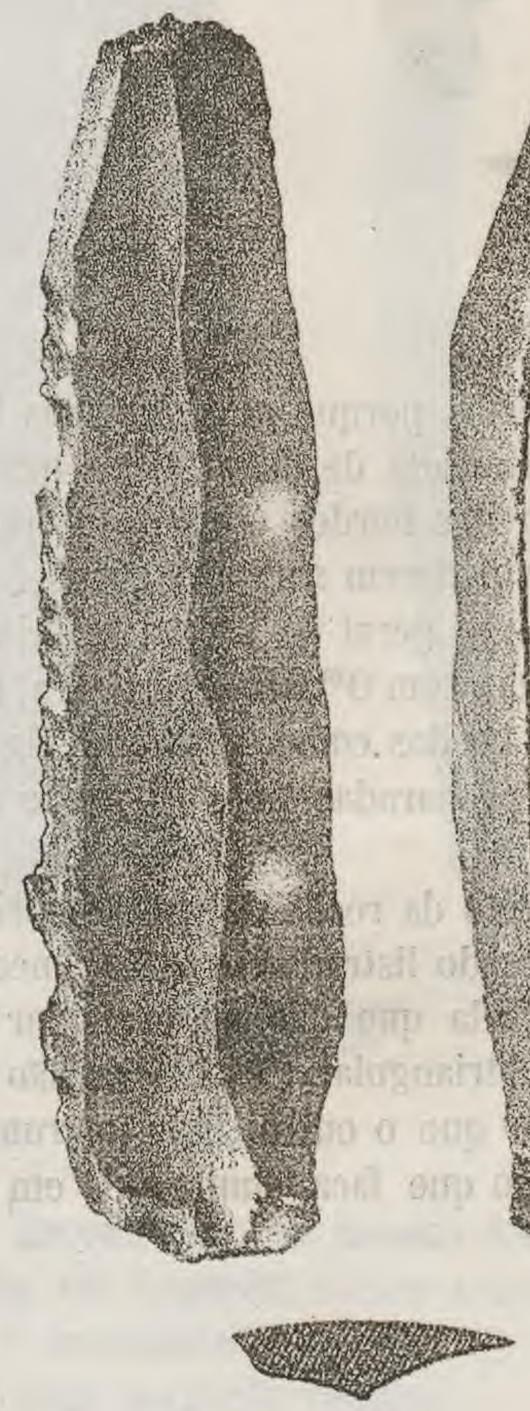


Fig. 14

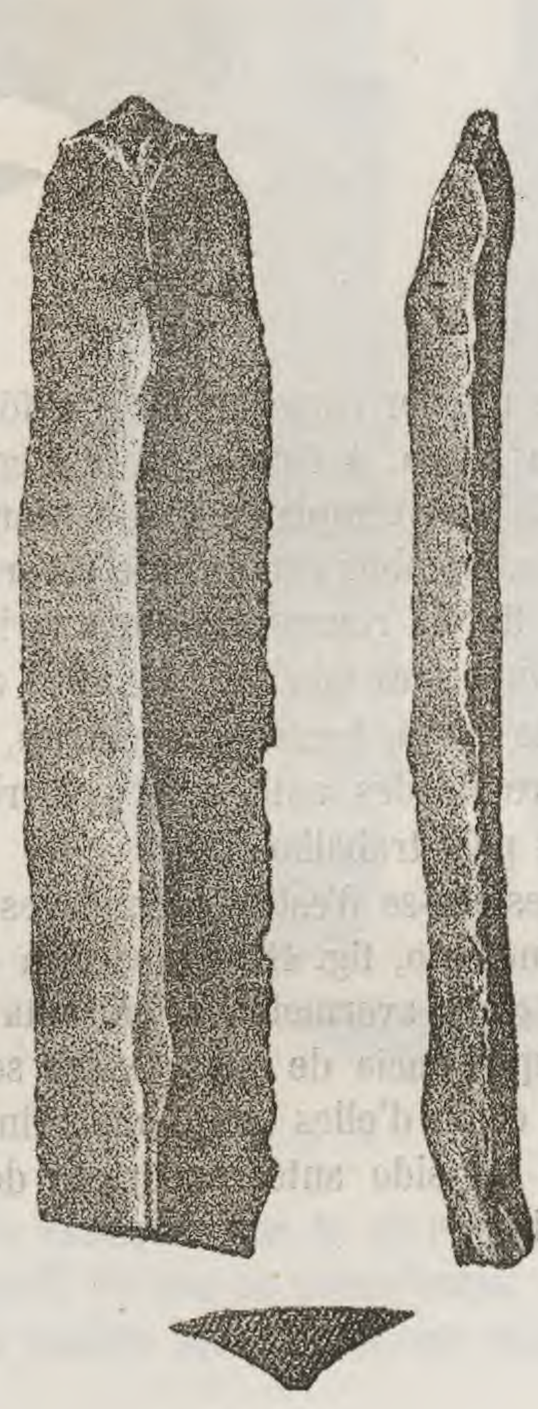


Fig. 15

A lasca de jaspe vermelho escuro, fig. 16, tem alguma analogia com os tres instrumentos ultimamente descriptos, com a differença d'este ser mais

Fig. 16

curto e não ter como aquelles a fórma arqueada, porque uma das suas faces é plana e lisa. A face opposta é convexa e formada de duas facetas que dão á secção do exemplar a fórma triangular; um dos bordos é curvo, o opposto concavo, e ambos egualmente recortados para poderem servir de serra.

A fig. 17 representa outra variedade do typo geral de secção subtriangular; é uma faca fabricada de silex avermelhado, com $0^{m},012$ de largura, ligeiramente curva, bastante symetrica, tendo os bordos como os da faca fig. 14. As extremidades anterior e posterior foram preparadas para raspar e estão polidas pelo trabalho.

Destaca-se d'estes exemplares pelo aspecto da rocha de que é fabricado o instrumento, fig. 18: é uma faca de silex rosado listrado em faxas concentricas de côres avermelhada, cinzenta e amarellada que dão ao exemplar uma bella apparencia de onyx. A sua secção é subtriangular,; os bordos são denteados e um d'elles muito mais finamente do que o outro. Este instrumento parece ter sido antes um traste de estima do que faca empregada em usos grosseiros.

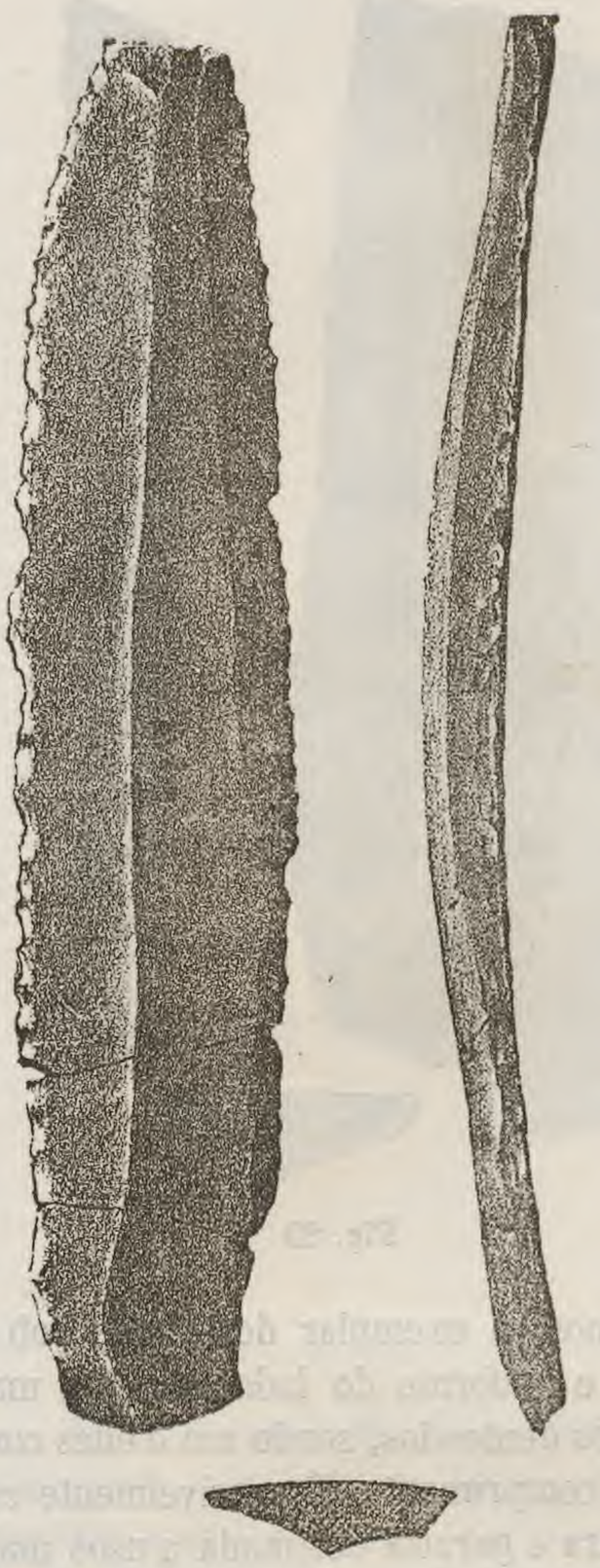


Fig. 17

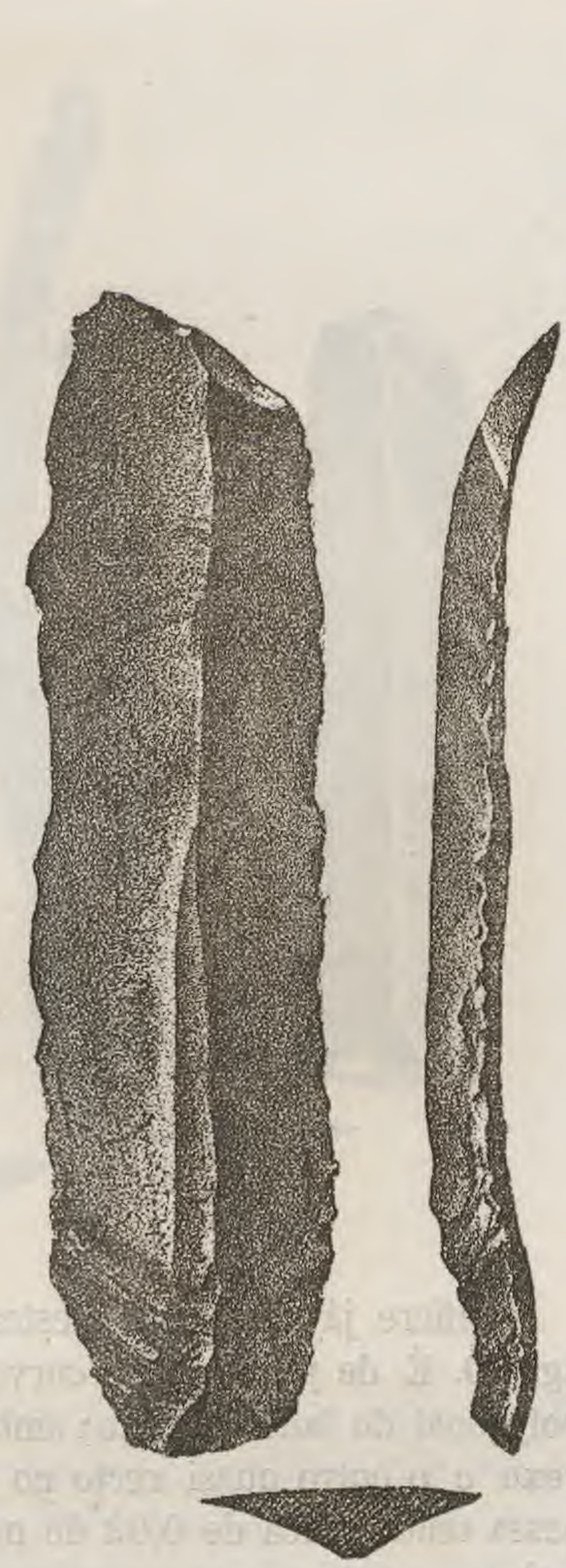


Fig. 18

Encontramos no mesmo dolmen outro exemplar que se vê representado na fig. 19: é porém menos arqueado no perfil do que os precedentes, e falta-lhe a extremidade inferior. Os seus dois bordos são egualmente denteados com certa perfeição relativa.

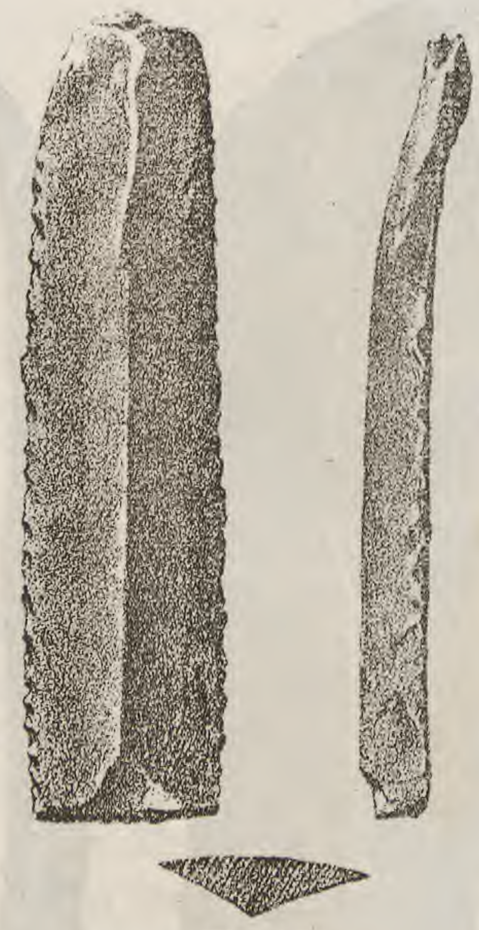


Fig. 19

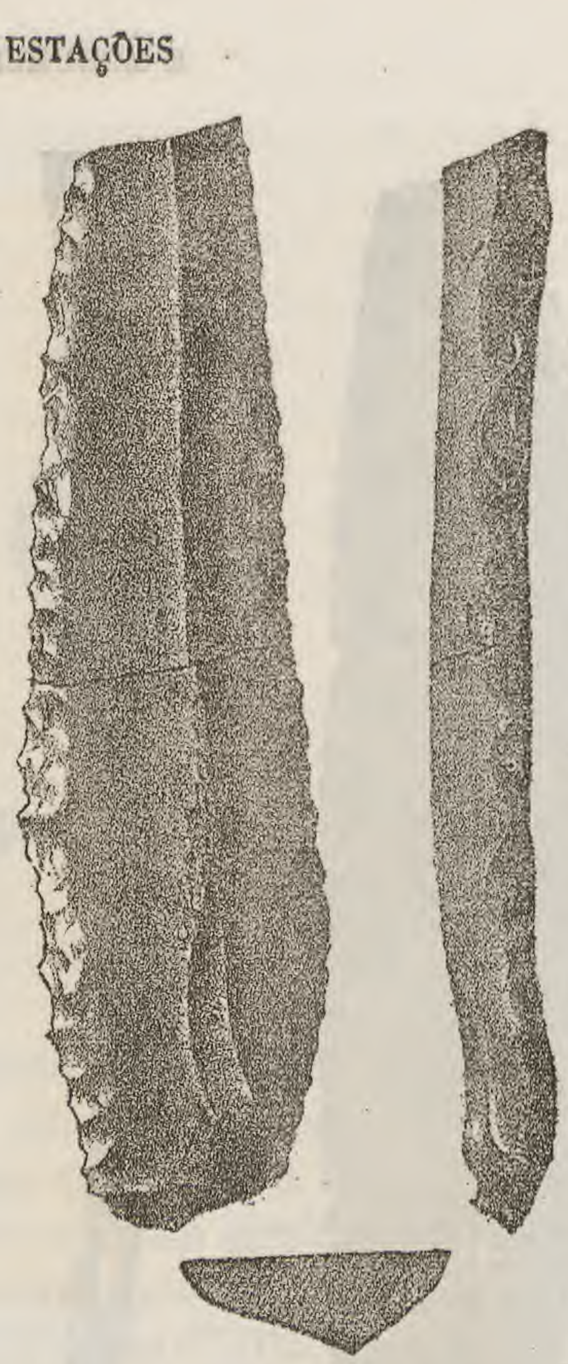


Fig. 20

Differe já um pouco d'estes dois ultimos, o exemplar desenhado sob a fig. 20. É de perfil pouco curvo, face lisa e uniforme do lado concavo, mas polygonal do lado convexo; ambos os bordos denteados, sendo um d'elles convexo e o outro quasi recto no seu maior comprimento. É sensivelmente espessa tendo cerca de 0,02 de maior grossura e parecia destinada a usos mais rudes.

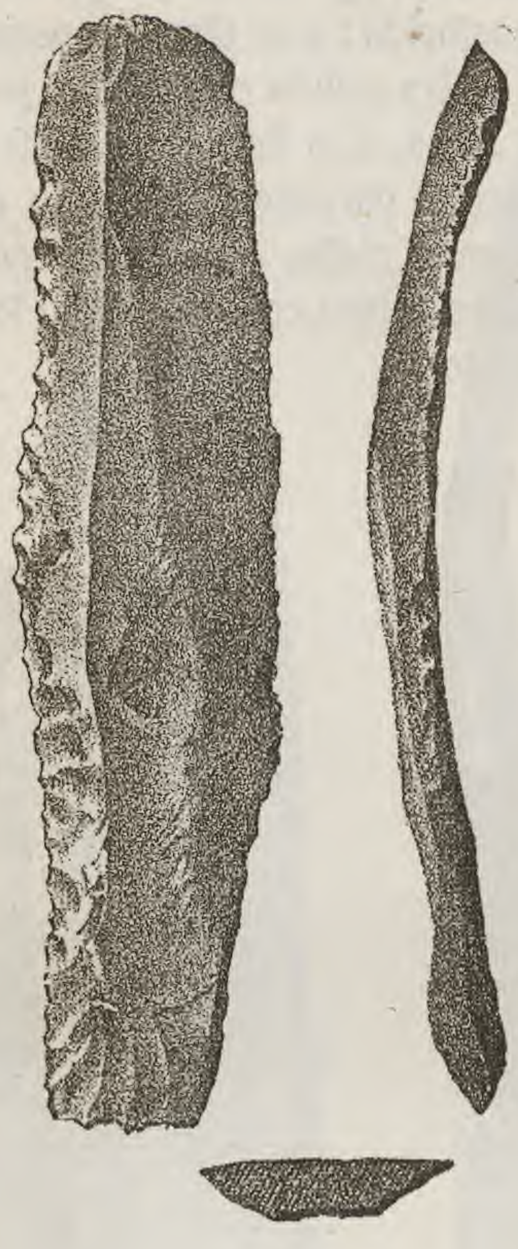


Fig. 21

O instrumento, fig. 21, é outra faca de silex opaca cinzenta avermelhada, com listas curvas de cinzento-escuro: a face concava é perfeitamente lisa e a opposta, que é convexa, tem tres facetas que dão á secção do instrumento a fôrma subtrapesoidal. Os dois bordos são em aresta denticulada, mas o esquerdo mais do que o direito. A face convexa tem a particularidade de estar recortada junto á base por tres pequenos seios ou goteiras quasi eguaes, e muito intencionalmente praticados para um fim qualquer; e a extremidade anterior é um pouco arredondada e ligeiramente denteada: uma e outra estão polidas pelo uso, o que nos leva a suppor que este instrumento, além de destinado a cortar e serrar, teria talvez servido tambem para alisar. D'este typo é uma das facas mais completas que se colligiu no dolmen do Monte Abrahão.

Representamos na fig. 22 outra faca de silex branca e opaca, secção subtrapesoidal, bordos lateraes com denteação fina, mas visivel a olho nu. Está quebrada, faltando-lhe a extremidade posterior.

O objecto a que se refere a fig. 23 foi preparado de uma lamina delgada de silex cinzento-claro, translucida; é de fórma especial, a unica que temos encontrado nas estações de pedra polida exploradas por nós. Este instrumento tem, como a maioria das facas, e o desenho manifesta, uma face concava e lisa e a face opposta convexa, parecendo ter sido destinado para cortar e raspar: o que, sobre-sae porém n'elle, é a sua extremidade anterior terminar transversalmente em aresta rectilinea como a de um formão, sendo além d'isso recortado em finissimos dentes.

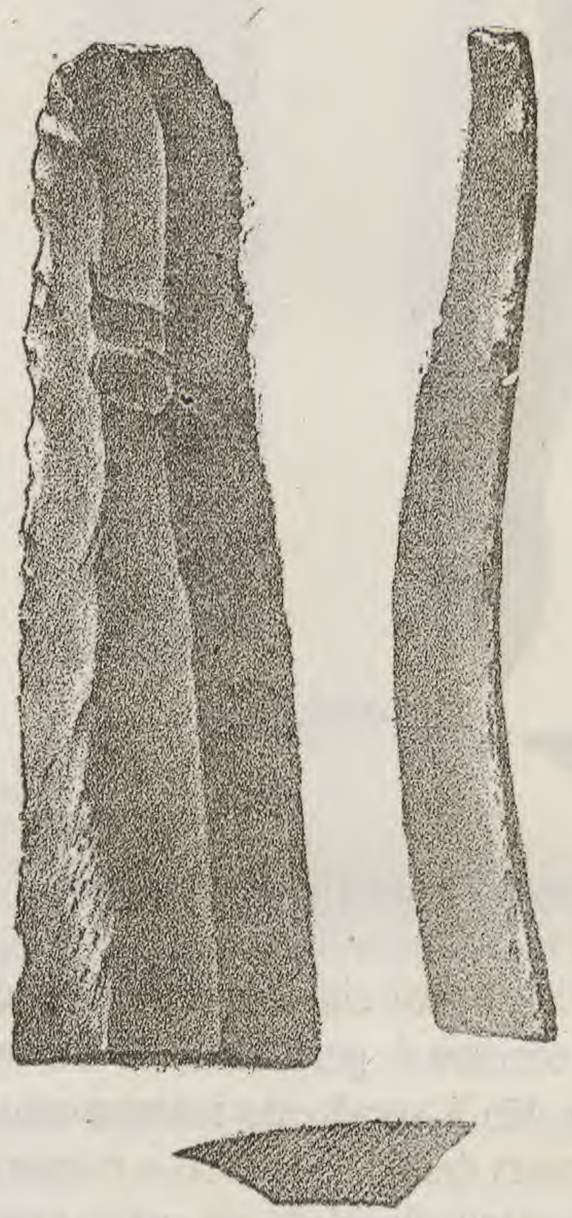


Fig. 22

Fig. 23

A fig. 24 é o desenho de uma faca? de silex côr de cera amarella manchada de vermelho arroxado com $0^m,12$ de comprimento e $0^m,021$ de largura. Tem, como as precedentes facas, uma face concava sendo a opposta convexa; e d'este ultimo lado correm de um ao outro extremo do instrumento tres facetas, uma central e duas lateraes, de modo que dão á secção transversal a forma subtrapsoidal. Os dois bordos são denteados com bastante regularidade, o que dá ao instrumento uma feição mais de serra que de faca.

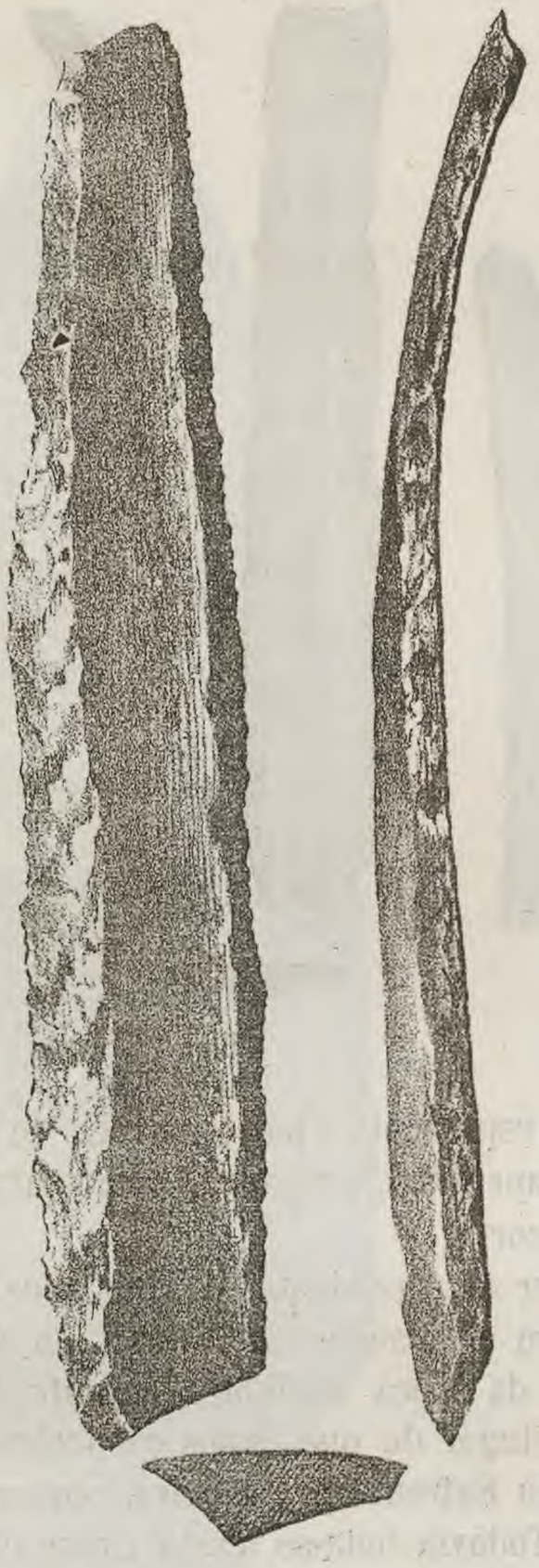


Fig. 24

O exemplar, a que se refere a fig. 25, é uma pequena faca? fabricada de silex avermelhado, de secção triangular, e bordos em arestas vivas. Parece-nos um instrumento incompleto, podendo ter sido destinado para cortar.

A fig. 26 representa uma faca de silex translucido de côr cinzenta com manchas de cinzento leitoso. A sua secção é trapesoidal, e os seus bordos, em aresta viva, são finamente recortados, principalmente o direito, que só com o auxilio da lente se lhe pode ver o sarrilhado.

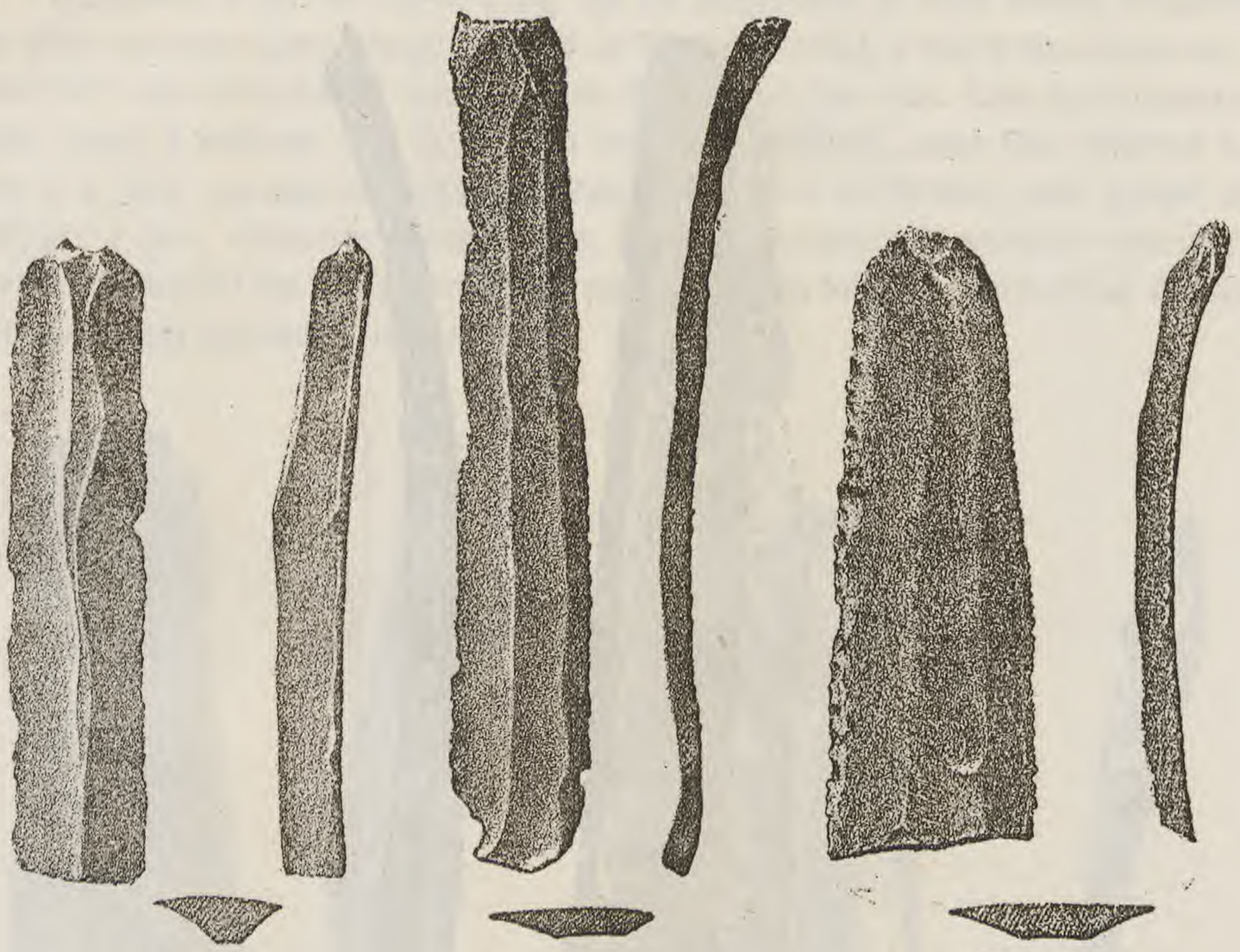


Fig. 25 Fig. 26 Fig. 27

Emfim a fig. 27 representa a parte anterior de uma lamina de jaspe verde escuro, de secção trapesoidal, preparada como faca, e com os bordos recortados para serrar e cortar.

Como deixam ver os precedentes desenhos, os instrumentos que elles representam teem entre si grandes analogias; são as mesmas fórmas que se observam nas facas da época neolithica encontradas principalmente nos outros dolmens de Portugal de que temos conhecimento, quer na provincia do Alemtejo, quer nas da Extremadura e Beira, parecendo terem sido fabricadas na mesma officina. Todavia nota-se n'esta classe d'instrumentos certas particularidades que chamam a attenção do archeologo, mas das quaes só se pode dar conta em um trabalho mais prolixo.

Occupar-nos-hemos agora de outros instrumentos de pedra de não somenos interesse, taes como as pontas de punhal, de lanças e de settas, que vamos descrever nos seguintes periodos.

Laminas de punhal e de lança. — O instrumento representado na fig. 28, é uma ponta de lança ou de punhal (?) fabricado de silex cinzento claro com manchas de negro violeta, tendo $0^m,144$ de comprimento e $0^m,045$ de maior largura. Apresenta ambas as faces bem desempenadas, e a sua superficie

Fig. 28

bastante regular, e symetrica, revelando o exame d'este trabalho o cuidado e a regularidade com que o operario lascou da superficie da lamina, ainda bruta, as escamas que deram ao instrumento o seu notavel acabamento. Esta arma pode considerar-se como formada de dois triangulos isosceles de muito desegual altura, unidos pelas respectivas bases. A sua fórma é lanceolada com os bordos em aresta viva, mas ao mesmo tempo recortados em todo o perimetro por uma denteação fina. Era evidentemente um instrumento de guerra, uma arma offensiva, a qual montada no seu cabo ou haste, constituiria um bello punhal (?) ou talvez uma lança. Foi encontrada em cima dos ossos do tronco do esqueleto humano, proximo da pedra designada na planta e nos alçados com a lettra *G*.

A fig. 29 é o desenho de outra arma de guerra não menos explendida do que a precedente; tem 0^m,167 de comprimento, 0^m,078 de largura na base, e 0^m015 de maior espessura. A sua fórma geral é a de um triangulo isosceles cuja base seria uma linha curva, tendo proximo de cada um dos dois angulos, adjacentes um pequeno seio aberto, ao que parece, para auxiliar a adaptação d'este instrumento á haste onde devia ser montado. É denteado em todo o perimetro comprehendendo tambem a base. Esta lança foi fabricada de uma lamina de silex vermelho rosado, previamente desbastada e bem polida, recebendo depois a fórma e o acabamento proprios ao fim a que era destinada, como deixa ver o desenho e o detido exame do instrumento. O logar onde se encontrou foi na parte mais funda da sanja, fig. 4 e 8, contigua á grande lage *b*, por baixo da terra que envolvia os restos humanos depositados d'este lado do recinto sepulchral.

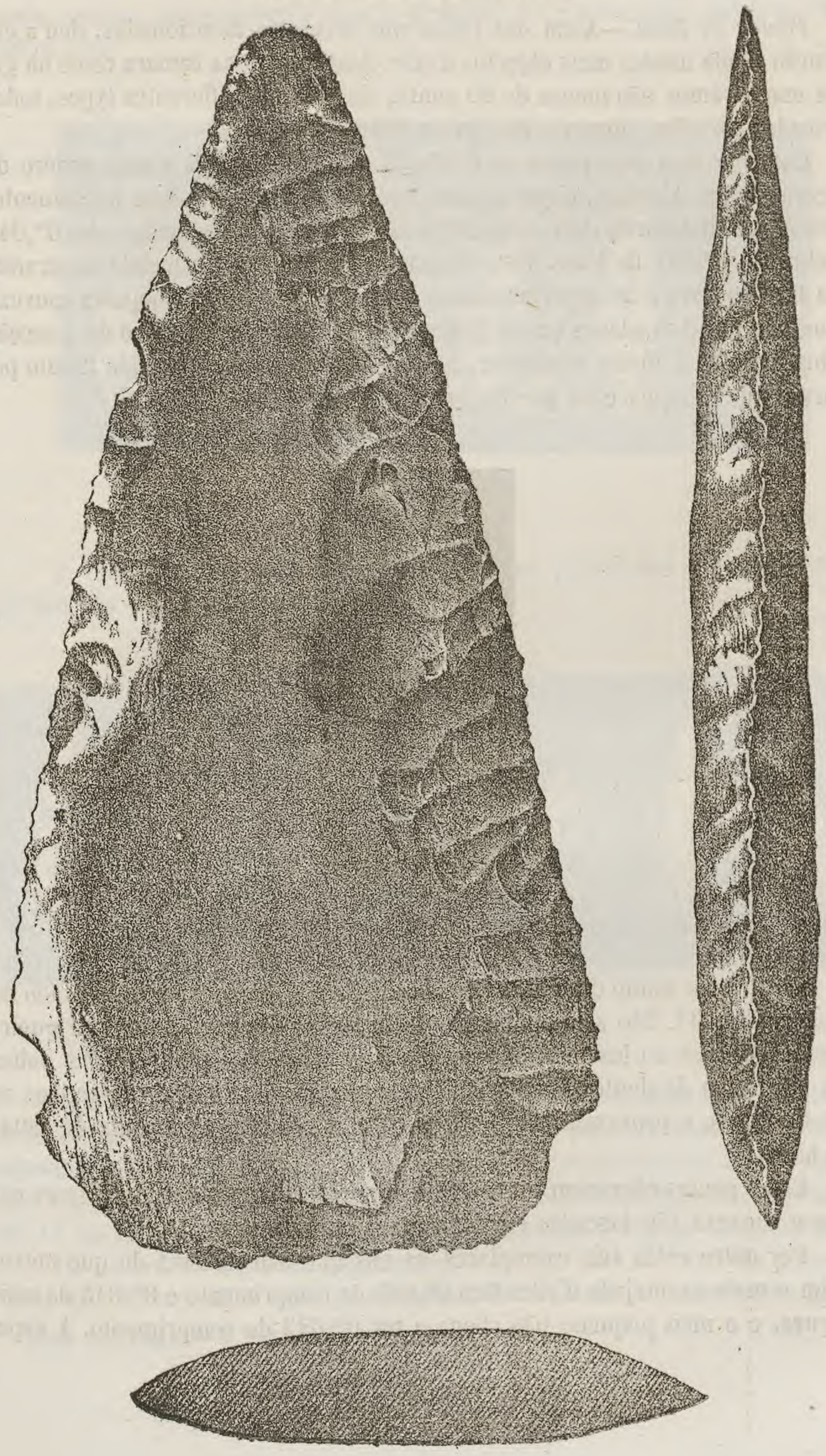


Fig. 29

Pontas de flexa.—Além das peças que deixamos mencionadas, deu a exploração ainda muitos mais objectos d'arte. Assim tanto na camara como na galeria encontrámos não menos de 80 pontas de setta de differentes typos, todas fabricadas de silex, algumas das quaes vamos indicar.

Começaremos pela ponta de dardo (?) a mais comprida n'este genero da collecção Monte Abrahão, e que se vê representada na fig. 30. Este instrumento, fabricado de silex pardo claro, tem a fórma proximamente triangular com $0^m,048$ de altura e $0^m,017$ de base. Visto de perfil é ligeiramente arqueado mostrando uma face concava e de superficie quasi continua, sendo a face opposta convexa e limitada por dois planos que se juntam formando uma aresta que dá á secção do instrumento a fórma triangular. A base parece que era munida de um pedunculo que desappareceu por fractura.

Fig. 30

Outro typo muito differente do precedente é o que se vê representado nos desenhos fig. 31. São seis pontas de flecha todas de silex cinzento-trigueiro, assemelhando-se ao losango, offerecendo dois tuberculos ou pequenas saliencias em fórma de dentes correspondentemente ao vertice dos respectivos angulos obtusos, e provavelmente para auxiliar a adaptação da ponta da setta á sua haste.

Estas pontas offerecem um perfil ligeiramente curvo, e as duas faces concava e convexa são lascadas em toda a sua superficie.

Por entre estes seis exemplares ha uns que são maiores do que outros; assim o mais avantajado d'elles tem $0^m,035$ de comprimento e $0^m,015$ de maior largura, e o mais pequeno não chega a ter $0^m,023$ de comprimento. A espes-

sura, sempre em proporção com a grandeza do instrumento, tambem differe entre elles.

Fig. 31

A variedade que mais se aproxima do typo precedente é a que se vê representada nos 7 desenhos, fig. 32.

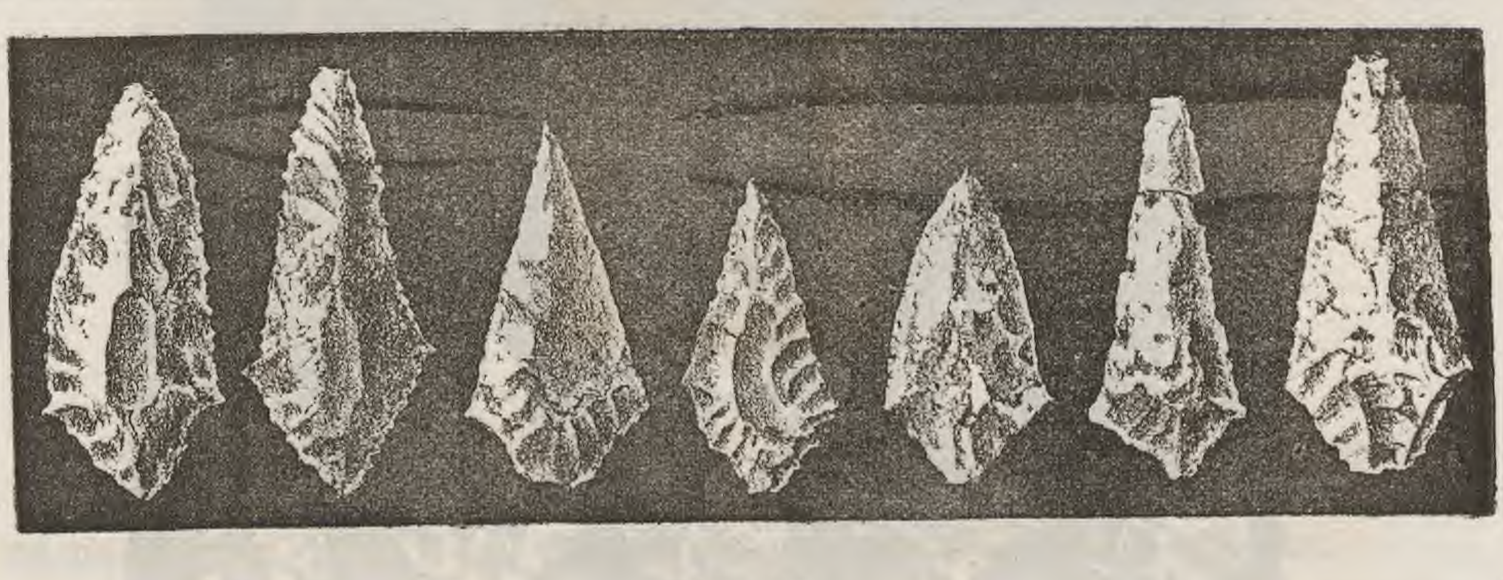


Fig. 32

Estas pontas de flexa são todas de silex de diversas côres, predominando a pardacenta. Uma das suas faces é ligeiramente concava, e a outra mais ou menos convexa, está trabalhada em toda a superficie em quanto que a opposta não tem lavor. O maior d'estes sete exemplares tem $0^m,035$ de comprimento $0^m,14$ de largura, e o mais pequeno mede sómente $0^m,14$ de comprimento.

Os quatro exemplares representados na fig. 33, são tambem pontas de flexa mas de um outro typo, que se assemelha á fórma do quadrilatero que re-

sultasse da juncção de dois triangulos isosceles, muito deseguaes, unidos pela sua base commum.

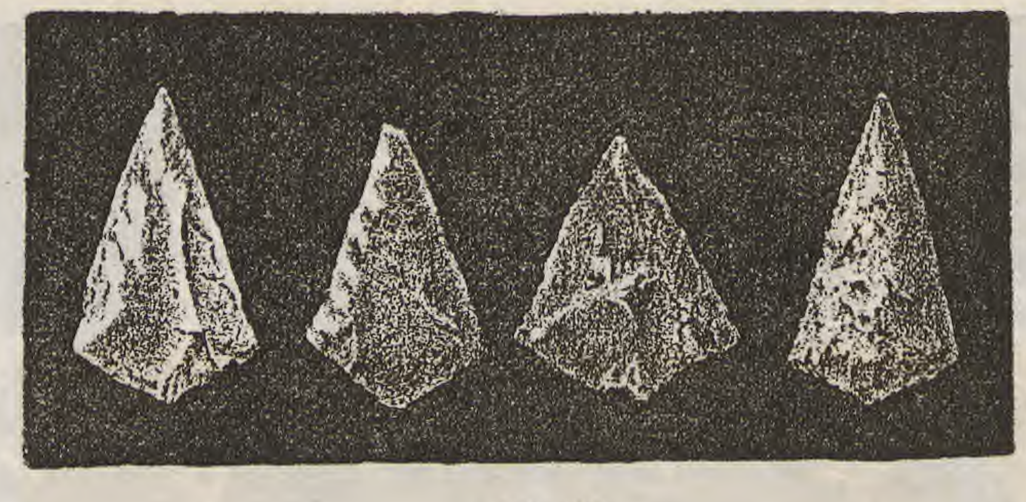


Fig. 33

Os desenhos reproduzidos na fig. 34 representam tambem pontas de flexa em numero de dez, todas de silex de differentes côres, e pertencentes a um typo que se afasta já bastante da fórma geral do losango, podendo, comtudo, considerar-se cada um d'estes exemplares como formado por dois triangulos isosceles, como os da figura precedente unidos pela base commum, correspondendo aos extremos d'esta dois pequenos tuberculos, mais ou menos rudimentares, como os indicados em um dos typos antecedentes.

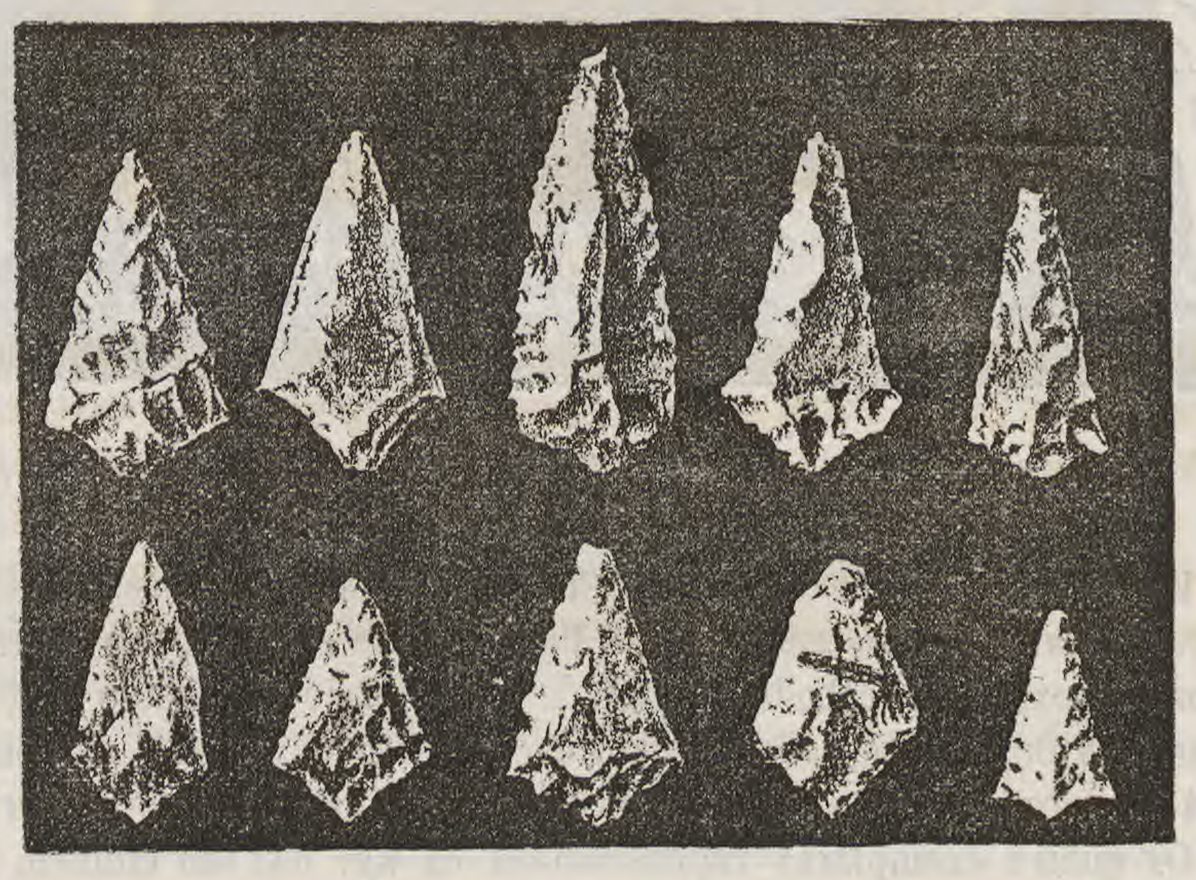


Fig. 34

O exame d'estes ultimos exemplares deixa conhecer que este typo faz transição para a variedade de pontas de flecha pediculada.

Effectivamente esta ultima variedade temol-a representada nos 11 desenhos que seguem, fig. 35, e que correspondem a outros tantos exemplares de silex cinzento-avermelhado, nos quaes é manifesta a transição quasi insensivel para a variedade precedente. A base é farpada, queremos dizer, termina por dois seios separados por um pequeno pediculo, e por duas farpas correspondendo cada uma d'ellas aos angulos externos da base.

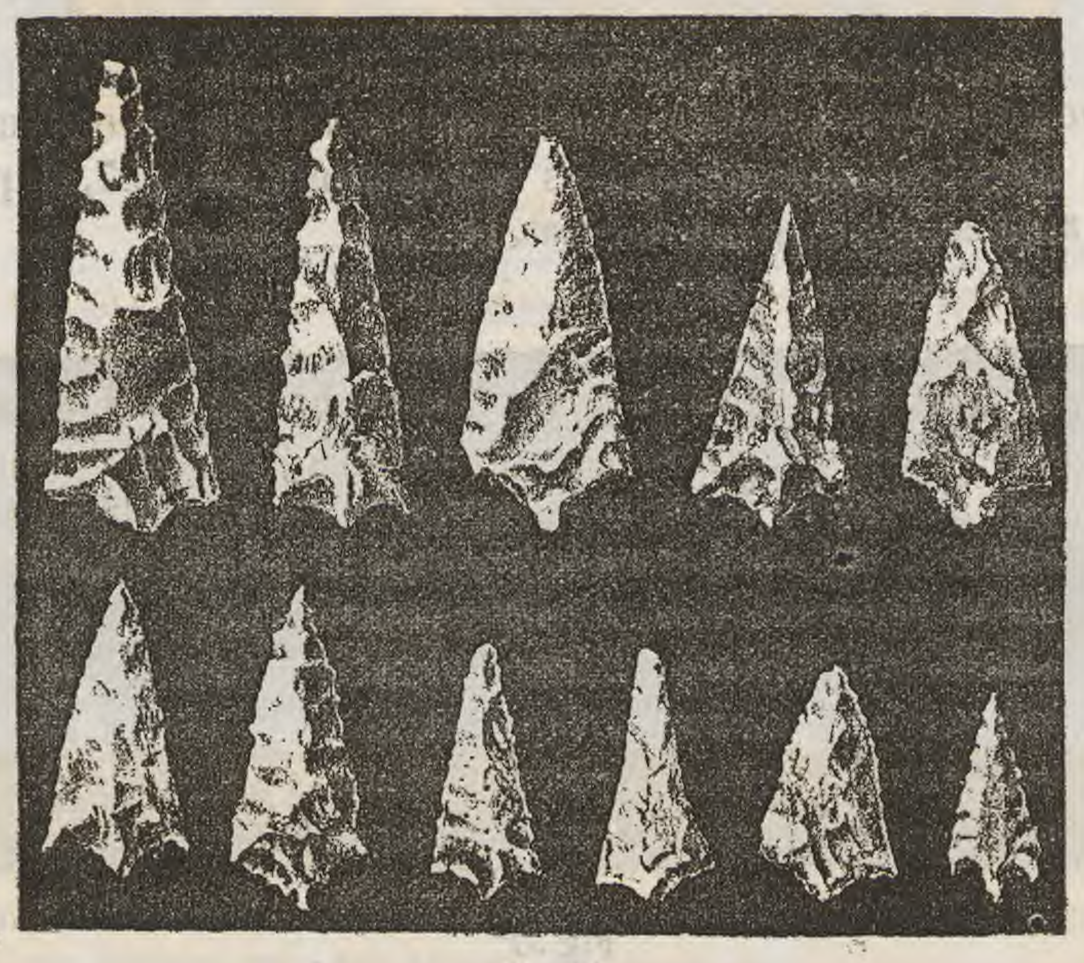


Fig. 35

O mais comprido d'estes exemplares tem 0,^{m}035, e o mais curto mede apenas 0^{m},015 desde a extremidade anterior até á que lhe é opposta.

Nas tres pontas de flexa, que se vêem desenhadas na fig. 36, reconhece-se um typo differente; não teem tuberculos lateraes, nem farpas, nem são pedinculadas; em vez d'isso a sua base é proximamente arredondada, o que contribue para dar ao exemplar a apparencia de uma pequena folha.

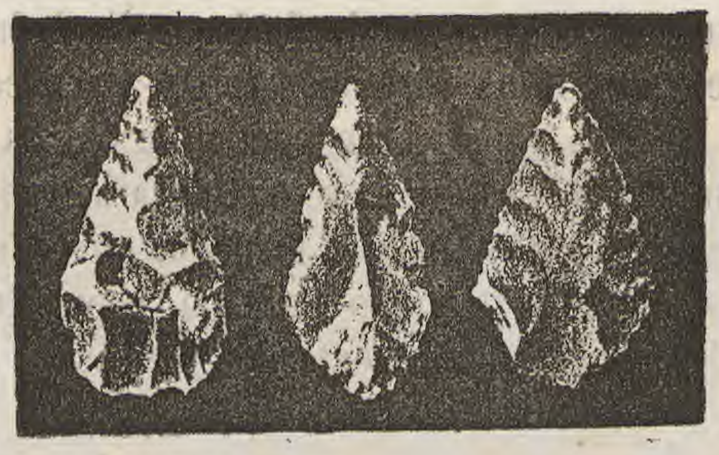


Fig. 36

A setima variedade ou typo de ponta de flecha que encontrámos n'esta estação é a que se vê representada nos cinco desenhos, fig. 37, a qual muito differe das antecedentemente desenhadas.

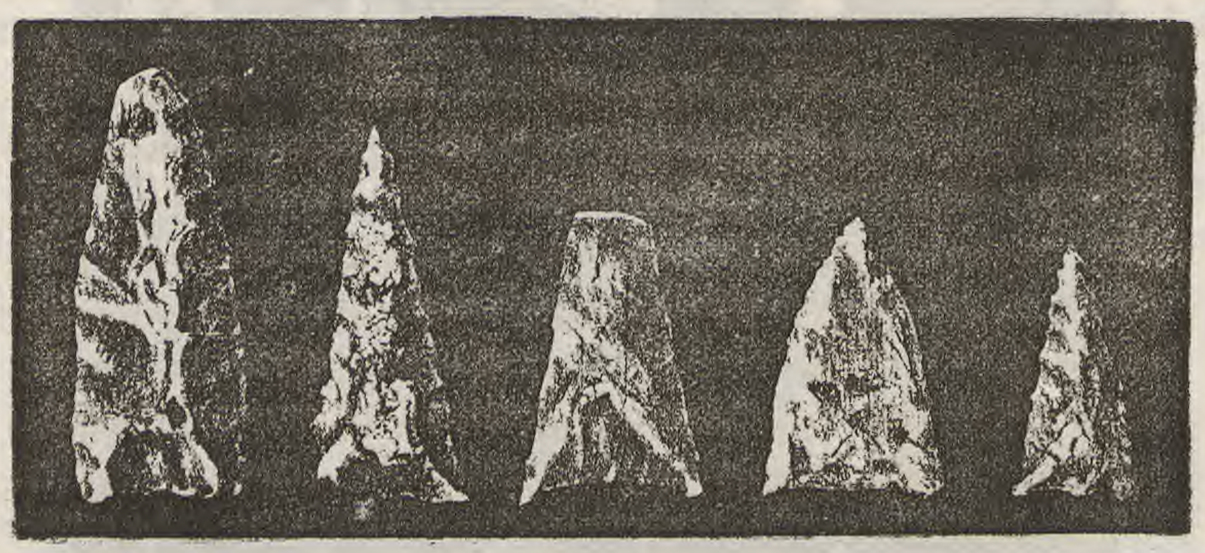


Fig 37

O silex é ainda a materia de que são fabricados: os bordos do instrumento em vez de serem francamente rectilineas, em quasi todos os exemplares d'este typo, são limitados por curvas em muitos d'elles; e a sua base ligeiramente concava ainda termina em cada extremo por um tuberculo ou ponta aguda.

O typo, fig. 38. afasta-se mais dos precedentes. Esta fórma de pontas de flexas tem a base mais ou menos pronunciadamente excavada; os seus bordos terminam inferiormente em ponta aguda, e junto á base, ou na junção dos mesmos bordos com a base formam de cada lado uma aza ou farpa como se vê nos seis exemplares de silex desenhados na citada fig. 38.

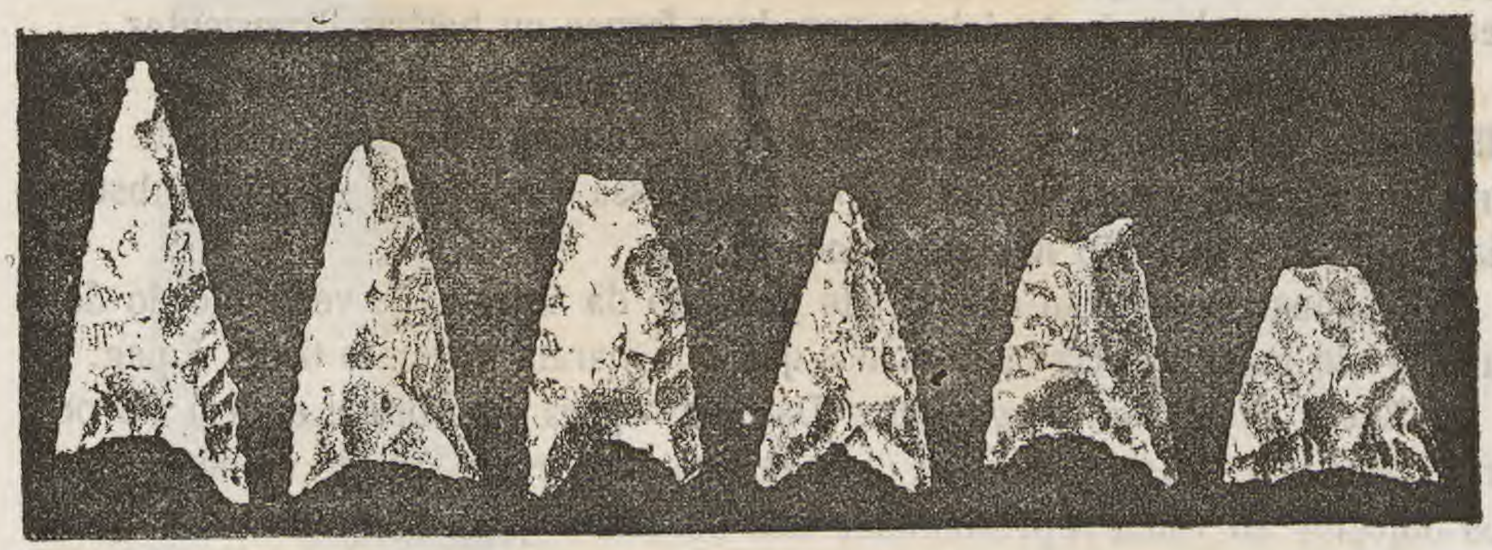


Fig. 38

Estes exemplares, o maior dos quaes tem 0,034 de comprimento, foram fabricados de delgadas laminas de silex com 3 a 5 millimetros de espessura.

Observaremos por fim que as pontas de setta que deixamos figuradas com grande numero de outras que a exploração nos forneceu, abrangem uma crescida variedade de typos, a maior parte bem definidos como, por exemplo as pontas de setta pediculadas, as de base excavada com ou sem farpas; as de base recta; as de base convexa ou em arco de curva; as que se podem considerar como formadas por dois triangulos isosceles unidos por uma base commum, e que deixamos exemplificado nas paginas antecedentes etc.

Comprehende-se por esta abundancia de exemplares e de typos, que os homens de Monte Abrahão seriam os proprios fabricantes da maior parte d'estas armas e dos utensilios de pedra que temos mencionado n'esta memoria, tanto mais tendo como tinham a materia prima de que são fabricados os mesmos exemplares em jazigos situados abaixo dos seus pés.

Encerraremos a noticia ácerca d'esta classe de armas, com a indicação do instrumento que se vê representado em grandesa natural no desenho fig. 39.

Fig. 39

É uma arma offensiva fabricada de substancia cornea, com cerca de sete centimetros de comprimento e um e meio millimetros de grossura, cortada em fórma de setta (?) terminando n'um extremo em ponta obtusa, e no extremo

opposto ou na base por um pediculo trapezoidal, como mostra o desenho. Os seus bordos acabam junto á base por duas farpas ou barbas divergentes.

Não ha duvida que este instrumento representa pela sua fórma uma arma offensiva, porém qual teria sido a sua efficacia empregado com semelhante destino, sendo como é uma lamina tão pouco espessa e fabricada de uma substancia fragil? É o que não nos atrevemos a dizer.

Este instrumento foi encontrado proximo da entrada do vestibulo do dolmen, e não longe dos restos humanos que se acharam no ponto G fig. 4 pag. 9.

Clavas ou massas de guerra.—Daremos agora uma breve noticia de outras armas de guerra tambem achadas na exploração d'este dolmen, e cujos objectos so vêem representados nos desenhos que se seguem.

A simples inspecção da fórma e das dimensões d'estes instrumentos, e a do modo provavel porque usariam d'elles, leva-nos a crer que são os representantes das armas de guerra que mais tarde, nos tempos historicos, receberam a denominação de *clavas* e de *massas*.

O desenho fig. 40 representa uma d'estas massas, claviformes, fabricada de calcareo subcrystallino semelhante ao das camadas sobre que se ergue o monumento de Monte Abrahão. Tem 28 centimetros de comprimento total; o punho, quasi cylindrico em cerca de 9 centimetros, mede 27 millimetros de diametro, e a parte restante até á cabeça da clava é de superficie conica de um lado e plana do outro, medindo na parte opposta ao punho 48 millimetros de diametro. Assim esta parte mais grossa é tambem a mais pesada e pode pela sua face plana assentar muito melhor sobre o corpo que se pretende esmagar ou fracturar. A mesma arma além de affeiçoada com certa symetria, tem a superficie polida e é ornada nos dois extremos por sulcos sensivelmente parallelos.

Os dois fragmentos fig. 41 pertenciam visivelmente a duas massas semelhantes á precedente: a fórma que apresenta a fractura d'estes pedaços, e de mais a mais a singela ornamentação com circulos parallelos abertos na superficie, assim o faz suspeitar; a unica differença que se nota é em um d'estes exemplares ter a fórma ponteaguda, parecendo ser este fragmento a parte terminal do punho do instrumento.

Colligimos outra arma, fig. 42, analoga á que acima deixamos representada. É fabricada de calcareo subcrystallino, tendo 29 centimetros proximamente de comprimento: o punho é tambem cylindrico, e a porção opposta é convexa de um lado e plana do outro. Foi encontrada proximo da pedra *G*, fig. 4.

A clava fig. 43, tambem de calcareo subcrystallino, é um pouco mais pequena do que a precedente pois tem sómente 19,5 centimetros de comprimento; pode considerar-se como a transição da fórma da massa fig. 42 para a de outra que mais adiante se descreve. Esta tem uma face plana e a ou-

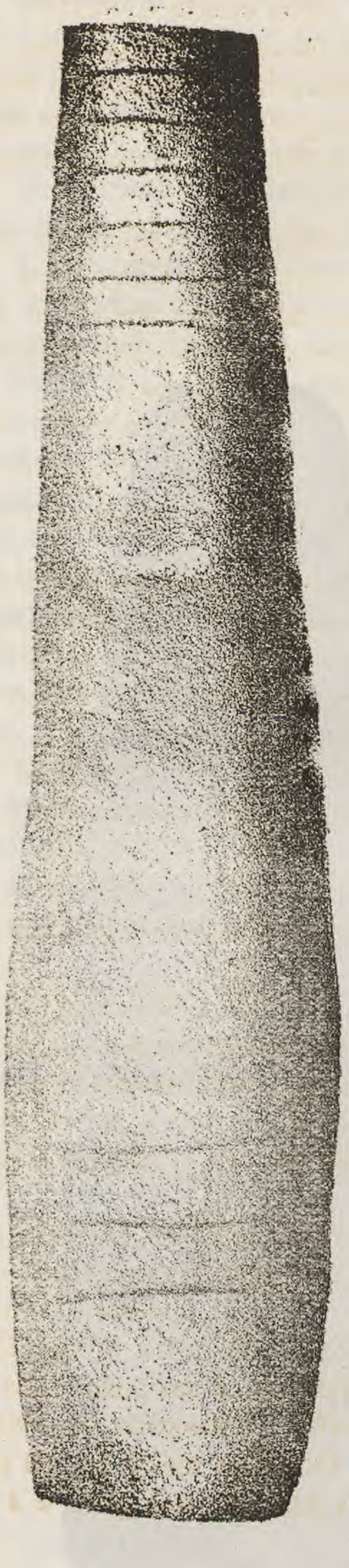


Fig. 40

Fig. 41

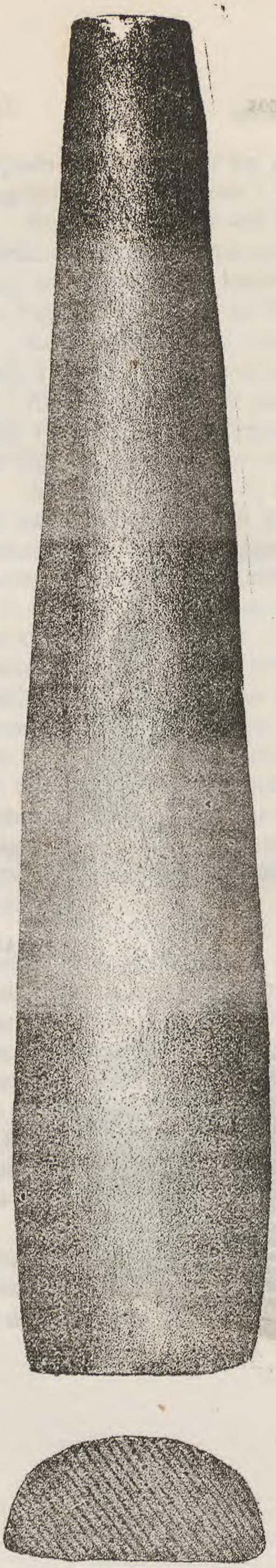


Fig. 42

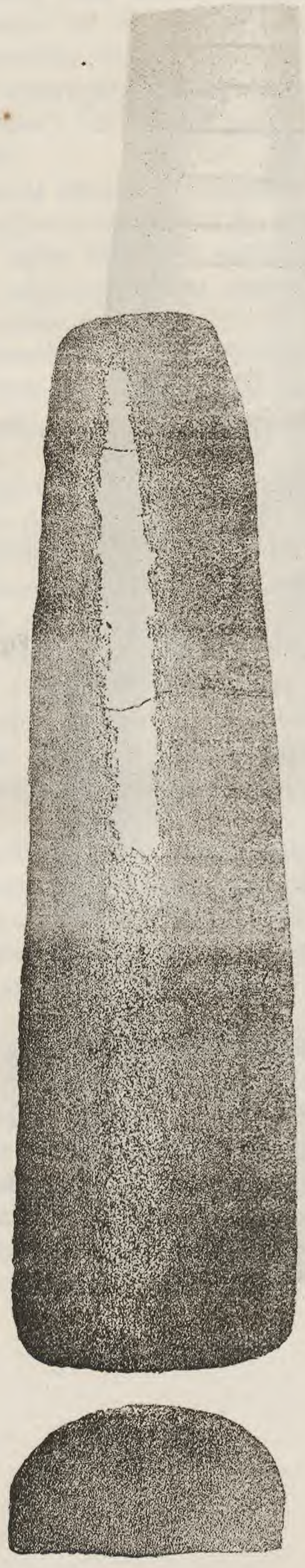


Fig. 43

tra ligeiramente convexa; os lados d'esta ultima são tambem planos, de modo que a secção transversal pode ser considerada um rectangulo, sendo a parte mais larga chanfrada á semelhança de um formão. Este instrumento pela sua fórma e tamanho parece-nos que não pode deixar de considerar-se tambem como uma arma contundente. Foi encontrada no fosso do lado do S. fig. 8 pag. 11.

Os instrumentos acima desenhados fig. 40, 42, 43, 44 e 45 são representados nos dois terços da sua grandeza natural.

É bastante curioso o instrumento que fizemos desenhar fig. 45, não tanto pela sua fórma, que se assimelha á de uma hacha, como pela composição da materia de que é formada. Effectivamente a rocha é um aggregado de numerosas pequenas conchas marinas (nerineas, cerithium, corbulas, etc.) fossilisadas em calcareo subcrystallino e envolvidas em uma pasta de calcareo com foraminiferos. Esta peça depois de receber a fórma geral que se lhe reconhece foi desgastada nas suas duas faces para as tornar sensivelmente planas; e se as tivessem chegado a polir produziriam um bello effeito. Observaremos mais que este instrumento, pela sua espessura, porque apenas tem oito millimetros de grossura, e pela natureza da pasta, é muito fragil, e não podia ser destinado a receber nem a produzir choques ou vibrações; por estes motivos somos levados a crer que tivesse sido preparado para servir de insignia ou de distinctivo, e não para outros usos.

O cylindro de calcareo de grão fino duro branco rosado desenhado sob a fig. 46 não nos parece que tivesse servido de arma, ao contrario cremos que o seu uso fosse tambem o de insignia de auctoridade. Do mesmo modo a peça fig. 47 de calcareo spathico, e de fórma antes prismatica do que cylindrica, não nos parece que tivesse tido outro uso.

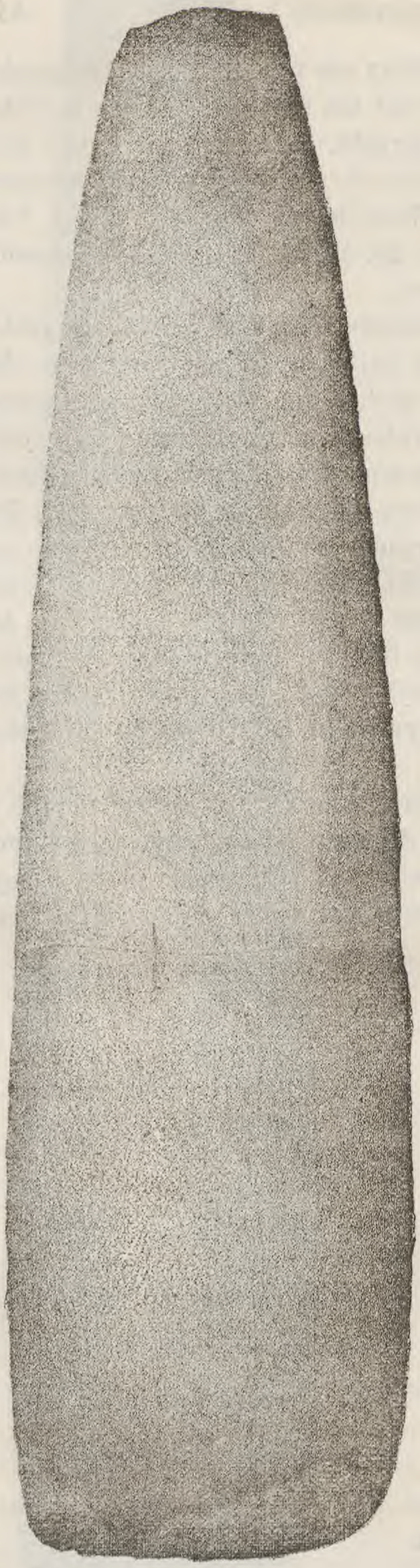


Fig. 44

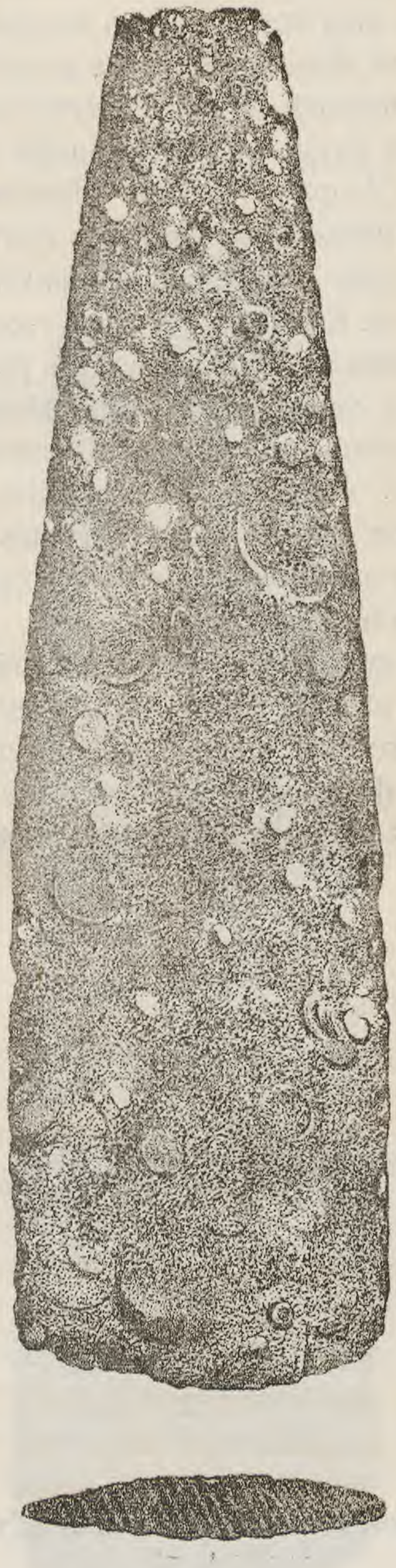


Fig. 45

Fig. 46

Fig. 47

Utensilios diversos.—Daremos agora succintos esclarecimentos sobre as fórmas dos instrumentos representados na Est. III, cujos desenhos d'alguns d'elles estão ampliados.

Sejam os primeiros d'estes objectos a considerar quatro lascas de quartzo, fig. 1, as quaes com outras tambem da mesma substancia foram encontradas nas terras joeiradas. O seu typo é inteiramente semelhante ao das facas de silex

das variedades, secção triangular e secção trapesoidal acima descriptas, consistindo as differenças apenas no tamanho, e em não terem os bordos serrilhados. O mineral de que são fabricados estes pequenos utensilios é o do quartzo hyalino da mais transparente diaphanidade; assim como são tambem d'esta substancia muitas outras lascas e nucleos que ali encontramos, cuja procedencia não pode deixar de ser de regiões situadas a alguns centos de kilometros de distancia, como v. g. nos districtos de Evora ou de Portalegre, onde temos conhecimento da existencia de veios e filões de pegmatite encerrando em bellos crystaes de quartzo.

Por entre os objectos colligidos nas terras que foram passadas ao crivo, chamou a nossa attenção pela sua fórma, a pequena peça fig. 2, fabricada de silex (opalina) côr de castanha clara, a qual parece ter tido uma applicação especial, talvez a do estylete ou a de trepano.

Tambem achamos curioso, não tanto pela sua pequenez como pelo bem acabado, o raspador fig. 3, preparado de silex branco rosado.

O exame d'estes pequenos utensilios, bem como o de outros que adiante se mencionam, dá a conhecer que semelhantes objectos d'arte não foram preparados senão para serviços delicados, como por exemplo as operações cirurgicas da circumcisão (?), da trepanação, e d'outras analogas.

As cinco figuras que se seguem na mesma Est. com os numeros 4, 5, 6 e 7, representam outros tantos exemplares de silex, onde a perfeição do trabalho humano é mais ou menos evidente, como se vê no objecto fig. 4 de silex cinzento claro, que serviu provavelmente de utensilio de cortar, e no que está desenhado sob a fig. 5, fabricado de silex côr de chocolate anegrado, e de fórma tambem triangular, bordos finamente recortados. Este ultimo podia ter servido como arma offensiva, v. g., de ponta de lança ou como utensilio de cortar.

É um pouco notavel o objecto desenhado sob fig. 6, fabricado de silex côr de castanha, com a fórma aproximadamente discoidal; está munido de uma base assás larga, com o perimetro recortado em toda a volta, terminando na parte anterior por uma pequena ponta, á semelhança de um aculeo. Todo este trabalho foi executado muito intencionalmente para fim determinado, e tanto que a referida base está lascada de modo a poder servir de base ao instrumento para este manter-se de pé, como de facto se mantem, sem o auxilio de qualquer apoio. Não nos tem sido possivel atinar com o destino d'este objecto, se é que não fosse para representar um symbolo, ou um idolo.

O utensilio fig. 7, feito de silex cinzento, mostra na sua fórma geral alguma analogia com o precedente; é porém muito mais pequeno e tem uma face concavo-convexa, deixando ver no seu perimetro duas pequenas pontas, que poderiam ter servido para riscar ou abrir sulcos. Qualquer que tivesse sido o seu uso especial, é certo que tem as suas superficies muito polidas pelo tra-

balho, e não pode deixar de reconhecer-se que foi largamente usado como utensilio.

É egualmente notavel pelo uso que manifesta o pequeno raspador e alisador, fig. 8, fabricado de silex cinzento claro. A parte anterior disposta em arco de circulo e destinada a operar, está perfeitamente polida pelo trabalho.

Pareceu-nos tambem muito curioso o objecto que fizemos desenhar sob a fig. 9; é uma lamina de silex branco avermelhado com pouco mais de cinco milimetros de espessura na sua parte mais grossa, e de contorno pentagonal; uma das faces não tem trabalho algum, mas a opposta ligeiramente concavo-convexa, mostra cinco facetas deseguaes. Os bordos são recortados offerecendo uma denteação quasi continua em todo o circuito polygonal; e a parte anterior, que podia ter sido ponteaguda, termina em arco ligeiramente recortado. Não sabemos qual tivesse sido a utilidade d'este objecto; talvez fosse a de signal ou a de symbolo como o da fig. 6.

As figuras 10 e 11 representam os dois pequenos objectos que vamos indicar. A peça fig. 10 em silex branco rosado com $0^m,24$ de comprimento, é um pequeno instrumento bem afeiçoado por meio de lascas extraídas com muita habilidade, offerecendo os seus bordos em aresta fina e regularmente denteada. Era pediculado como ainda deixa ver a superficie de fractura da base.

Quanto ao exemplar fig. 11 consideramol-o como uma pequena faca denteada nos bordos e destinada, talvez, a operações cirurgicas.

A lasca de silex cinzento, fig. 12 com $0^m,021$ de comprimento, tem a parte anterior em ponta aguda obtusa; um dos seus bordos é concavo, o outro convexo, e ambos são recortados. Parece que o destino d'este pequeno instrumento teria sido o de furar, podendo tambem servir para raspar.

Mencionaremos tambem pelo trabalho que revelam os seis pequenos instrumentos designados na mesma estampa pelos numeros 13 a 18, e cujos desenhos foram ampliados, como se vê indicado nas mesmas figuras.

O primeiro d'estes exemplares fig. 14, é de silex branco rosado com $0^m,014$ de comprimento, e de secção triangular, mostrando a fórma de uma folha de bordos recortados: o segundo fig. 15, com secção e fórma semelhantes ás do precedente, é de silex acinzentado com doze a treze millimetros de comprimento, bordos chanfrados, e com a extremidade anterior *aculeada:* o terceiro fig. 16 pouco differe dos dois precedentes; o quarto fig. 17 é um instrumento de silex côr de castanha preparado em fórma de ponta de flexa: o quinto e o sexto, emfim, fig. 18 fabricados em silex, são de fórma e aspecto analogos ao precedente.

Fecharemos a descripção d'estes utensilios com a indicação de outros tambem encontrados n'esta exploração, mas que não representamos. São elles:

1.º—Um polidor formado de uma placa de grés silicioso micaceo medianamente grosseiro, pasta argillo-calcarea, côr trigueira averdoengada, cuja rocha tem os seus caracteres petrographicos muito semelhante aos dos grés oxfordianos das visinhanças da villa d'Arruda. Este utensilio visto em planta tem a fórma de uma elipse com 19 a 20 centimetros d'eixo maior por 9 de eixo menor. A espessura é de dois centimetros.

2.º—Um desgastador de fórma prismatica com 30 centimetros de comprimento 13 de largura e 5 de grossura. É de grés argillo-silicioso, parecendo destinado a fazer os primeiros desbastes da pedra que se pertendia gastar.

3.º—Um polidor de grés de superficies planas.

4.º—Diversos martellos de silex de fórma mais ou menos espheroidal, tendo cada um d'elles o peso de meio a um killogramma.

Utensilios de osso e de barro.—Pelo que respeita aos utensilios fabricados com estas substancias e encontrados em Monte Abrahão, o seu numero é pequeno, e além d'isso não primam por bem acabados.

Os utensilios d'osso são os seguintes:

1.º—Um pequeno objecto fabricado de marfim? de fórma cylindrica e com ornamentação singela em parte da superficie; parece-nos ver n'este objecto o cabo d'um estylete, ou talvez a cabeça de um alfinete destinado a adorno ou para segurar o cabello.

2.º—O fragmento de utensilio ou de adorno fig. 1, Est. IV, fabricado d'um pedaço d'osso longo de pequeno mamal, no qual gastaram parte das paredes do canal medullar para lhe augmentar o calibre. A sua fórma é ligeiramente conica, com a superficie externa ornamentada com sulcos circulares, singelos, abertos á mão. Talvez que este objecto fizesse parte de um estojo.

3.º—Apontaremos egualmente como utensilios d'osso os tres objectos fig. 48, 49, 50: O primeiro d'estes é um pedaço de osso longo de pequeno mamal, talvez ruminante, com parte da superficie polida e usada, tendo sido evidentemente cortado e affeiçoado para servir a um fim qualquer, como v. g. estojo ou cabo d'algum pequeno utensilio: o segundo, grosseiramente acabado, é tambem uma porção de osso longo preparado para estylete ou furador, tendo a superficie exterior muito polida pelo uso: o terceiro seria tambem um estylete curto, mas ainda mais grosseiramente acabado do que o precedente, denunciando todavia no polido e gasto da sua superficie que teve muito uso.

Tambem encontrámos n'este dolmen e nas terras joeiradas um botão (?) de osso fig. 51, e fragmentos de outros semelhantes. A sua fórma é conica, como a maior parte dos botões de osso d'esta época, com a superficie muito polida; e na base vêem-se dois orificios, ou furos convergentes, abertos na espes-

Fig. 48

Fig. 49

Fig. 50

sura do osso e communicando entre si. O exemplar figurado pelo sr. J. Evans na sua bella obra «Les âges de la pierre» fig. 373 [1], e fabricado da mesma substancia, é muito semelhante ao nosso exemplar. Estes objectos com fórma de botão podiam ter sido empregados nas vestimentas, ou tambem para fazer parte de algum collar de contas, como observa aquelle sabio.

Fig. 51

Com referencia aos objectos de barro, estão representados nos oito desenhos que seguem, e cujo exame revela bastante pobreza no numero e na

[1] Traducção franceza 1878, pag. 451.

qualidade dos vasos de que se serviam os homens d'esta estação. Effectivamente, o que aqui encontrámos foram apenas raros pequenos vasos de barro grosseiro e mal acabados, e fragmentos de outros, alguns dos quaes pouca idéa poderão dar da grandeza e fórma do utensilio de que faziam parte.

Por entre estes restos vê-se um fragmento de vaso, cuja fórma se assemelha bastante a certos utensilios de barro que ainda hoje se fabricam em Lisboa e nos seus arredores, conhecidos com a denominação de *frigideiras*. O fundo é ligeiramente convexo e os bordos mui baixos e divergentes.

Os dois fragmentos de vasos representados nas fig. 52, ambos de fundo mais ou menos chato, parece terem pertencido a taças destinadas a libações.

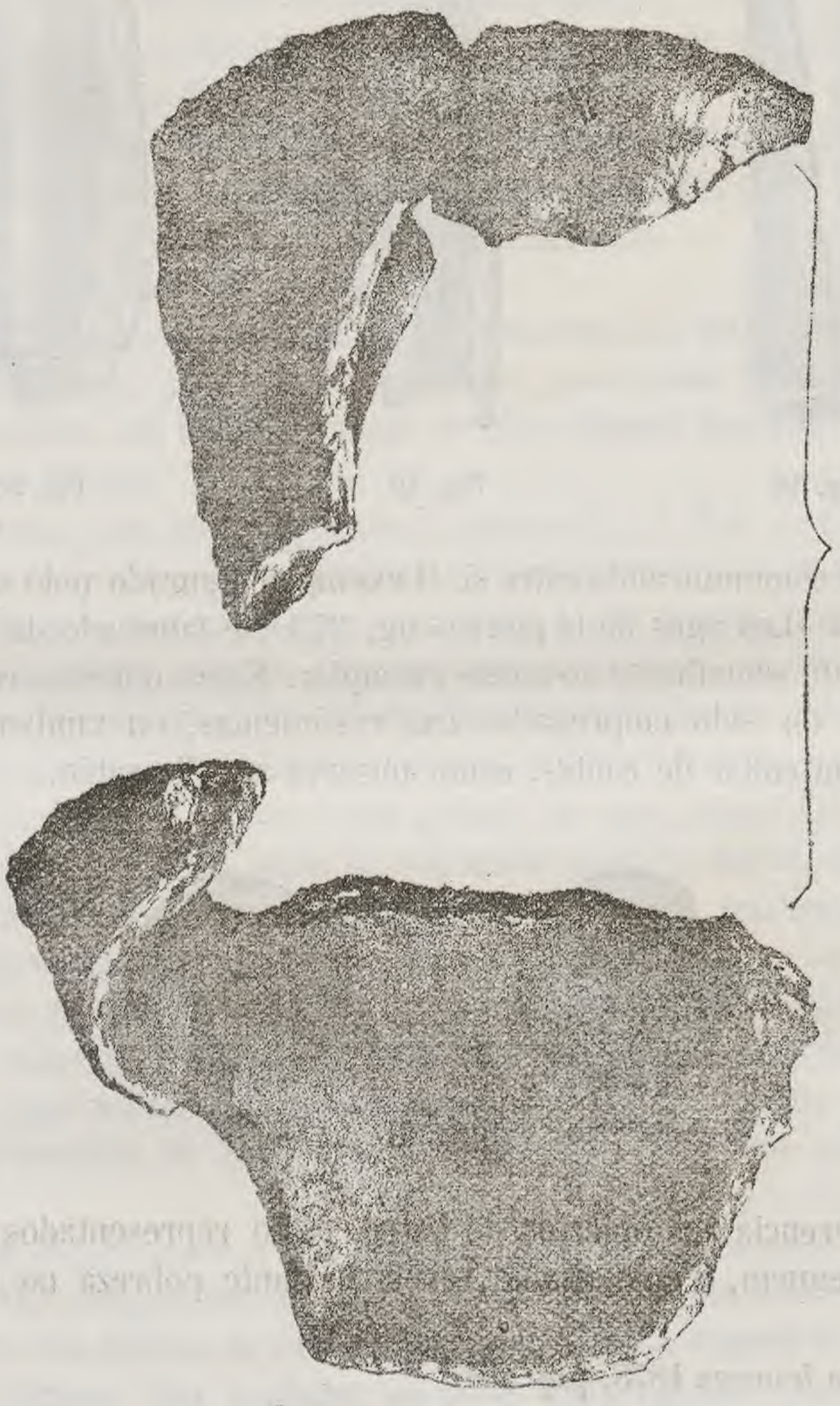


Fig. 52

A fig. 53 é o desenho, reduzido aos dois terços da sua grandeza natural, de um vaso hemispherico de barro, a que chamaremos tigela, mal preparado e mal cosido, e que foi encontrado em fragmentos que tratamos de reunir para o restaurar. Examinando as circumstancias do fabrico d'este vaso, parece que foi levantado sobre uma fôrma, evidenciando-se este processo na superficie interior do mesmo vaso, que se apresenta bastante uniforme e lisa, em quanto que a superficie externa é cheia de desegualdades, que bem revelam a ausencia da roda do oleiro.

Fig. 53

A pequena tigela fig. 54, tambem feita á mão, tem a fórma hemispherica como a precedente, medindo de diametro na boca $0^m,067$, e de altura ou raio de $0^m,033$ a $0^m,034$ proximamente: representa o typo dos vasos em fórma de calotte espherica.

Fig. 54

Fig. 55

O exemplar que se vê representado na fig. 55, e nos dois terços da grandeza natural, é tambem uma pequena tigela muito mal acabada, tendo cerca de um centimetro de espessura no fundo.

Emfim, no que toca á ornamentação dos vasos de que usavam os homens d'este dolmen, era ella singelissima e grosseira, como mostra o desenho do fragmento fig. 56, reduzido aos dois terços da grandeza natural.

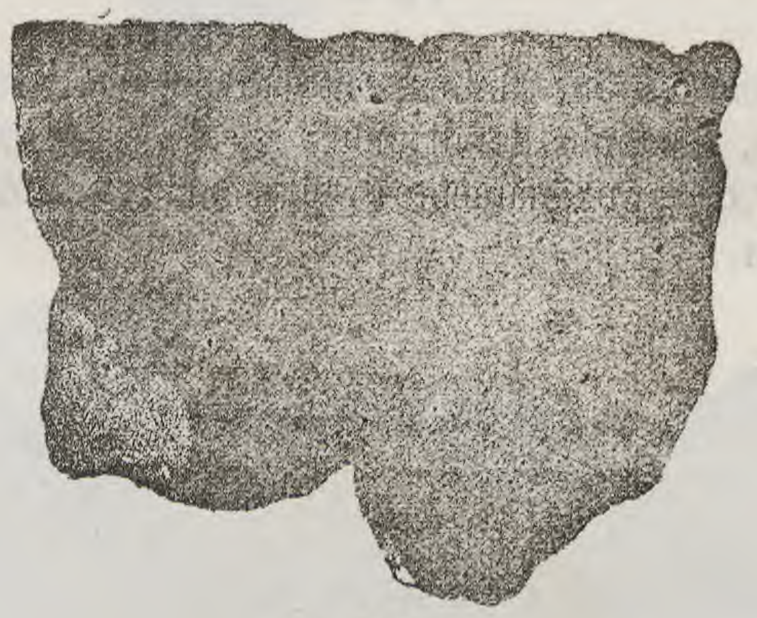


Fig. 56

Amuletos adornos.—Os objectos, que fazemos representar nas fig. 1 e 2, Est. IV, são dois amuletos (?), ou se se quizer, dois adornos, feitos de ardosia ou schisto argilloso cinzento anegrado, tendo a fórma geral do trapezio, com os quatro vertices e os bordos lateraes arredondados. A ornamentação d'estas placas é n'uma só face, e compõe-se de linhas sensivelmente rectas, formando

figuras geometricas de fórma triangular, que tambem denominam em *Chevron* como mostram os desenhos.

Um orificio aberto ao meio do lado menor de cada uma d'estas placas, dá a conhecer que semelhantes objectos eram destinados a serem trazidos ao pescoço ou pendurados ao peito.

A placa menor fig. 2 examinada com individuação, e comparada a disposição do seu desenho com o da outra placa, faz suspeitar que tivesse sido egual em grandeza á precedente; mas, porque foi quebrada, reduziram-lhe o tamanho para tambem ser trazida suspensa como adorno ou amuleto. Deram-lhe depois a fórma de uma hacha, devendo porém a sua applicação ficar adestricta a um fim muito especial, em consequencia da fragilidade da substancia de que é feita.

Estes exemplares são muito frequentes nas estações prehistoricas da época da pedra polida situadas ao N. e ao S. do valle do Tejo, nos districtos de Leiria, Lisboa, Evora e Beja. Nas nossas collecções ethnographicas temos um bom numero d'elles encontrados, tanto nos dolmens como nas cavernas.

Devemos notar n'este logar, que o homem prehistorico da Patagonia tambem usava d'estas placas, como affirma o sr. Florentino Ameghino na sua interessante memoria sobre o homem prehistorico da região de La Plata, na qual se lêem as seguintes linhas:

. . «Sur la surface de plusieurs plaques de schiste, j'ai vu aussi des signes à peu près semblables et tout-à-fait identiques à quelques-uns de ceux que M. Ribeiro m'a fait remarquer sur plusieurs plaques de schiste du Portugal[1].

O mais pequeno d'estes amuletos foi achado no recinto associado com ossos humanos, e o maior no ponto da planta, pagina 9, marcado com a lettra *G*, e tambem em associação com ossos humanos.

Nas terras extraídas do vestibulo proximo á entrada do recinto, e que foram passadas no crivo, encontrámos uma pequena placa de calcareo cinzento avermelhado, fig. 57, com tres millimetros apenas de grossura. O seu perime-

Fig. 57

[1] Revue d'anthropologie, 2.ème série, 1879, pag. 232.

tro é pentagonal, rigorosamente geometrico, com quatro dos seus lados eguaes dois a dois e semelhantemente dispostos; uma das suas faces é perfeitamente plana, mas a opposta é convexa e polida. Esta peça cortada e apparelhada com bastante perfeição, parece á primeira vista um signal ou objecto votivo, e se tivesse um orificio para suspensão, diriamos que fôra destinada a adorno de collar, ou a amoletto.

Como quer que seja, tanto pela fórma como pelo tamanho, assemelha-se muito á peça já descripta, fig. 9, est. III, a qual tambem não é munida d'orificio de suspensão.

Nas mesmas terras e em apparente associação com este ultimo objecto, encontrámos a pequena placa de porphyro, fig. 58, medindo apenas dois mil-

Fig. 58

limetros de grossura. Como mostra o respectivo desenho, é sensivelmente cordiforme, e na base abriam-lhe tres orificios, naturalmente para este objecto ser trazido suspenso em collar ou como amuleto.

Á entrada do recinto e á profundidade de 2 a 4 decimetros, obtivemos outros objectos de adorno. Os primeiros d'estes são umas contas fabricadas de azeviche, parecendo formadas de duas pyramedes conicas troncadas unidas pela sua base maior, mas tão deterioradas que se desfaziam com a simples pressão dos dedos, e só podémos restaurar o exemplar que fizemos desenhar sob a fig. 59. Esta especie de contas, fabricadas da mesma substancia e com

Fig. 59

a mesma fórma, tem aparecido tambem em algumas grutas que serviram de estações sepulchraes, como se vê do exame das nossas collecções.

Não foram sómente os objectos que ficam indicados os unicos que se encontraram nas terras passadas na tela metallica, muitos outros colligimos nos crivos por onde fizemos passar as terras do recinto e da galeria. Além das pontas de flexa, quasi todas colhidas por este processo, achámos tambem numerosas contas ou perolas, umas de fórma cylindrica, outras como espheroides, mais ou menos achatados, umas com a fórma de azeitonas e de amendoas, outras emfim simples discos. Aquellas são fabricadas, de silicatos de magnesia, de chlorites siliciosas, etc.; estas são de serpentina. Em geral são de côres verdoengas mais ou menos claras, mas alteradas na superficie; e em alguns exemplares esta alteração penetra alguns millimetros na espessura da substancia; assim as contas de côres esbranquiçadas que dão um pó branco, manifestam a côr verde no interior; e com esta mudança cresce a dureza do mineral.

A fig. 60, mostra o primeiro collar que fizemos arranjar e gravar em zinco, e as fig. 4 e 5, est. IV, representam outros dois collares, cada um com maior numero de contas do que aquelle e com outras peças de varias fórmas.

Fig. 60

O nosso companheiro na Secção Geologica, o sr. Ricardo Wittnich, fez o exame mineralogico d'estas contas, e da nota que nos entregou relativa a este exame, copiamos e extractamos os seguintes esclarecimentos.

«Nos tres collares que ficam citados, observa-se que as contas *aaaa* de diversos feitios est. IV, são em geral brancas, quer se considerem as de fórma oblonga, grandes e pequenas, quer as espheroidaes achatadas nas extremidades de um dos seus eixos, quer as de fórma discoidal: notando-se em muitas algumas manchas e pintas de côr ochracea, provenientes de oxydo de ferro, dando todas um pó branco quando se riscam. É com muita facilidade que se deixam riscar, mesmo empregando o alfinete, variando a sua dureza entre a do talco brando e a do calcareo.

«As contas *bbb* são verdes em quasi toda a sua superficie deixando-se riscar pela ponta d'aço, mas com difficuldade, sobretudo nas partes mais francamente verdes. O pó é sempre verdoengo, quer resulte das partes verdes quer das esbranquiçadas.

«A differença da dureza do mineral d'estas duas classes de contas, correspondendo á differença das côres podia levar a pensar que as substaucias de que foram fabricadas as contas *a* e as contas *b* são distinctas, porém quando se faz um traço ou risco profundo na superficie dos diversos exemplares *aa*, reconhece-se a côr verde na parte mais funda do traço, correspondendo ao apparecimento d'essa côr uma dureza quasi egual á que se notou nas contas *bb*; podendo inferir-se d'estes factos, que as contas brancas e verdes procedem de egual substaucia mineral, e que as differenças encontradas no exame, é o resultado de uma alteração mais ou menos profunda da mesma substancia:... d'isto ha exemplos quasi identicos, continua o sr. Wittnich, em mineraes muito parecidos em propriedades physicas e chimicas com a substancia em questão; ha um silicato de magnesia, como mineral puro e tambem em rochas consideraveis, a *Enstatite*, verde, de duresa $5^1/_2$ (entre a da apatite e a dos feldspathos), mas cuja superficie se encontra muitas vezes decomposta, tendo então essa capa a dureza de 3, e sendo de verdadeira natureza talcosa, physica e chimicamente.

«O lustro ou polido, e bem assim a unctuosidade que muitas d'estas contas apresentam ao tacto, em maior ou menor grau, parece serem devidos ao muito uso que os homens de Monteabrão deram a estes adornos, trazendo-os em contacto com a pelle.

«Nos collares de que damos desenhos, vêem-se duas peças triangulares *cc*, de côr verde em toda a superficie offerecendo a dureza 3, dando um pó branco verdoengo, unctuoso, e de lustre sub-luzente, manifestando uma structura mais sectil do que a do mineral das contas *a* e *b*. A peça mais delgada é um pouco translucida, e ambas são hydrophanas por immersão na agua.

«As numerosas continhas chatas ou discos *d*, teem a superficie escura, córada de varios tons de pardo, castanho, ocroso mais ou menos carregado, e

gado, e verdoengo-escuro; tem algum lustro, e é unctuosa pelo uso. As faces chatas são mais claras, e em partes cinzentas. Dureza 2½. Textura muito sectil. Pó branco, não lustroso.

Do conjuncto das propriedades precedentes, e de algumas reações chimicas que se poderam reconhecer operando sobre o pó produzido, deduz-se que:

«As contas *a c b* são um *silicato de magnesia* com alguma alumina e oxydo de ferro, do grupo das steatites compactas mais duras e impuras, pedras olares, chlorites siliciosas, serpentinas, enstatite etc.; d'essas mais provavelmente a «Serpentina impura em rocha», que muitas vezes tem certa aspereza, e cuja dureza chega até 5. Ha tambem talcschistos siliciosos, e talcschitos endurecidos posto que não super-siliciosos, e chloritoschistos duros e não separaveis em laminas, e por tanto proprios para o fabrico de muitos objectos.

«A peça maior das duas triangulares *c*, porém deu uma forte reacção d'alumina, e as substancias que se lhe aproximam mais são as Halloysites verdes: a peça menor parece d'egual natureza.

«As continhas *d* são de serpentina, cinzenta, verdoenga, amarella. etc., em partes com muito oxydo de ferro.»

Continuando na descripção dos outros adornos, temos que a fig. 61 representa uma virola (?) ou guarnição de um instrumento qualquer, feita d'osso

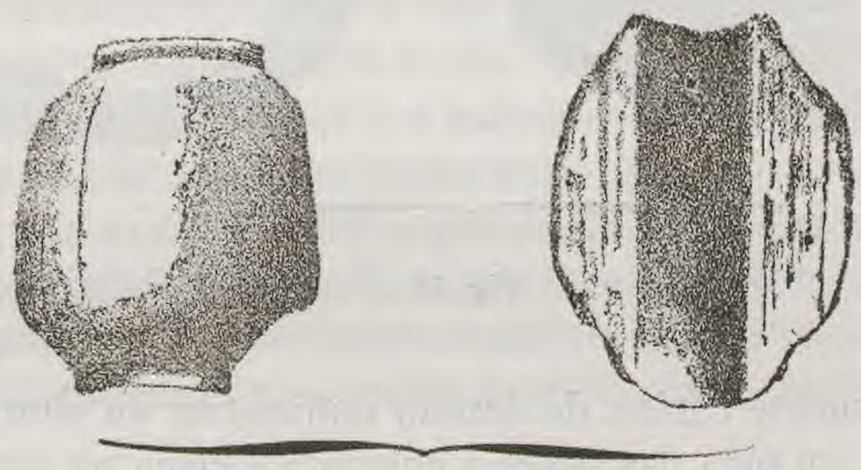


Fig. 61

com a fórma geral de um cylindro, posto que ligeiramente convexo na superficie externa. A superficie é polida, e o interior do objecto está furado como as contas dos collares. Foi encontrado no crivo onde se joeiraram as terras extraídas do lado sul da galeria. Com este foi encontrado metade de outro adorno ou guarnição do mesmo typo de fórma cylindrica, fig. 62, mas mais convexo, e egualmente fabricado d'osso, munido de um rebordo em cada extremidade.

Fig. 62

Estas duas ultimas peças podiam ter servido de contas grandes de collares.

Emfim, a fig. 63 dá idéa de um outro adorno differente. É um grosso an-

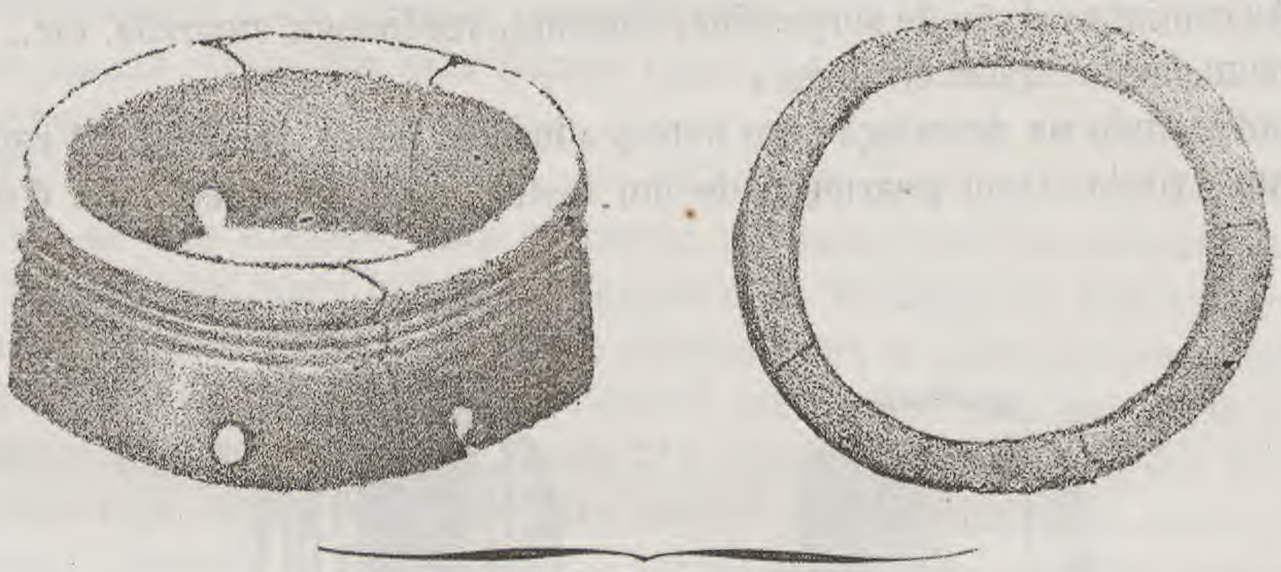


Fig. 63

nel d'osso, ligeiramente conico, de dezoito millimetros de altura, quarenta de diametro exterior em uma das bases e quarenta e cinco na outra. Proximo a esta ultima vêem-se cinco orificios circulares atravessando toda a espessura do osso; sendo a superficie externa ornamentada por tres sulcos circulares parallelos entre si. Parece que este adorno serviria para guarnecer qualquer haste ou instrumento, ao qual se adaptaria e seguraria por fricção, ou melhor por cravos de madeira endurecida ao fogo, introduzidos pelos orificios do annel e penetrando na espessura da haste.

Ainda se encontraram fragmentos d'outros anneis semelhantes mas sem ornamentação alguma; mostrando o exame tanto d'estes como d'aquelles, que foram cortados de ossos longos de ruminantes.

Despojos humanos

Os ossos humanos que exhumámos n'este dolmen estavam distribuidos pela área do monumento, encontrando-se a maioria d'elles do lado meridional.

Começando pelo recinto ou camara, onde fizemos as primeiras excavações até á profundidade de onze decimetros, deparamos com a sanja ou valla que se vê desenhada a pag. 11 fig. 8, dentro da qual estavam os restos de uns cinco ou seis esqueletos humanos dispostos n'um comprimento de 2 a 3 metros. Além d'estes, encontraram-se tambem dentro da mesma camara outros restos humanos envolvidos na terra, que com alguns fragmentos de rocha occupavam os intervallos deixados entre os topos das lages do poente e do S.-O. Estes restos constavam de uma porção de mandibulas, alguns dentes, fragmentos de craneos, falanges, etc., tudo peças soltas desconnexas, e muitas d'ellas representadas apenas por fragmentos. Associados com estes ossos encontrámos no fundo da valla ou fosso a hacha (?) fig. 45 pag. 46, algumas facas e pontas de setta e de silex, um polidor de grés, e a pequena hacha fig. 12 pag. 18.

Na galeria e nos pontos indicados na planta fig. 4 pag. 9, deparamos tambem com diversos ossos humanos, e entre elles quatro craneos. O primeiro d'estes, a contar do lado O., estava acompanhado d'ossos longos que parece terem feito parte do esqueleto a que pertencia o craneo, embora estivessem fóra das suas posições anatomicas. Com elle achamos tambem, duas clavas: sendo uma d'ellas a que se vê representada na fig. 43, o amuleto fig. 2 est. IV, alguns fragmentos de vasos de ceramica, e a guarnição annular fabricada d'osso fig. 63.

O craneo que se seguia ao antecedente para o lado do nascente, estava acompanhado, não só d'ossos longos quebrados, ossos chatos, phalanges e algumas vertebras, como do amuleto fig. 1 est. IV, e da faca de silex fig. 13 pag. 20.

Com o terceiro e quarto craneos estavam egualmente fragmentos d'ossos longos, ossos chatos, vertebras, pontas de settas, facas inteiras e quebradas, todas de silex.

Na mesma galeria, e no ponto designado na planta com a lettra *G*, via-se uma pedra de calcareo cravada no solo, parecendo signal funerario ou indicação da existencia n'aquelle ponto de alguns objectos inhumados, e que tivessem sido de maior veneração ou interesse. Effectivamente a excavação que ali executamos deu-nos um craneo humano, fragmentos d'ossos longos, algumas vertebras, costellas e phalanges, mas tudo tão estragado que não nos foi possivel restaurar uma só peça. Com estes restos estavam diversos objectos d'arte, entre os quaes apontaremos a pequena arma fig. 39 pag. 37, a ponta de lança fig. 28, as duas facas fig. 14 e 21, de certo as mais bem acabadas de quan-

tas aqui se colligiram; muitas pontas de flexa de differentes typos, e a massa de guerra ou clava fig. 42. Em presença d'estes factos fomos levados a pensar que a inhumação d'estes restos humanos, feita por assim dizer em separado da dos outros, e acompanhada de grande copia de objectos d'arte, levou-nos á presumpção de que tivesse pertencido a individuo dos mais qualificados da tribu.

Á medida que exploravamos os ossos humanos d'este monumento, e attentavamos, já na grande desordem em que ali se apresentavam, já, e principalmente, ao seu mau estado de conservação, veiu-nos á lembrança a hypothese de que os individuos a que diziam respeito tivessem sido sepultados n'outros logares, d'onde, depois de consumidas as partes molles, tivessem os seus restos sido removidos para o logar do dolmen. Esta hypothese parece na verdade não se compadecer muito com os costumes piedosos, que algumas tribus ou raças de homens d'aquelles tempos observavam para com os seus mortos, como são provas não só os proprios monumentos megalithicos que lhes erigiam, e que em geral deviam ter sido de mui custosa fabrica, como pelas offerendas de abundantes objectos de estima com que faziam acompanhar, na sua ultima morada, os restos mortaes dos seus parentes e amigos. É provavel porém que outras razões tivesse havido e que determinassem este estado de coisas; e sobre este assumpto faremos ainda algumas ponderações.

Tem-se averiguado em algumas regiões da Europa e da America, que o modo porque na época da pedra polida se faziam os enterramentos nos dolmens, nas grutas, e nas cavernas, era collocar o cadaver de cócaras ou assentado com a cabeça apoiada nos joelhos ou pendente sobre o peito. Ora é claro que em qualquer d'estas posições, e depois do desappparecimento das partes molles do cadaver, deviam as peças osseas do esqueleto separar-se, e grande parte d'ellas misturarem-se mais ou menos confusamente, se este modo de sepultar foi executado em Monteabrão; e se os primeiros enterramentos precederam a construcção do dolmen, então é natural que a compressebilidade devida ao peso das terras e á carga dos maiores monolithos que entraram n'esta construcção, e attenta a disposição que parece ter sido dada a parte dos individuos inhumados junto ás entregas ou extremidades dos monolithos do lado do sul, seria isto bastante para explicar o estado de fractura e de esmagamento em que se encontraram muitos d'aquelles despojos humanos; e por mais forte razão se os cadaveres, em vez de estendidos horisontalmente na sanja ou fosso, tivessem sido collocados n'alguma das posições indicadas. Em apoio da hypothese de que parte das inhumações precederam a construcção do monumento, apresenta-se ainda o seguinte facto.

Junto a lage *m* (fig. 8 pag. 11) que funcciona de encontro, e ao mesmo tempo de cunha, ao grande monolitho *b*, a extremidade inferior d'aquella lage

atravessa a terra vermelha *contendo ossos humanos dispersos e quebrados;* e dos intervallos das lages que limitam a camara extraimos bocados d'ossos de craneo, fragmentos d'ossos longos, phalanges etc. que parece terem sido arrojados casualmente para ali como qualquer entulho; ou leva-nos a suspeitar que estes restos existiam inhumados ali mesmo quando se erigiu o megalitho, e que foram destacados dos seus logares, quebrados e dispersos na terra quando abriram os caboucos que deviam receber as extremidades das lages *m*, *b*, etc. E tanto assim parece ter acontecido, que n'este mesmo sitio encontrámos uma porção de abobada craneana encerrando umas poucas de phalanges dos membros thoracicos empastadas em argilla vermelha. Ora estes factos todos provam, ou ao menos induzem a crer com muita verosimilhança, que parte das inhumações d'estes ossos antecederam a construcção do monumento, isto é autorisam-nos a suspeitar que as gerações a que pertencia parte d'estes restos humanos não eram as mesmas que levantaram os dolmens n'estas localidades, ao contrario as precederam, embora pertencessem todas á mesma época da pedra polida.

Qualquer que seja porém a hypothese que venha a acceitar-se como verdadeira, vejamos em face dos factos que ficam expostos qual foi aproximadamente o numero de individuos inhumados n'este local.

Dissemos a pag. 14, que o numero de dentes humanos, soltos, que se colligiram na exploração d'este jazigo foi de 1340, no qual se comprehendiam 252 laneares ou caninos de individuos adultos. Admittindo para uma primeira apreciação este ultimo numero de dentes, concluiremos que corresponde a 63 ou 64 individuos. Devemos porém notar que n'este numero não se contam os dentes implantados em diversos fragmentos soltos de maxillares que colligimos, nem os dos maxillares de individuos idosos onde se veem alguns dentes molares gastos até ao colo, e os alveolos dos caninos obliterados; nem tão pouco se contam os dos individuos muito novos com a dentição incompleta, com os laneares perdidos ou em evolução; de modo que tendo em conta todas estas circumstancias, não será exagerado dizer que o numero dos individuos a quem pertenciam aquelles dentes não era inferior a oitenta.

Em presença d'esta consideração e dos factos que deixamos exarados, é facil comprehender que a inhumação de um tão crescido numero de individuos, não poderia ter-se realisado senão de um modo successivo, com intervallos de tempo mais ou menos longos, o que importaria frequentes remeximentos nas terras, para dar logar a novas inhumações, e nos quaes teriam sido revolvidos, quebrados, e misturados a maioria das peças osseas dos esqueletos que ali jaziam.

A estas causas de desarranjo e de destruição é preciso ainda accrescentar, que a maior parte dos ossos que exhumamos em Monteabrão estavam n'um

tal estado de alteração, que não era possivel tocar n'uma apophyse e em muitos ossos esponjosos, que não se desfizessem logo em pó ou em miudos fragmentos.

Como quer que fosse, é inegavel que na época da pedra polida foram levados para aquelle local, e inhumados os restos mortaes de mais de oitenta individuos.

Não se pense todavia que esta accumulação de despojos humanos, no ambito occupado pelo dolmen de que se trata, seja a expressão de civilisações distinctas que se sobreposeram: qualquer que fosse o numero de gerações que semelhantes restos representem, devemos consideral-as todas comprehendidas na edade da pedra polida; porque nas explorações que aqui executámos não encontrámos o mais pequeno vestigio de metal ou de ceramia que nos revelasse a época do bronze; e com muito menos fundamentos poderiamos suspeitar civilisações anteriores á época da pedra polida.

Apesar do pessimo estado em que encontrámos todos estes restos humanos, ainda assim fizemos repetidas diligencias para restaurar algumas das peças mais importantes, mas foi em vão; apenas conseguimos compor uma ou outra porção de osso com os fragmentos encontrados, sem comtudo conseguirmos obter uma peça completa.

Assim preparámos uma porção de abobada craneana com parte do seu frontal e dois parietaes, mas que de pouco ou nada nos serviu, ficando-se sabendo apenas, pela pequena grossura do osso e pelo bem pronunciado das suturas, que este craneo pertencia a um individuo novo e delicocephalo.

Uma outra porção de abobada craneana sem occipital, uma porção de frontal com as arcadas orbitarias e bosa nasal, e algumas porções de temporal com as apophyses mastoidéa, foi tudo quanto podemos apurar.

Dos maxillares superiores e inferiores que colligimos não fomos mais felizes. Dos primeiros apenas se lhe mexia desfaziam-se em miudos fragmentos ou em farinha, largando os dentes, e tanto que nem um só maxillar com a arcada dental completa conseguimos obter: do exame porém de um d'estes fragmentes podemos conhecer que entre os homens do Monteabrão havia um que era prognata, e tinha as corôas dos dentes gastos obliquamente segundo um plano que estava em relação com o grau de prognatismo do individuo a que este osso pertencia.

Quanto aos maxillares inferiores, de que se colligiram maior numero de fragmentos, tambem não se nos deparou um só exemplar com qualquer dos seus ramos ascendentes. O que mostrou a observação foi que quasi todos estes fragmentos, pertenciam a maxillares de individuos orthognatas, e que as corôas dos dentes incesivos e molares estão gastos horisontalmente.

Por entre os ossos d'este nome, o que vimos de notavel foi um maxillar

inferior de creança com parte dos dentes de leite, apresentando uma espessura tão forte que correspondentemente á synphese accusa treze millimetros de grossura, sustentando-se proporcional desde a linha mediana até aos ramos lateraes.

Concluiremos o que temos a dizer ácerca da jazida sepulchral de Monteabrão por mencionar um facto que á primeira vista parece de pouca valia, mas que pode ter bastante importancia nas suas relações com as crenças e costumes religiosos então usados. Referimo-nos á abundancia de seixos encontrados na área occupada por este dolmen; parte d'elles estavam misturados com a terra da camada superficial, a outra parte, a mais abundante, formava no extremo oriental da galeria, fig. 4, pag. 9, uma porção de manto ou camada cobrindo alguns ossos humanos. Estes seixos na sua maior parte são de quartzite, muitos de calcareo, e bastantes de basalto, e quasi todos são de fórma ovoidal, de grandezas variaveis desde o tamanho de uma amendoa até ao das maçãs grandes. Do exame dos caracteres petrologicos d'estes seixos, e da sua comparação com os dos alluviões modernos das localidades visinhas, evidenceia-se que foram colligidos nos leitos de ribeiras proximas, situadas a 100 e mais metros abaixo do plano horisontal que passa pela base do monumento, e transportados para dentro d'este com determinado intuito. Conhecendo-se mais que este transporte foi um acto posterior, não só á inhumação dos primeiros despojos humanos ali feita, mas tambem á construcção do dolmen. A preferencia dada aos seixos sobre os fragmentos angulosos de basalto e de calcareo, dispersos abundantemente por toda a superficie do solo adjacente ao monumento, parece provar tambem que as ceremonias funerarias então exercidas exigiam o emprego de pedras sem arestas, isto é, de seixos rolados.

Parece-nos pois podermos inferir d'este facto que o emprego dos referidos seixos, estranhos á localidade, não era para cobrir os restos mortaes dos individuos ali inhumados e garantil-os da voracidade dos animaes carniceiros, porque para esse fim havia no solo visinho grande quantidade de pedra solta, mas significaria acaso o cumprimento de um preceito religioso, ou seria a expressão de uma homenagem de sentimento, de respeito e de saudade prestada pelos parentes e amigos dos finados ali depositados, lançando cada qual na jazida uma pedra trazida de longe, de fórma arredondada, que symbolisasse uma idéa, um pensamento, o da eternidade por exemplo, se é que na época dos dolmens já havia uma tal ou qual noção a este respeito.

Notaremos tambem que em todos os dolmens das visinhanças de Bellas e de Caneças, que temos examinado, não vimos seixos na abundancia e nas condições em que os encontrámos em Monteabrão, posto terem sido todos elles, e em diversas épocas, revolvidos e despojados dos seus contentos.

Dolmen de Estria

Não longe dos dois precedentes dolmens, e a uma distancia de 400 metros pouco mais ou menos a N. O. do dolmen de Monteabrão está o dolmen de Estria; não situado em planura ou na corôa d'algum outeiro, mas na aspera ribanceira ou encosta que descahe da chapada de Monteabrão para a depressão a que fizemos referencia a pag. 3, e como que occulto n'uma prega ou dobra do terreno, deixando apenas ver á flôr do solo no acto da descoberta, os topes de algumas das suas pedras e que fizeram suspeitar a existencia d'este terceiro megalitho. Effectivamente á primeira inspecção reconheceu-se que era um dolmen enterrado na caixa de um filão representado á superficie por calcareo terroso, e coberto de terra.

Examinando o solo e as condições que parece terem guiado os constructores na eleição d'este local, verificámos que passa ali uma faxa estreita com direcção de E. N. E. a O. S. O. formada em partes d'aquelle calcareo terroso, a qual mostra ter as mais estreitas relações com o filão-camada de rocha porphiroide que se manifesta mais para o nascente, nas visinhanças do dolmen das Pedras dos Mouros, e a que já fizemos referencia, a pag. 6. Esta faxa de calcareo molle com 2 a 5 metros de largura, e intercalada no calcareo argiloso duro, foi sem duvida o que determinou a eleição d'este local para ali se construir este dolmen.

O exame do solo deu pois a conhecer que foi no calcareo terroso facilmente atacavel com utensilios de pedra, que os constructores abriram uma excavação com cerca de cinco metros de largura e pouco mais de um metro de fundo, para dentro d'elle estabelecerem a parte principal do seu monumento, prolongando-a para o lado do poente para completarem, por assim dizer, o cabouco da sua edificação.

Consta este dolmen, de recinto ou camara, e de galeria, como a de Monteabrão, mas com a entrada voltada para o poente, em vez de ser para o nascente como a d'este ultimo. A planta e o alçado fig. 64 e 65, dão idéa d'esta construcção e mostram que o maior diametro interior da camara é de 36 decimetros, medindo a galeria uns 10 metros de comprimento.

Nove lages erguidas ao alto, e dispostas como a planta indica, limitam a camara deixando apenas uma gola ou entrada para communicar com a galeria.

A lage *a* que fórma a cabeceira, é a maior de todas; tem, acima do solo do recinto $2^{m},75$ de altura, e $1^{m},9$ de largura na base. Está cravada abaixo da flôr do solo do recinto, não se sabe quanto, mas o bastante para se conservar

estavel não obstante ter de supportar um grande peso de rocha pelo lado do nascente. Succedem-se outras lages a um e outro lado da primeira, tambem grandes, semelhantemente cravadas no terreno, de modo a garantir a sua estabilidade.

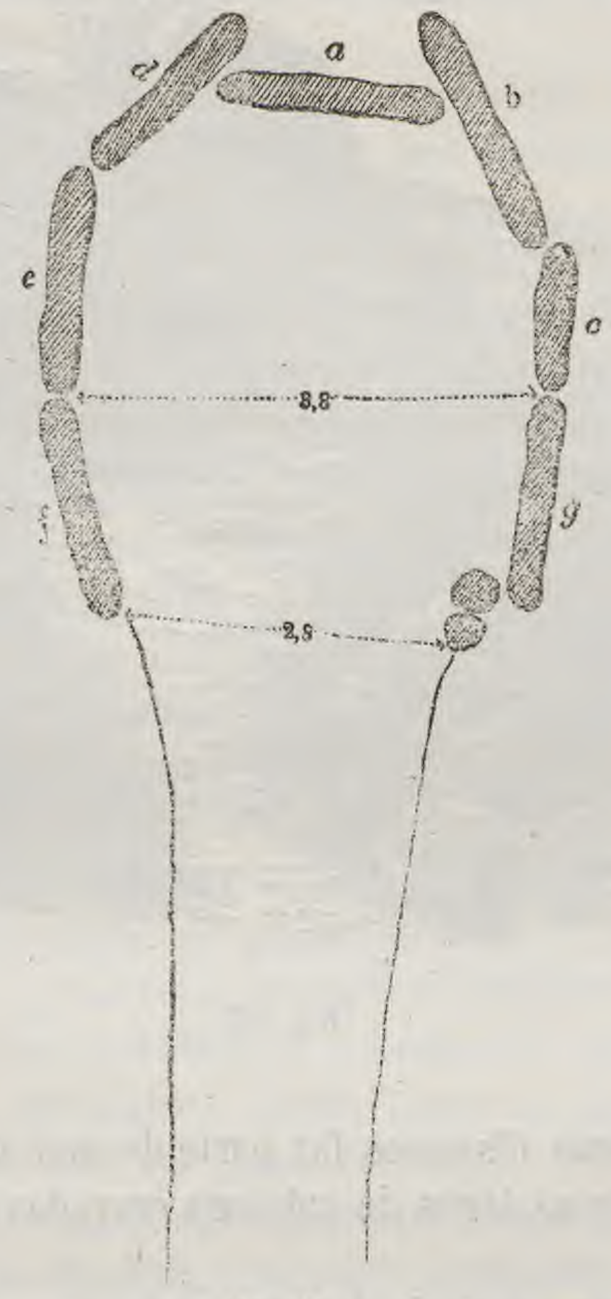


Fig. 64

De passagem diremos que as grandes pedras d'este dolmen, pertencem á bancada ou grossa camada de calcareo argilloso que passa ali mesmo, e que os caboqueiros da localidade denominam *bancos reaes* e que exploram quando pertendem obter lages de grandes dimensões, capazes de resistir a grandes cargas, e á acção destruidora do tempo, como as empregadas em pontões e em outras obras de caracter rustico que exigem segurança, duração e economia.

Completam o recinto ou camara, outras lages de menor porte cravadas no solo.

Não encontrámos lage terminal, ou chapeo, que servisse de cobertura ou de remate a este megalitho, e apenas na excavação a que se procedeu descobriram-se

envolvidos na terra mui grossos fragmentos de lages, alguma das quaes poderia ter pertencido a este fim, o que todavia não pôde ser verificado.

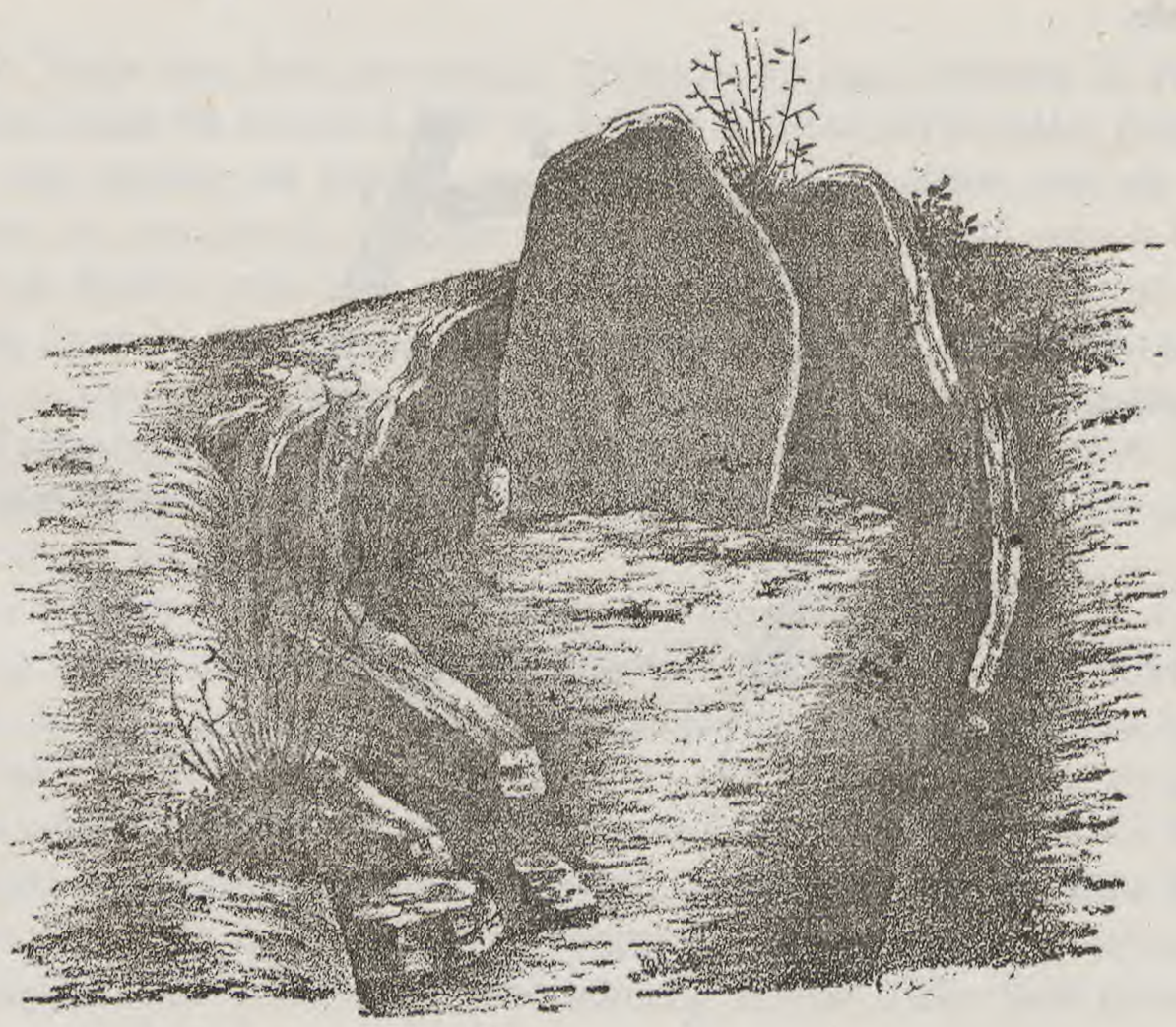


Fig. 65

A galeria, que como dissemos faz parte do monumento, é delimitada por dois renques de pequenas lages de calcareo cravadas de cutello no terreno, e parallelos entre si.

Este dolmen, como a maioria des que conhecemos, já tinha sido profanado quando o explorámos; isto é já tinham sido remexidas as terras que estavam dentro d'elle, e despojadas de quasi todos os objectos d'archeologia e restos humanos que com ellas se achavam; uns foram levados pelos exploradores que nos precederam, outros por elles mesmo inutilisados, e os restantes, que despresaram, foram removidos em mistura confusa para dentro do dolmen. O certo é que a nossa exploração só deu um pequeno numero de objectos que passamos a enumerar.

Utensilios e armas.—Não destôam na fórma nem na qualidade dos objectos de silex encontrados em Monteabrão os poucos d'esta classe que podemos obter no dolmen da Estria, como poderá ver-se por exemplo na comparação dos desenhos da pag. 24 e 26, com os das fig. 1 e 2, Est. 5.ª Estes ultimos

referem-se a duas facas de silex com bordos serrilhados, de trabalho bem acabado, tendo podido servir uma d'ellas de raspador.

Encontrámos tambem aqui uma ponta de lança em silex cinzento, com manchas arroxadas de um perfeito acabamento, recortada em toda a volta, e offerecendo a base chanfrada em gume cortante como o de um formão. A fig. 3, est. 5 dá d'ella perfeita idéa.

Nas terras procedentes da respectiva excavação, e que fizemos passar ao crivo, além de muitos dentes humanos que forneceram, obtivemos umas sete pontas de flexa inteiras, fabricadas de silex cinzento-avermelhado e serrilhadas nos bordos, analogos ás dos typos encontrados em Monteabrão e já descriptos, e bem assim alguns fragmentos de outras semelhantes armas de arremesso.

Dos restos da mobilia funeraria que ainda podemos obter, descreveremos os seguintes objectos que, por serem pouco frequentes nas nossas nascentes collecções ethnographicas, faremos d'elles particular menção.

Começaremos pela lamina fig. 4, Est. v, fabricada de schisto amphibolico (?) cinzento averdoengado, e tão delgada é que apenas mede de espessura uns quatro millimetros. O seu perimetro tem a fórma de triangulo espherico isosceles, e as suas faces são completamente lisas. Ignoramos qual teria sido ao certo o uso d'este objecto, que poderia ter servido como symbolo, ou como objecto de culto.

A peça que se representa em grandeza natural, Est. 5.ª fig. 5 e Est. 6.ª fig. 1, e cuja fórma, um pouco rara, desperta as attenções de todos que a examinam, é fabricada de schisto ardosiano e ornamentada nas suas faces por faxas com lavores em linhas geralmente rectas, formando figuras tri ngulares deseguaes ditas em *chevron*, mas um pouco differentes em ambas as faces. A sua fórma e grandeza juntas á qualidade da materia de que é fabricada, e á pequena espessura da lamina, pois não é superior a sete milimetros, torna bastante notavel este objecto, que, parece não poder ter servido de utensilio, e muito menos de arma offensiva; por isso nos lembrou que fósse um emblema ou signal de auctoridade ou de mando, ou então, como alguem pertende, symbolisaria o deus da creação e da força. Um orificio praticado na parte mais inferior da crossa dá a perceber que serviria para por elle se suspender o objecto.

O sr. dr. Filippe Simões, na sua introducção á *Archeologia da Peninsula Iberica*, apresenta o desenho de outro objecto muito semelhante a este, que diz existir no Museo da Escola Polytechnica, e denomina-o «baculo», o qual diz ter sido encontrado na sepultura de Martim Affonso, mas de cujo achado não nos recordamos, posto termos sido nós quem primeiro explorámos esta sepultura, quando nos occupavamos de semelhantes investigações na freguezia de Mugem.

Temos nas nossas collecções outro exemplar da mesma fórma, encontrado, não em dolmen nem em sepultura, mas na gruta da Casa da Moura, explorada sob a direcção do sr. major Delgado, e do qual este nosso collega opportunamente dará conhecimento.

Deparámos tambem no mesmo dolmen com um outro objecto, que fizemos representar em grandeza natural na fig. 2, est. VI. É fabricado de um pedaço de calcareo subcrystallino ou marmore trigueiro-avermelhado, de superficie polida; plano nos topos e em um dos lados, e egualmente polido n'uma das suas maiores faces, podendo por ella assentar horisontalmente. É convexo do lado opposto. Alguns sulcos, como que gravados ao acaso, guarnecem a superficie convexa proximo das extremidades da mesma peça. Este objecto já foi representado pelo sr. dr. Simões na sua citada obra *Introducção á Archeologia da Peninsula.*

Não deixa de ser curioso o utensilio, est. VII, fig. 1, feito de calcareo compacto trigueiro avermelhado. Representa a esculptura de um pé humano, em que todavia as proporções anatomicas não foram rigorosamente observadas, tendo tido a fantasia do esculptor não pequeno quinhão tanto nas fórmas mais especiaes do objecto que se pretendeu representar, como na ornamentação com que desejou alindar a esculptura; todavia pronuncia-se no objecto, e de uma maneira bem acentuada, as fórmas geraes do pé. A juncção d'esta parte do utensilio com a que funcciona de cabo faz lembrar o augulo que a perna do homem de algumas raças mais inferiores fórma com a planta do mesmo pé; disposição que por outro lado favoreceria o manuseamento d'este utensilio se acaso tivesse sido destinado, como cremos, a remexer ou a cavar a terra branda como o fazem com o sacho ordinario os actuaes hortelões e jardineiros, e com cujo utensilio o nosso objecto tem muita semelhança.

A parte superior, ou extremidade do cabo, é affeiçoada em gume para servir como utensilio de raspar, podendo assim este instrumento prestar duas utilidades. Objectos semelhantes a este foram encontrados na caverna de Cascaes e dos quaes daremos noticia em occasião opportuna.

O objecto cujo desenho se representa na est. VII, fig. 2, é uma lamina sensivelmente trapézoidal de calcareo subcrystallino, superficie polida, com dois millimetros de espessura nos bordos ou lados maiores da figura e sete na parte mais espessa. É curva no sentido da maior dimensão, e proximo da extremidade mais larga vêem-se abertos tres orificios n'uma mesma linha transversal, provavelmente para auxiliar a adaptação da mesma placa a qualquer outro objecto, ou para ser trazida suspensa como insignia. Como mostra a inspecção d'este objecto, o trabalho que foi mister empregar para o cortar e apparelhar com utensilios de silex, deveria ter exigido bastante paciencia e mão d'obra.

Alguns pequenos vasos de barro n'este dolmen encontrados, não differem

dos que se colligiram em Monteabrão e que foram descriptos; uns são de fórma meio espherica, outros com o fundo em calotte, etc.

Tambem deparamos ali com umas porções de ossos longos, parecendo femuros de carneiro, cortados e polidos na superficie externa.

Por entre os ossos humanos só podemos obter um humerus inteiro de individuo adulto, e alguns ossos curtos das extremidades; tudo mais são fragmentos de ossos longos, do craneo, e dos maxillares.

D'estes ultimos observamos que a implatação de dentes nos fragmentos dos maxillares que podemos examinar accusa um geral orthognatismo; o modo porque as corôas d'estes estão gastas, tanto as dos incisivos como as dos laniares e dos mollares dizem-nos que o regimen e modo de masticação dos homens de Monteabrão e da Estria eram identicos.

O quarto dolmen fig. 66, 67, 68, que se encontra nas visinhanças de Bellas

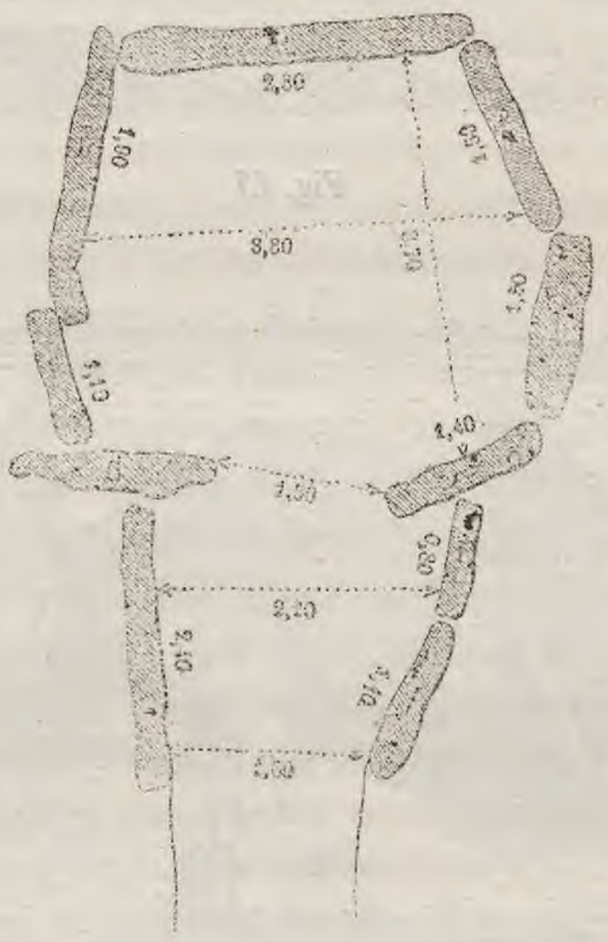


Fig. 66

vê-se a uns 2 kilometros, pouco mais, d'esta villa e a uns 86 metros a direita da estrada que conduz á povoação d'Agualva para entroncar na estrada de Lisboa a Cintra. Está construido na depressão de que fallamos a pag. 3 como que perdido no meio de um terreno agreste formado de bancadas de calcareo muito duro, e assente sobre uma pequena elevação de fórma mamillar. Parece que aqui, assim como no solo onde estão construidos os dolmens da Estria e da Pe-

dra dos Mouros, se buscou um solo brando atacavel aos utensilios de pedra, para ali abrir não só a praça, mas os caboucos para o accomodamento e construcção d'estes monumentos. Effectivamente áquella pequena eminencia cor-

Fig. 67

Fig. 68

responde uma alteração profunda no calcareo duro da localidade, que está em relação com a rocha feldspathica eruptiva que n'esta região atravessa as mesmas camadas secundarias, e convertendo-as em determinadas faxas de calcareo terroso e mole. A situação pois, e a orientação d'este dolmen estão sobordinadas á disposição d'este accidente petrographico.

O dolmen d'Agualva tem recinto e galeria como os dois precedentes. Para a sua construcção abriram uma excavação destinando um pequeno ambito para a camara, e uma sanja para a galeria, á qual deram a direcção ENE e OSO. Dentro da mesma excavação erigiram as grandes lages, que limitam a camara e guarneceram o corredor com dois renques de lages pequenas.

As fig. 66 a 68 são a planta e alçado d'este monumento, e dão idéa clara da sua fórma e dimensões. No exame que fizemos a este megalitho, pareceu-nos que tinha sido munido de chapeo ou cobertura, mas que caira ou fôra derrubada; o que é certo é que nas escavações que ali fizemos executar encontrámos tres grandes fragmentos de lages que pareciam ter feito parte de outra muito maior, que provavelmente era a referida cobertura.

As pedras d'este dolmen, que em grandeza não são somenos ás dos outros da localidade acima descriptos, são todas de calcareo rijo arrancadas no proprio local.

A exploração que aqui fizemos a revelou-nos logo que outros exploradores se nos tinham anticipado despojando a camara e a galeria dos objectos d'arte que ali deveria haver, de modo que só achamos alguns raros fragmentos de silex e de vasos de barro, dentes e fragmentos pequenos de ossos humanos. Os mesmos exploradores removeram a terra outra vez para dentro do edificio, cobrindo-o quasi até á sua parte culminante.

Mais longe 6 a 7 kilometros ao N. E. de Bellas, e proximo da pittoresca aldeia de Caneças, encontram-se os restos de outros dois dolmens; um d'elles situado a 1:000 metros d'este povo no sitio denominado o Fojo, meio demolido conserva ainda duas grandes lages medindo uma d'ellas dois metros acima da flôr do terreno, vendo-se uma terceira, que lhe pertencia, tombada para dentro da camara e quebrada, talvez em consequencia da excavação que ali fizeram deixando esta pedra ao desamparo ou sem encontro. O outro dolmen a 500 mais para o S. E., no sitio das Batalhas, está representado hoje por uma unica lage grande ainda inteira, e por fragmentos de outras grandes lages tombadas sobre o terreno, e que parece terem pertencido ao mesmo megalitho.

Na cata que fizemos no primeiro dolmen encontrámos, fragmentos de ossos longos e dentes humanos, tanto de individuos novos como de adultos; um machado de calcareo argilloso; um rim de silex cinzento com um dos bordos affeiçoados para servir de raspador, e algumas lascas de silex, as maiores d'ellas do typo das facas.

Não são porém estas construcções prehistoricas, as unicas que se reconhecem n'esta região, topa-se ainda com outras de que vamos dar resumida noticia.

Quando na nossa antecedente memoria descrevemos a estação de Licêa,

demos conta de uma pequena casa de mui grosseira construcção servindo-lhe de tecto duas grandes lages; agora apontaremos outras duas obras, algum tanto analogas, situadas na freguezia de Bellas, e que não deixam de merecer algum reparo.

A primeira d'ellas está situada a uns 800^{m}.0 a E.N.E. do dolmen de Monteabrão, na cumeada do massiço de calcareo cretaceo, que separa entre si os dois valles conhecidos na localidade por, valle da Ribeira do Castanheiro, e valle da Ribeira de Carenque fig. 69. É uma construcção quasi subterranea, como

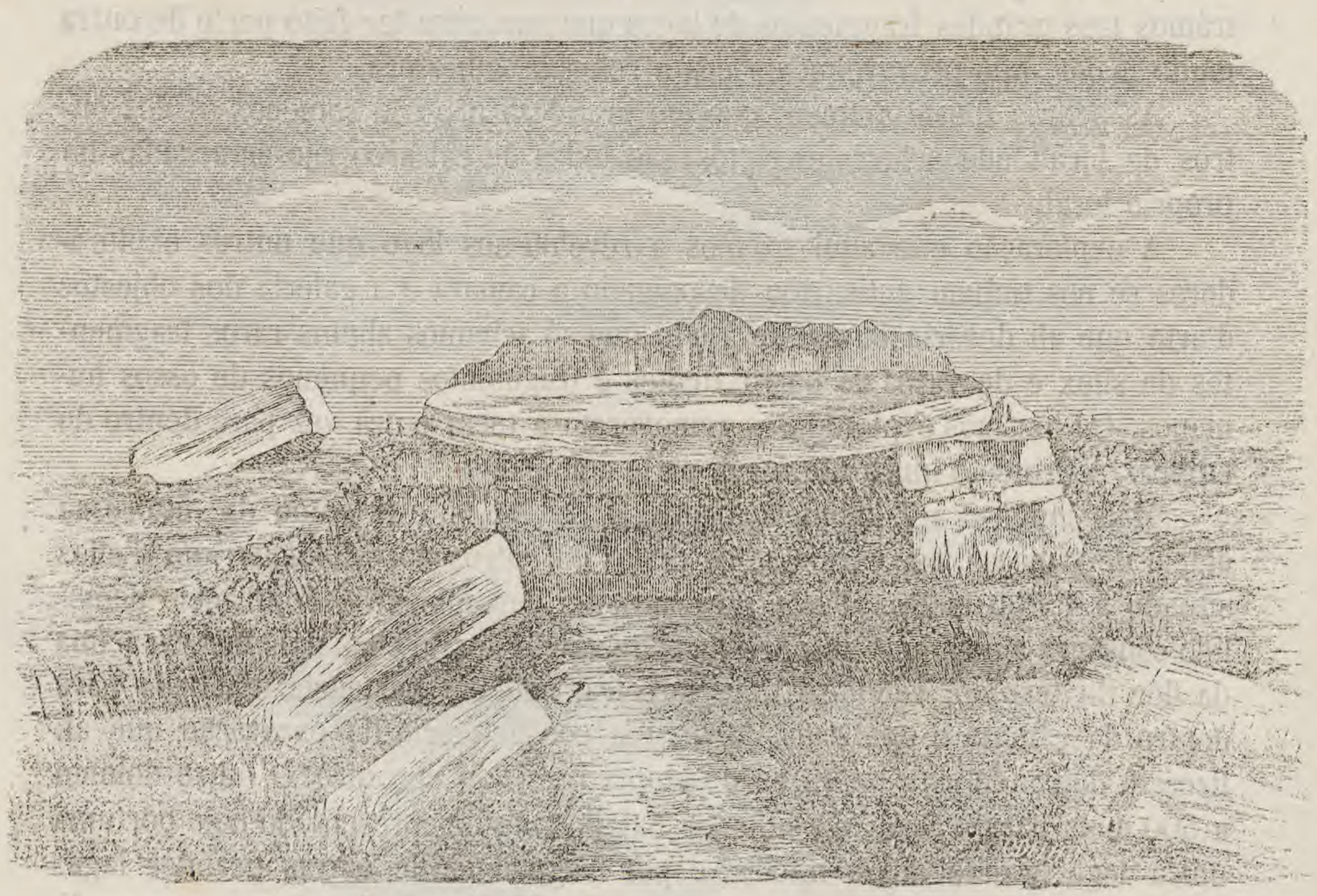


Fig. 69

deixam ver as fig. 70 e 71, que representam a planta e o córte da mesma construção. Á flor do solo vêem-se os vestigios de um filão de rocha terrosa, o qual depois de extraído na sua parte superficial, deixou a caixa convertida n'uma especie de corredor com 1^{m},75 de largura, 4^{m},0 de comprimento, 1^{m},9 de altura média. As paredes do tecto e do muro foram accrescentadas, não para dar ao corredor grande altura, mas para receberem em posição de equilibrio estavel as quatro grandes pedras que o cobrem, todas ellas do estylo e grandeza das que se empregavam na construcção dos dolmens. As fig. 69 a 71 dão idéa da perspectiva e construcção d'este tosco edificio.

N'esta especie de monumento, meio gruta artificial, meio dolmen, nenhuns restos de animaes, nem vestigios de objectos d'arte encontrámos; apenas no solo adjacente topámos com algumas lascas de silex.

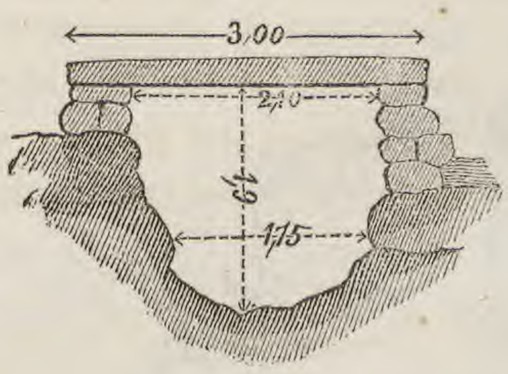


Fig 70

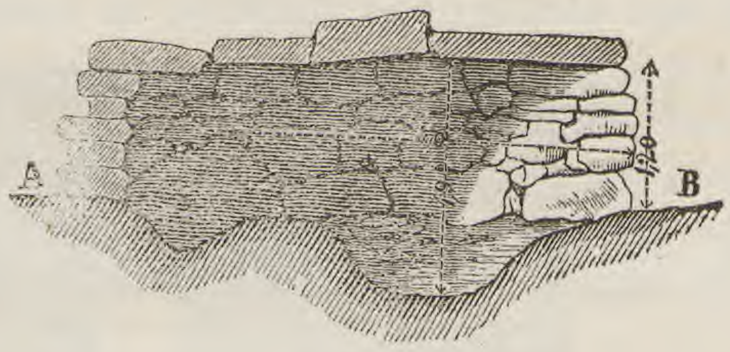


Fig. 71

O segundo monumento está a 2,5 kilometros para o poente do dolmen de Monteabrão e uns 500,^{m}0 ao N. do casal de Colaride, fig. 72, 73, 74. É

Fig. 72

uma casa com quatro paredes levantada sobre uma chapada de calcareo sensivelmente horisontal, e que, á primeira vista, mais parece edificio recente do que uma construcção prehistorica. Effectivamente além de ter em planta uma fórma geometrica bastante regular, nota-se tambem uma tal ou qual regulari-

dade nos paramentos das paredes que denuncia um certo adiantamento na arte de traçar e de construir semelhantes edificações. O que todavia destôa d'este conceito é a alvenaria ser muito grosseira, e a grandeza das lages que servem de cobertura, fig. 74, e que são dois monolithos de calcareo taes quaes fo-

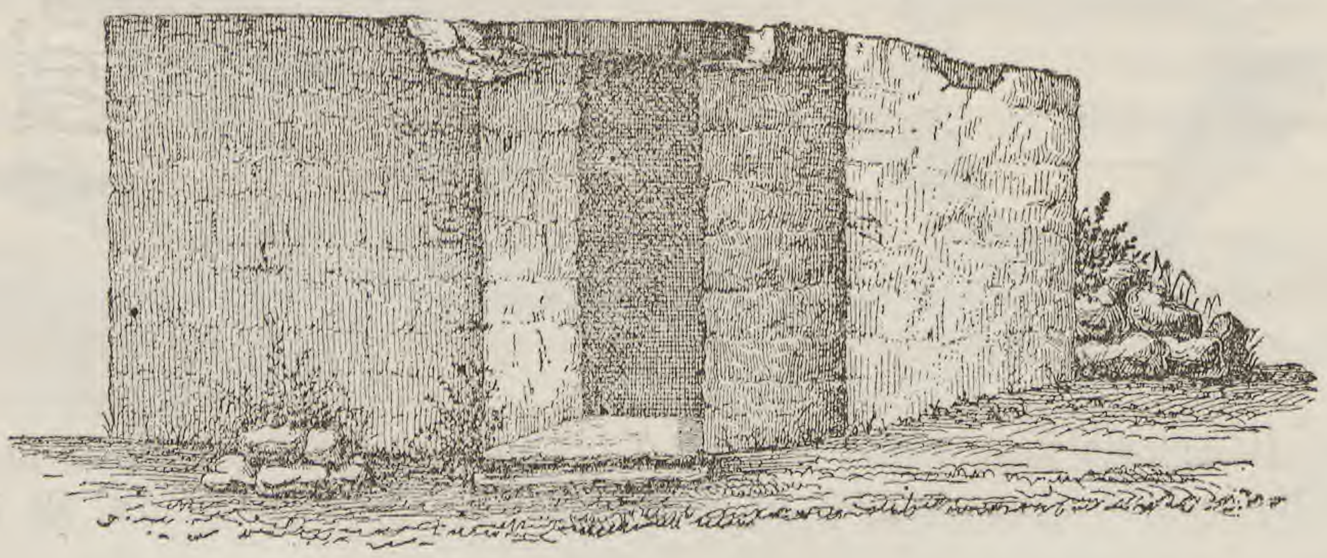


Fig. 73

ram extraidos da camada do solo subjacente, apresentarem a feição dos monolithos dolmenicos.

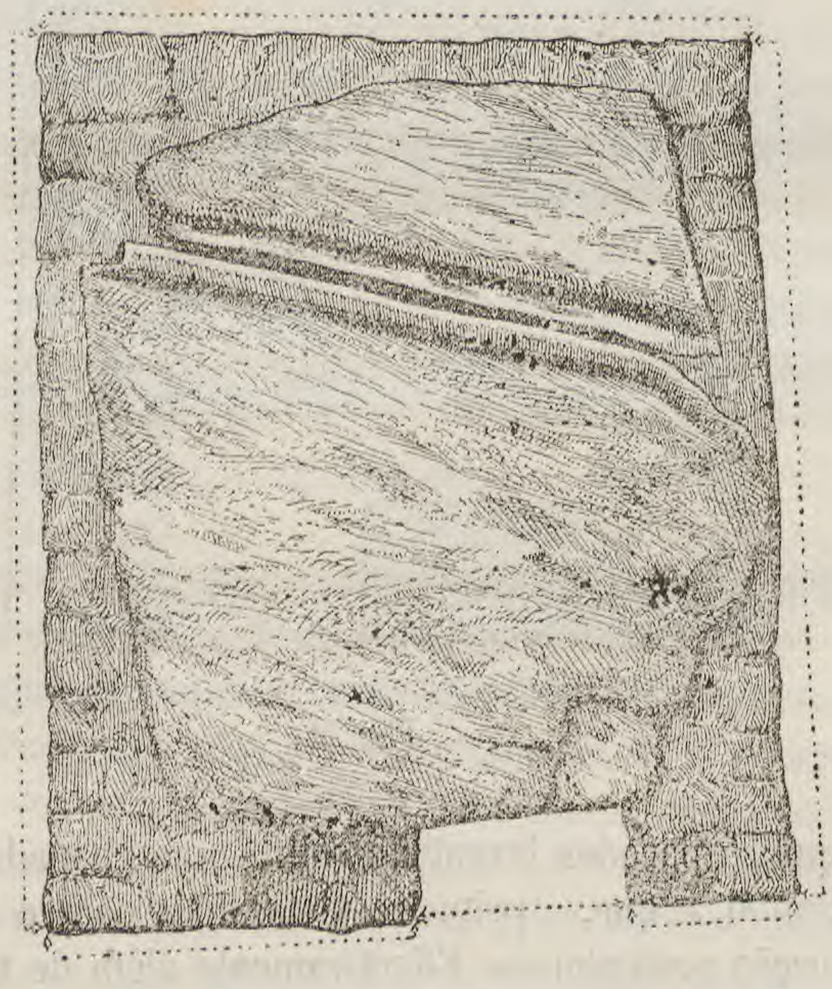


Fig. 74

Fizemos explorar o interior d'esta pequena casa e nenhuma revelação se nos offereceu; só no solo visinho, a poucos metros de distancia, é que topamos com alguns quartzites lascados grosseiramente, mas que parece pertencerem a restos de diluvium que por ali se veem.

Segundo testemunham os moradores da localidade esta pequena casa foi modernamente rebocada no interior para melhor abrigar do frio e da chuva a um guarda que o proprietario do solo ali mandava collocar na occasião da colheita dos fructos; não tendo porém o mesmos moradores a mais remota noticia de quem e quando se construiu semelhante casinha. Como quer que seja monolytos como os do tecto d'esta casa só eram empregados nos tempos prehistoricos.

Para completar a noticia que nos propozemos dar no que toca ás estações de Monteabrão e Estria accrescentaremos que entre o primeiro d'estes sitios e o Casal de Colaride que lhe fica a 2,5 kilometros para o poente, encontramos vestigios de quatro officinas de instrumentos de silex. A materia prima extraiam-n'a da propria localidade onde se vê descoberto o andar de calcareo de Rudistas da formação cretacea que encerra a silex, já em leitos e massas lenticulares e reniformes, ja na zona de contacto dos calcareos com os basaltos por onde teve logar a emmissão subterranea.

Os indicios da existencia d'estas officinas estão patentes não só nas muitas lascas e nucleos d'esta rocha que ainda se veem espalhados pela superficie do solo, como nos rabotalhos de instrumentos por acabar e que denunciam o logar da officina. Deparam-se com estes indicios entre os dolmens da Pedra dos Mouros e Monteabrão, entre este e o da Estria, proximo do Casal da Barota, e bem assim n'um sitio situado 2:800^{m},0 a S O. de Bellas onde parece que houve um fabrico mais desenvolvido. Este sitio, conhecido pelo nome de «Pedreira do Carrascal», denuncia-se á primeira vista pelo agreste da vegetação e pela rudesa das rochas que á superficie do solo se manifestam em massas de calcareo durissimo de varias grandesas. Aqui lavram-se ainda as camadas de calcareo, mas estas eram, e ainda são cobertas por bancos de calcareo tão silicioso que se transforma aqui e ali em silex branco acinzentado côr de leite. Eram estas camadas siliciosas do cretaceo superior que os homens da pedra polida tambem lavraram para o fabrico dos seus instrumentos e utensilios.

Pelo que fica referido é natural presumir que houvesse por aqui uma grande população na época da pedra polida: mas como estes calcareos são desprovidos de cavernas devemos suppor, que ella se accommodaria em choças ou barracas de matto, que desappareceram com os seus habitadores; se é que uns renques de pedras cravadas no solo abrangendo superficies geometricas de seis a 20 metros quadrados, não são os vestigios d essas primitivas ha-

bitações, como se vê por exemplo proximo ao dolmen de Estria, e em diversos sitios que d'aqui conduzem para Pedreira do Carrascal, para o Casal da Barota, etc. A nosso ver, semelhantes vestigios não podem ter outra significação senão esta.

O viajante que deixar as cercanias de Bellas e se dirigir para o poente, ao cabo de 16 kilometros de caminho, encontrará a serra de Cintra. É a montanha mais pittoresca que se conhece nos arredores de Lisboa, formada na sua maior parte de rochas granitoides e porphyros pheldspaticos, cortada por numerosos veios de trachite e filões de diorite, e que, pela sua composição mineral e mais phenomenos que n'ella se observam, resume a historia geologica de parte da nossa região, desde as formações jurassicas até ao periodo quaternario.

Subindo a ingreme encosta que de S. Pedro de Cintra conduz para a cumiada da serra, ou a que da villa de Cintra tambem conduz para a mesma cumiada, atravessasse um tracto de solo onde a natureza prodigalisou todos os elementos para n'elle se crear a mais amena e encantadora paisagem.

Ganhando o cume da serra e buscando o ponto mais alto d'ella, chega-se ao sitio denominado do Monge, accusado por uma pyramide geodesica de 1.ª ordem com a altitude de 488^{m},0. Ali, proximo da base da mesma pyramide depara-se com uma excavação aberta no porphyro e na rocha granitoide com a fórma, grandeza e disposição revelados nos desenhos que adiante se veem.

A fig. 75, mostra a planta da excavação, a qual se divide em duas partes; uma circular e que formava o recinto do edificio, com 4^{m},5 de diametro e 3^{m},5 de altura; a outra, é o vestibulo descoberto, ou galeria do mesmo edificio, de fórma irregular, tendo 6^{m},5 de comprimento, por 6^{m},0 de maior largura. As paredes d'esta excavação acham-se revestidas com pedra secca, de porphyro e de granito sem apparelho algum.

Grossas pedras de granito e porphyro, artificialmente dispostas como deixa ver a fig. 76, formavam com os seus topes as paredes interiores do recinto.

Da construcção do recinto dão idéa as fig. 76, 77; por ellas se conhece que tem a fórma em zimborio, no vertice do qual haveria provavelmente uma lage que movendo-se facilitaria a corrente de ar. A galeria ou vestibulo, irregular na fórma, como mostra a planta, é limitada de cada lado por uma parede tosca de pedra solta fig. 78.

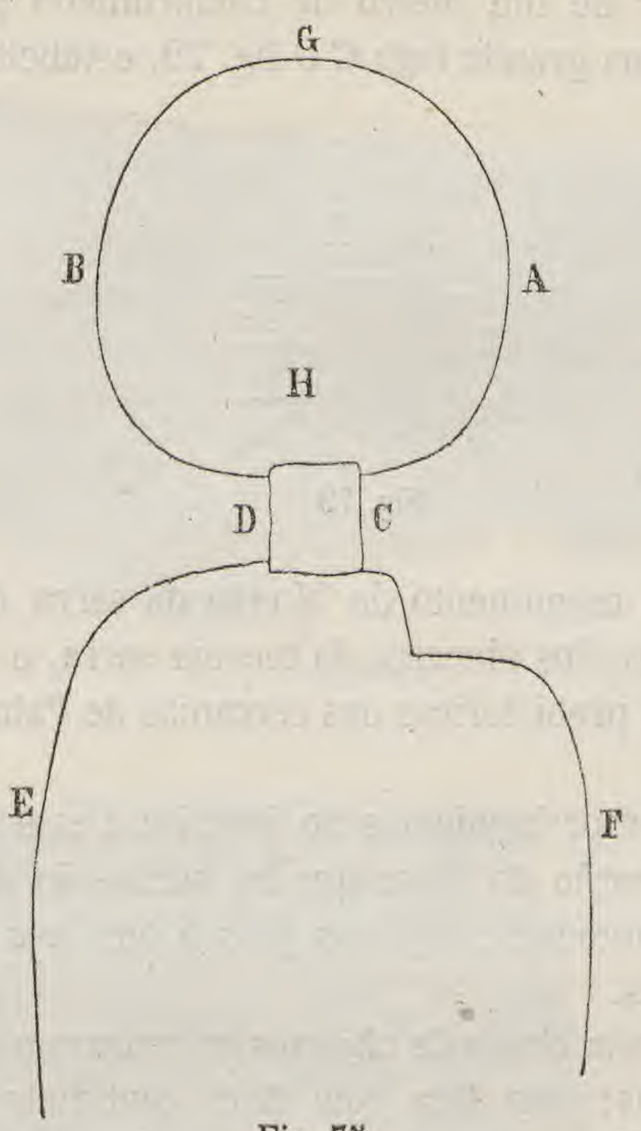


Fig. 73

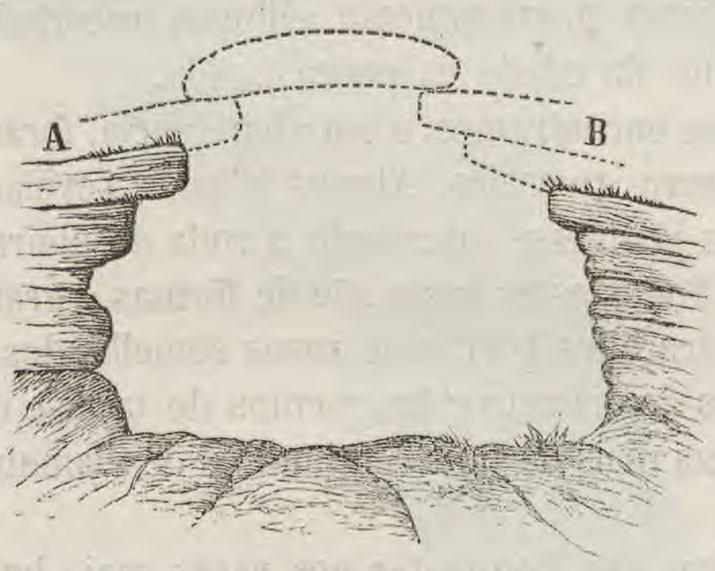


Fig. 76

Fig. 77

Fig. 78

Emfim um corredor de um metro de comprimento por 0m,4 a 0m,5 de largura, e coberto por uma grande lage *C D* fig. 79, estabelecia o accesso entre estas duas peças.

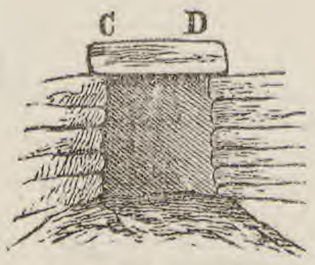


Fig. 79

Tal é em resumo o monumento do Monge da serra de Cintra situado a cima de um dos mais elevados pincaros da mesma serra, e cuja fórma faz lembrar as grutas artificiaes prehistoricas das cercanias de Palmella, do outro lado do Tejo.

A exploração que emprehendemos no interior d'este edificio alguma luz lançou sobre a determinação do logar que na successão dos tempos primitivos compete a este monumento; vejamos pois o que nos revelam os productos d'arte ali exhumados.

Silex lascados.—D'esta classe de objectos encontraram-se sómente algumas lascas de silex afeiçoadas; uma faca com doze centimetros de comprimento podendo tambem servir de serra, mostrando uma das extremidades preparada para raspar; e um instrumento de fórma proximamente elliptica recortado em volta, todos com a feição de objectos da edade da pedra polida.

Ceramica.—Os outros despojos que encontramos, e em abundancia, foram fragmentos de vasos fabricados de barro grosseiro. Alguns d'estes revelam trabalho mais cuidadoso no qual talvez já tivesse intervindo a roda do oleiro; outros foram porém fabricados á mão. Todos estes vasos são de fórmas e grandezas mui variaveis, encontrando-se entre elles boccas de vasos semelhantes a talhas com dez a cincoenta centimetros de diametro; fragmentos de taças e de tigellas, e pequenos vasos que não teem mais de dois centimetros de diametro por um e meio de altura.

Os lavores em *chevron* e em xadrez são frequentes nos vasos mais bem acabados d'esta estação, de modo a fazer lembrar as ornamentações dos vasos que se encontraram nas grutas artificiaes de Palmella. As fig. 80, 81, representam em metade da grandeza natural dois specimens com estes desenhos.

Encontramos tambem um pequeno cone de oligisto terroso com signaes inequivocos de ter sido raspado: é muito natural que tivesse servido para obter d'elle o pó vermelho com o qual corassem a banha destinada a untar ou a pintar o corpo.

Fig. 80

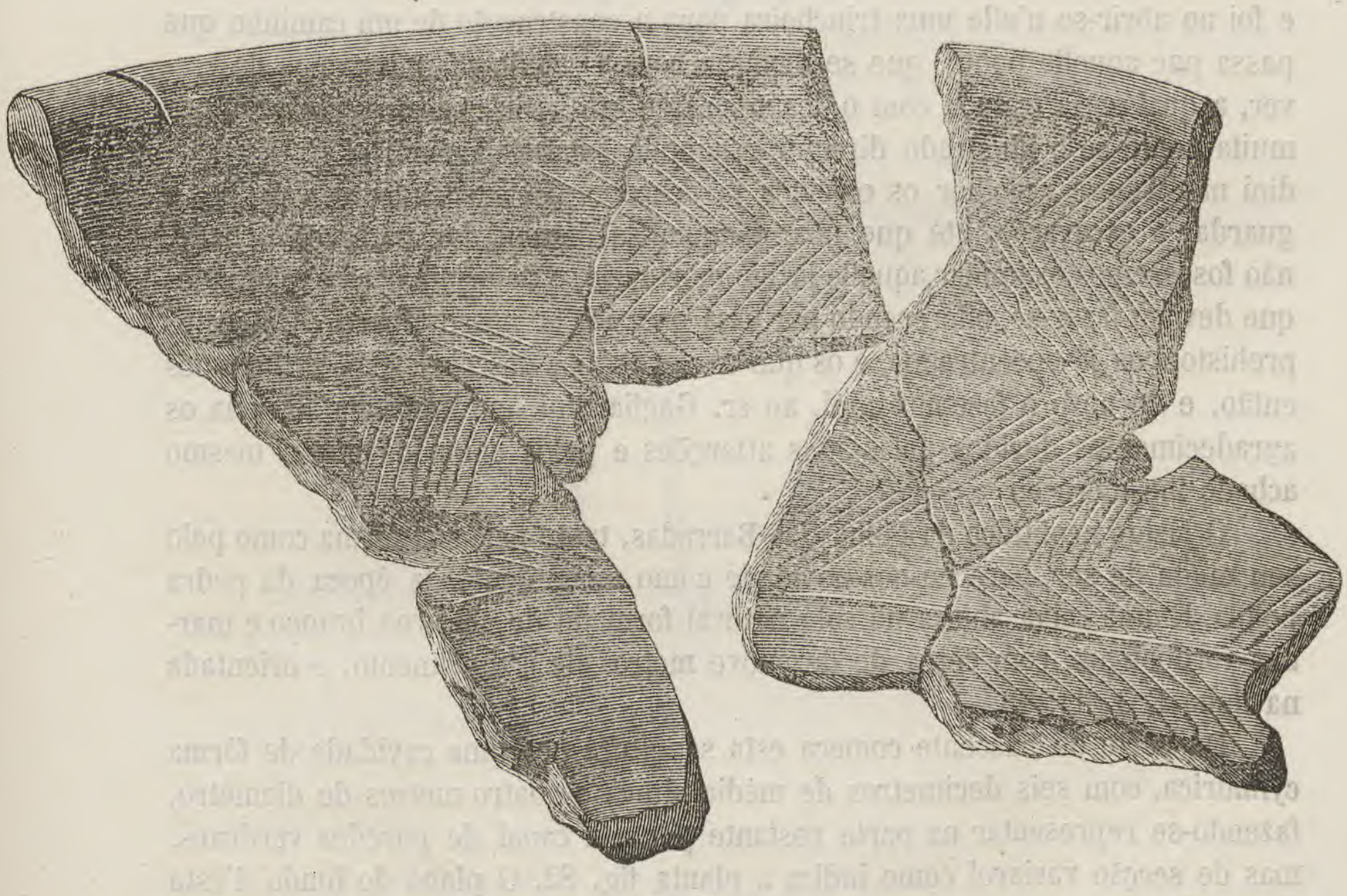


Fig. 81

O que tambem se encontrou n'este sitio foi uma grande quantidade de seixos ellipticos soltos, de granito e de porphyro, pertencentes ás alluviões das torrentes que sulcam as vertentes da serra, alguns d'elles com vinte e

trinta centimetros de eixo maior, os quaes foram indubitavelmente para ali levados do leito das torrentes proximas, e talvez por motivos semelhantes aos que tambem fizeram transportar para odolmen de Monteabrão os seixos que ali vimos e de que demos noticia a pag. 61.

Este monumento do Monge da serra de Cintra pela fórma, e pela abundancia da ceramica que encerrava, leva-nos a collocal-o na época de — transição da edade da pedra polida para a dos metaes.

Ha ainda sobre a cumeada d'esta montanha um dolmen no sitio de Adro-Nunes do qual já se tem dado noticia, mas não nos consta que tivesse sido explorado. Encontra-se entre o Monge e o Cabo da Roca.

Completaremos a noticia dos monumentos prehistoricos d'estas localidades, mencionando uma sepultura da edade neolitica encontrada no sitio da «Folha das Barradas», dentro da quinta regional de Cintra seis kilometros a NNE. da villa d'este nome. O solo pertence á formação tercearia miocene lacustre: e foi ao abrir-se n'elle uma trincheira para a construcção de um caminho que passa por aquelle ponto, que se deparou com a sepultura que vamos descrever, a qual seria tratada com o despreso que estas coisas costumam sel-o, por muita gente se o illustrado director d'aquelle estabelecimento o sr. Gagliardini não fizesse recolher os objectos já descobertos, suspender o trabalho, e guardar a excavação, até que nós, a quem se dignou dar parte do achado, não fosessemos examinar aquelle jazigo mortuario, e determinar as explorações que deviam fazer-se, offerecendo por essa occasião ao nosso Museu os objectos prehistoricos já encontrados, e os que de novo ali se descobrissem. Tributamos então, e de novo o fazemos aqui, ao sr. Gagliardini, em nome da sciencia os agradecimentos devidos pelas suas attenções e pelos cuidados que o mesmo achado lhe mereceu

O jazigo neolithico da Folha das Barradas, tanto pela sua fórma como pelo seu modo de ser, pareceu-nos novidade como monumento da época da pedra polida. É uma caixa aberta no solo natural formado de calcareo branco e marnes verdoengos, com cerca de dezenove metros de comprimento, e orientada na linha E O. fig. 83.

Da parte do nascente começa esta sepultura por uma cavidade de fórma cylindrica, com seis decimetros de média altura e quatro metros de diametro, fazendo-se representar na parte restante por um canal de paredes verticaes, mas de secção variavel como indica a planta fig. 82. O plano do fundo d'esta sepultura tem um pendor para o poente, mas muito mais suave do que o da superficie natural do solo, de modo que no extremo da mesma sepultura encontram-se os dois planos. No fundo da sepultura está aberto um pequeno rego ou canal, em quasi todo o comprimento d'ella provavelmente para dar escoamento ás aguas pluviaes que atravessassem os objectos inhumados e a terra

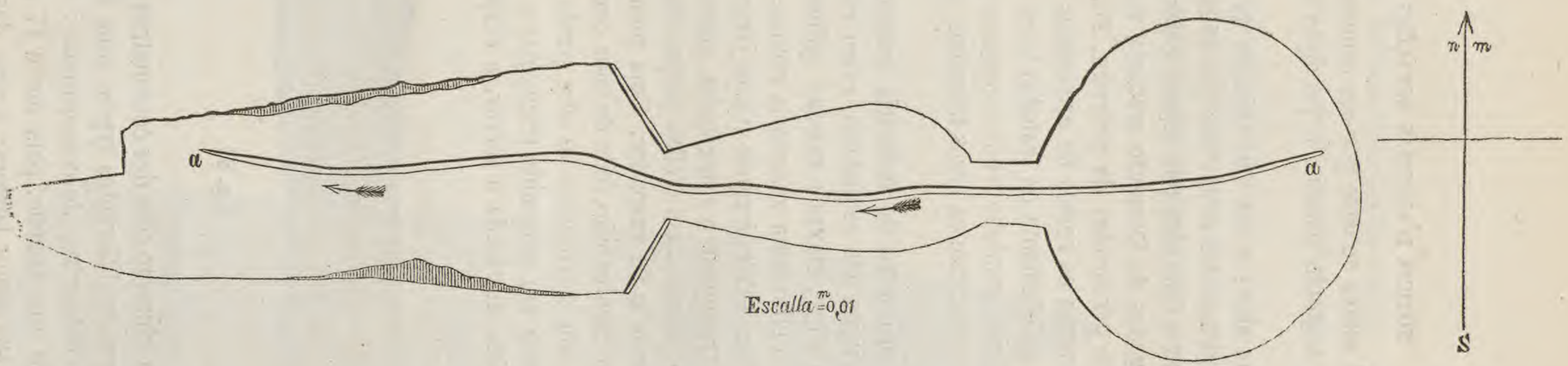


Fig. 82

que os envolvia, o qual estava coberto por um capeamento de pequenas lages de basalto para evitar, segundo parecia, o prompto obstruimento do mesmo rego.

A parte circular, ou antes o extremo oriental da sepultura era destinada a receber os despojos mortaes dos individuos que ali se inhumavam. Estava repartida em compartimentos limitados por septos, cujas paredes divisorias eram formadas por lages delgadas da formação cretacea visinha, mas sem apparelho, ou taes quaes foram arrancadas da pedreira. Foi dentro d'estes compartimentos que se encontraram os restos de esqueletos humanos e a sua respectiva mobilia funeraria. Infelizmente os trabalhadores que andavam empregados na abertura do referido caminho tendo começado por esta parte do jasigo, demoliram os septos e quebraram os ossos humanos, que aliás eram e são extremamente frageis.

Pelo que toca aos productos de industria humana encontrados na parte cylindrica da excavação junto aos esqueletos, eram elles de diversas classes a saber: instrumentos de silex; clavas e massas cylindricas de calcareo; e vasos de barro. Daremos d'elles uma summaria noticia.

Instrumentos de silex.—Colligiram-se n'este jazigo umas sete facas de silex cinzento de secção triangular e trapesoidal, algumas com 13 a 14 centimetros de comprimento, sendo duas d'ellas preparadas para cortar e serrar e uma para servir de formão e de raspador. Uma ponta de flexa muito semelhante ás encontradas em Monteabrão, feita de silex cinzento listrada em branco e de bonita apparencia; um instrumento de silex pardo cinzento de fórma muito pouco regular terminando em pyramide triangular e ponteaguda, fig. 83 de modo que parecia ter sido destinada a serrar, a raspar e riscar.

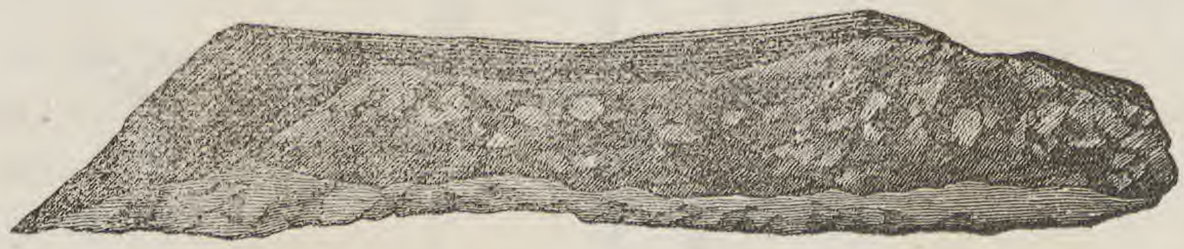


Fig. 83

Um punhal de silex cinzento com dez centimetros de comprimento fig. 84.

Duas pontas de lança de differentes typos: uma fig. 85 de silex avermelhado com cerca de 15 centimetros de comprimento: a outra fig. 86 de silex cinzento, muito maior do que aquelle, pois mede 17 centimetros de comprimento e cerca de 7 na sua maior largura; é uma das mais explendidas pontas de lança que temos encontrado, e que só tem como rival nas nossas collec-

ções aquella que se achou no dolmen de Monteabrão e que está figurada a pag. 31 d'esta memoria.

Um nucleo de silex cinzento d'onde foram destacadas lascas com muita regularidade, fazia parte da mobilia funeraria d'este jasigo, e porque apresenta uma fórma muito regular pareceu-nos provavel que tivesse sido objecto de estima ou de veneração.

Fig. 84

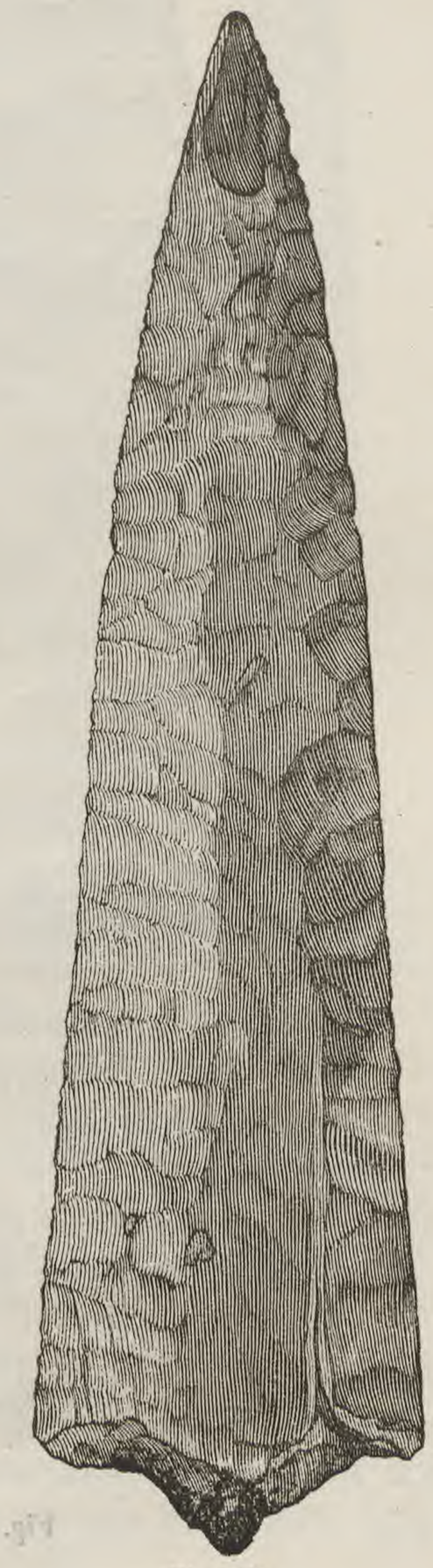


Fig. 85

Fig. 86

Objectos de pedra calcarea.—Com os precedentes instrumentos encontraram-se tambem uma massa ou clava de calcareo subcrystallino do qual as fig. 87 e 88, de dois terços de grandesa natural, dão idéa. É semelhante ás encontradas no dolmen de Monteabrão e descriptas a pag. 39 e 40 d'esta me-

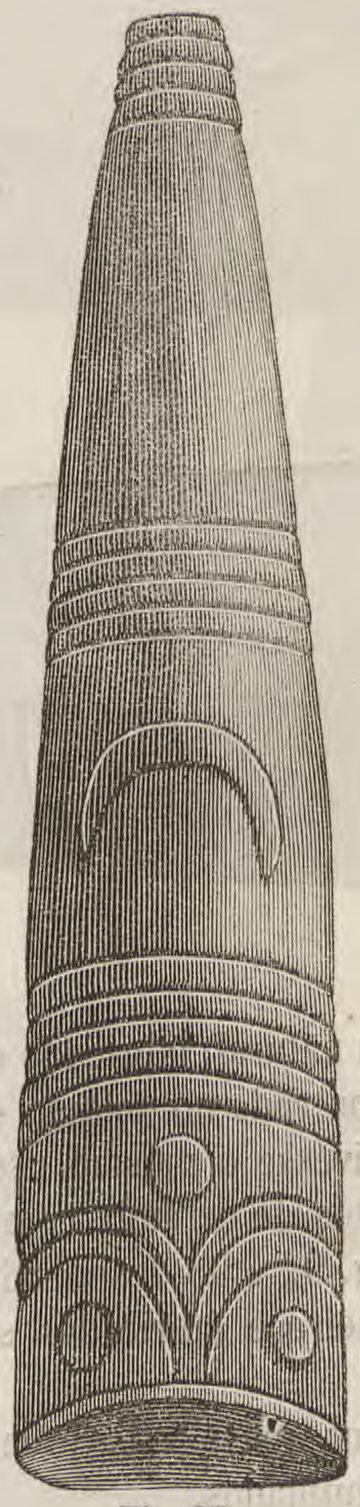


Fig. 87

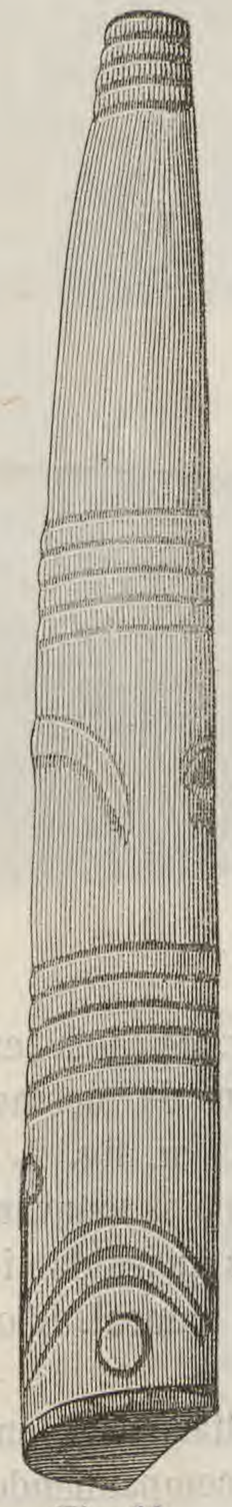


Fig. 88

moria, e naturalmente seria destinada aos mesmos usos; nota-se porém n'esta um trabalho mais aprimorado do que nas clavas de Monteabrão, offerecendo lavores, singelos sim, mas mais desenvolvidos. Egualmente notamos que um dos baixos relevos esculpidos na parte convexa d'esta nova clava como mostra a fig. 87 muito se assemelha ao crescente.

Tambem deparamos n'este jasigo com dois cylindros de marmore fig. 89 e 90

(um terço de grandesa natural) o maior d'elles pezando 5.235 grammas e por isso bem pouco manuseavel. Fazem lembrar pela fórma outros cylindros tambem de calcareo encontrados em diversas estações de pedra polida dos districtos de Lisboa e de Leiria e que se veem nas collecções do nosso museu, mas de muito menores dimensões.

Fig. 89

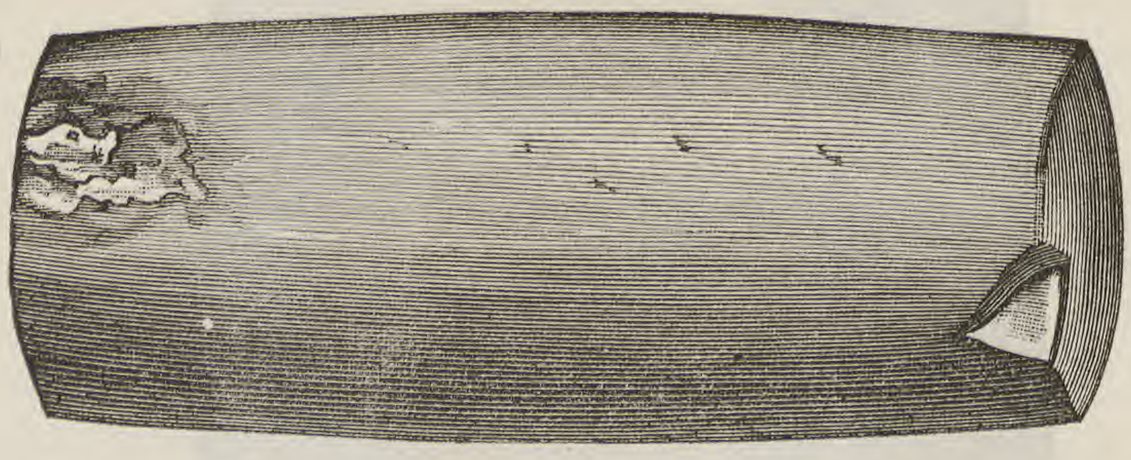


Fig. 90

Uma lamina fig. 91 (dois terços de grandesa natural) fabricado de calcareo e semelhante á lamina da mesma substancia encontrada no dolmen da Estria e representada na est. VII, fig. 2, é de crer que tivesse o mesmo uso.

Com estes despojos estavam tambem objectos de ceramia como tigellas e pequenos vasos dos quaes dão idéa as quatro fig. 92 a 95 desenhadas nos dois terços da grandesa natural. São de barro grosseiro e fabricados sem auxilio da roda de oleiro.

Todas estas alfaias e utensilios estavam na parte cylindrica do jasigo como já se disse, acompanhando os esqueletos humanos.

Além d'estes objectos d'arte encontramos tambem seixos rolados de fórma eliptica, os maiores não tendo mais de dez centimetros de eixo maior e sendo em geral de quartzite de differentes côres e de procedencia diluvial. Teriam n'esta sepultura o mesmo emprego que semelhantes seixos tiveram no jasigo do dolmen de Monteabrão? Parece-nos que sim.

Fig. 91

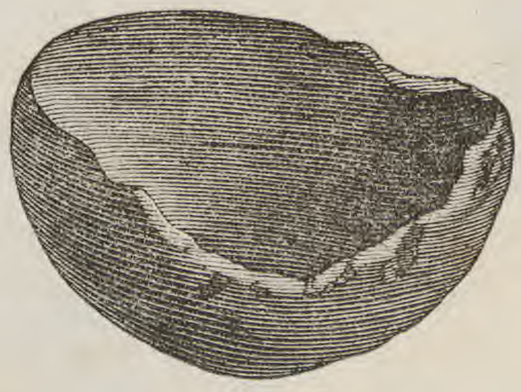


Fig. 92

Fig. 93

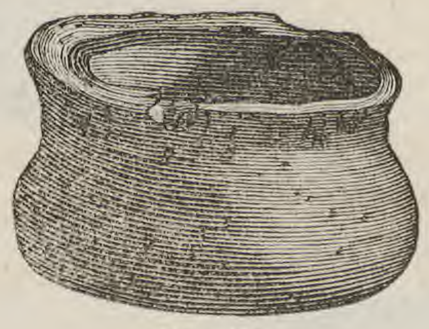


Fig. 94

Fig. 95

Em fim o numero dos individuos que foram inhumados n'este jasigo não pode ser determinado precisamente, mas querendo apreciar-se esse numero pelos dentes encontrados no mesmo jasigo, como já fizemos para Monteabrão, não corresponderá o seu numero a menos de doze esqueletos, contando creanças que não eram menos de quatro.

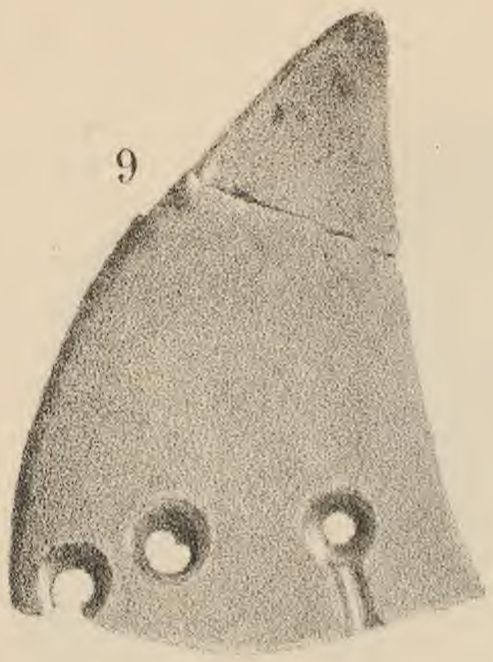
Em geral toda as peças osseas eram extremamente frageis em razão de estarem muito alterados pela acção do *meio* onde foram encontrados; apenas se poderam obter alguns, mas poucos ossos longos inteiros; e entre estes dois humerus com as cavidades olecraneanas perfuradas.

Foram tambem exhumados d'este jasigo, grande quantidade de ossos da cabeça, mas todos em tal estado que não foi possivel restaurar um craneo, apenas algumas peças, e essas imcompletas.

Observaremos ainda que o gastamento dos dentes molares caninos e incisivos, era geralmente horisontal, como são a maior parte dos que se enconram nos outros dolmens do paiz.

Findaremos aqui esta parte da memoria, e opportunamente descreveremos as cavernas artificiaes de *Palmella*, as quaes offerecem subido interesse debaixo de muitos pontos de vista.

9



5

6

4

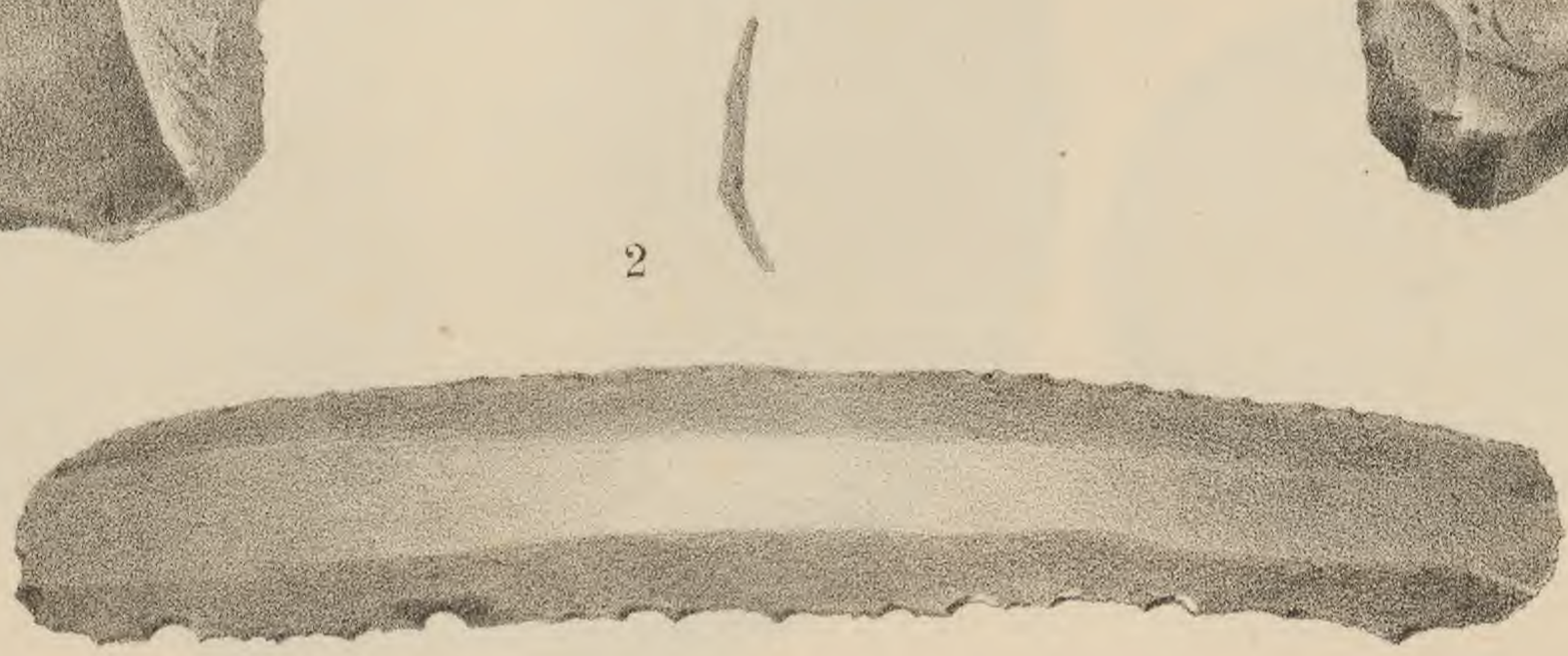
1

3

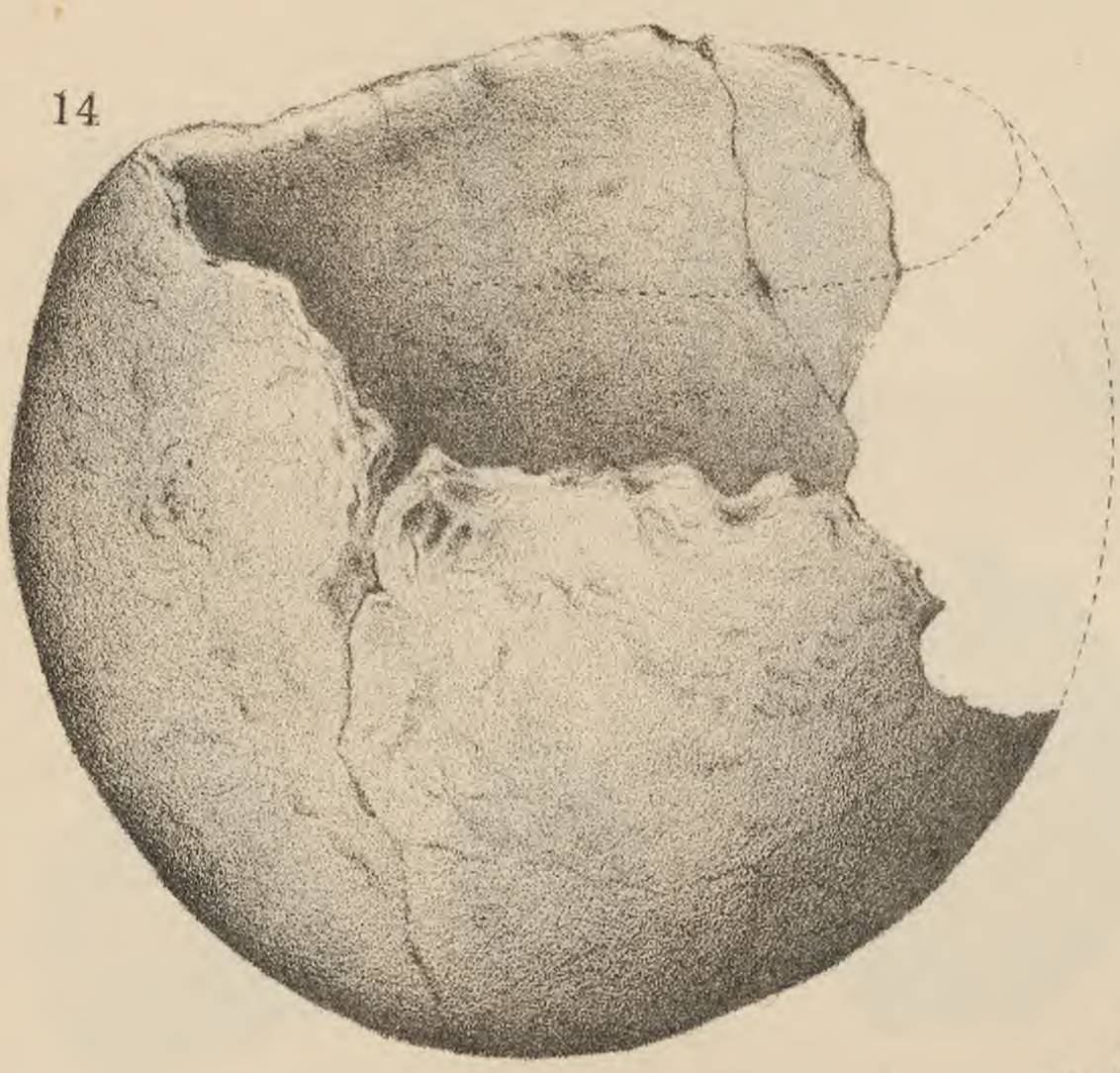
8

7

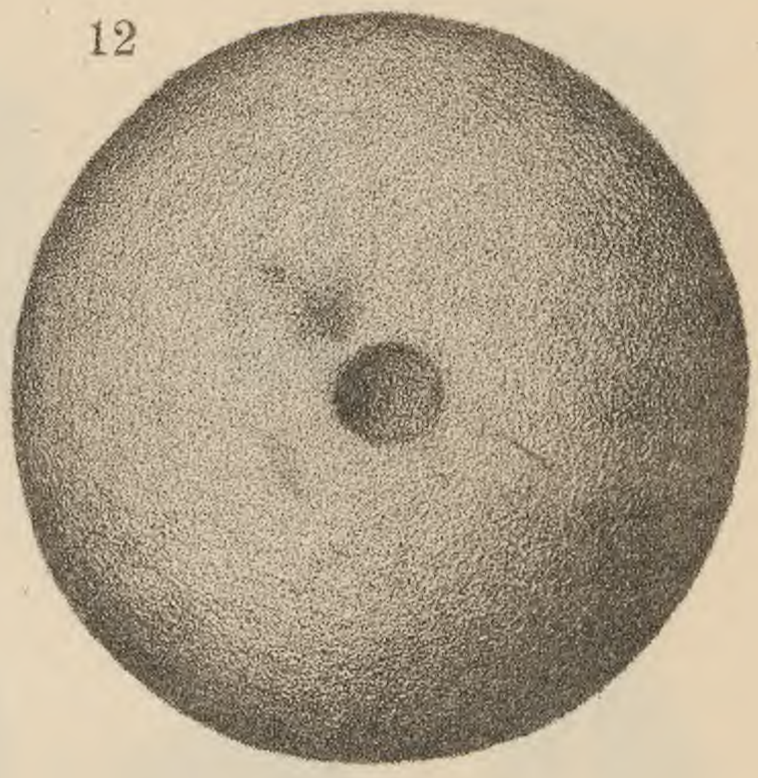
2



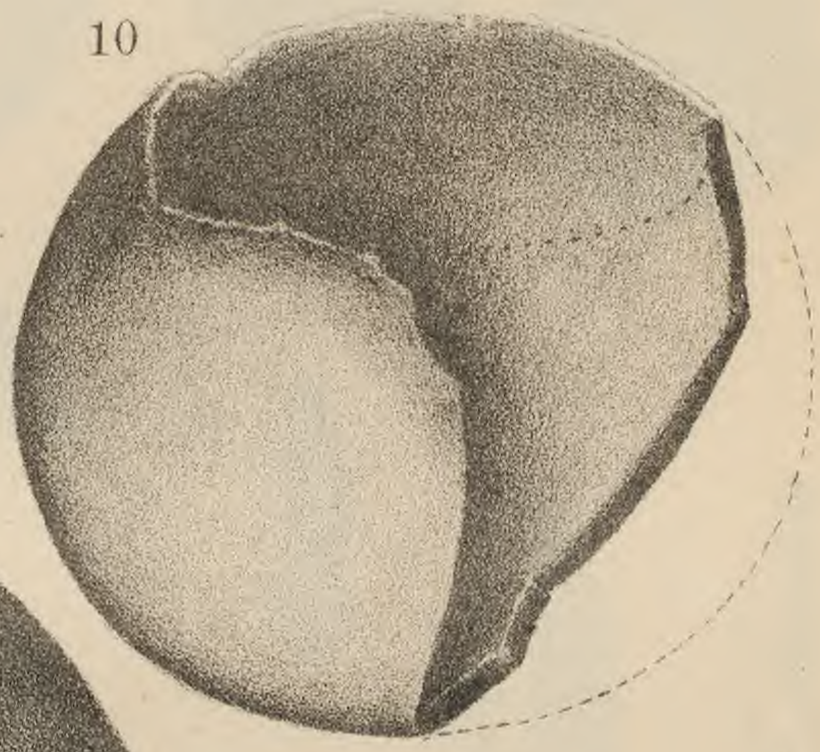
14



12

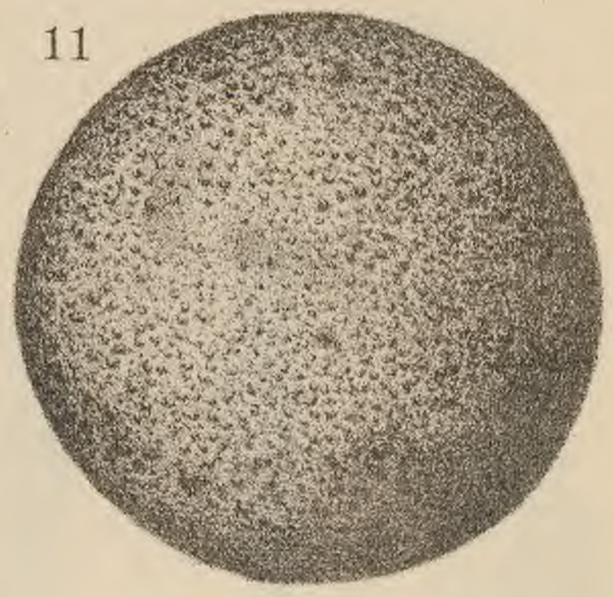


10



13

11



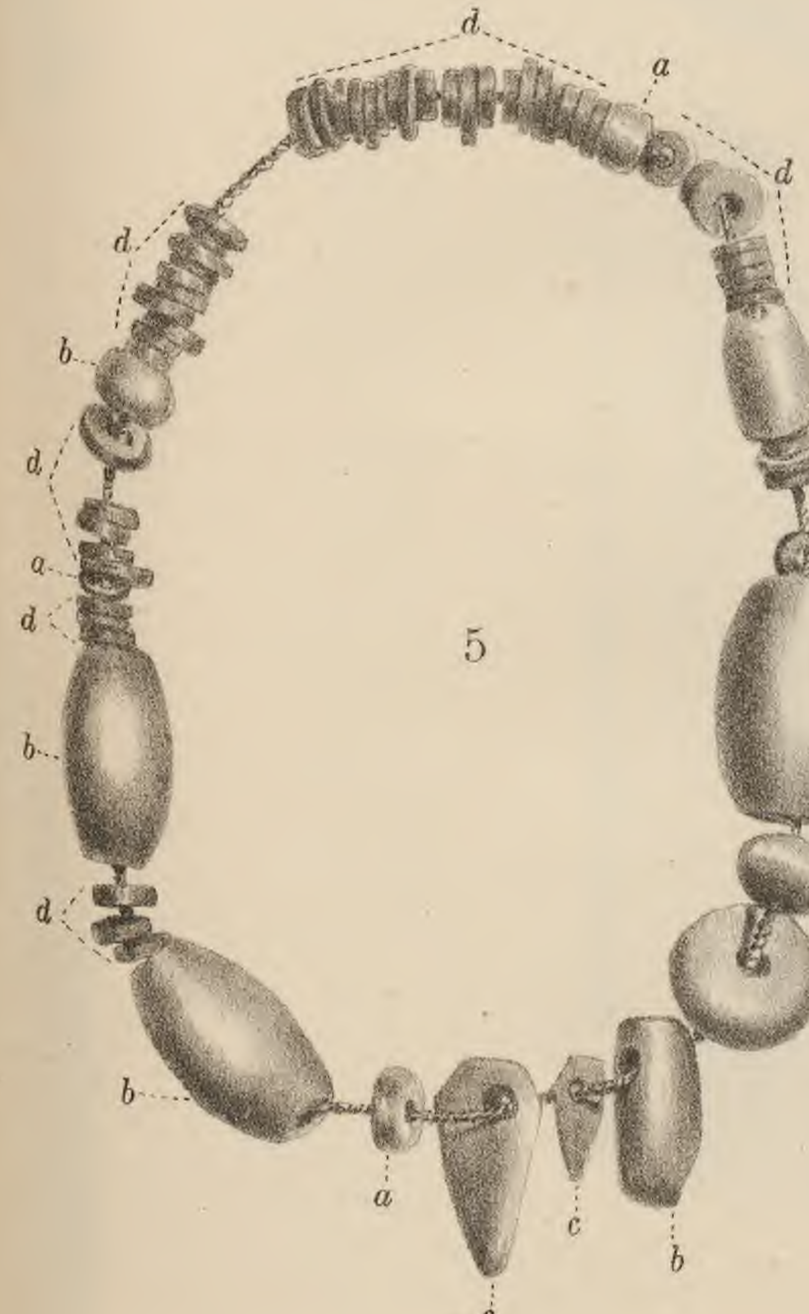
Officinas da Direcção Geral dos Trabalhos Geodesicos - 1879 -

Est. III.ª

L.Couceiro des.

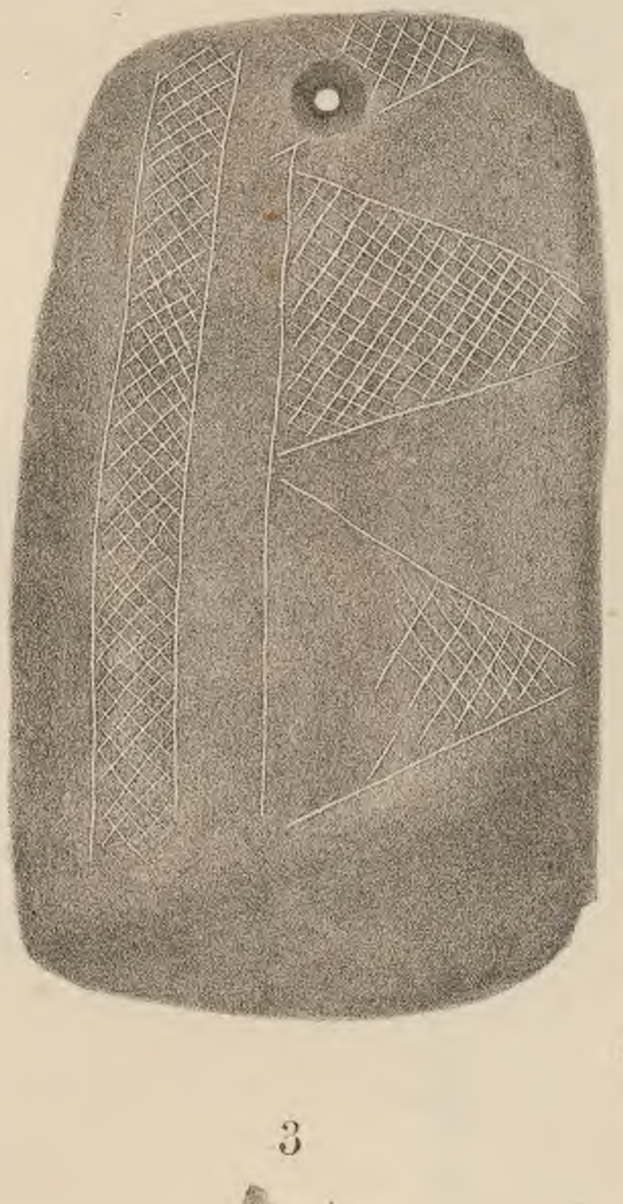
Pavia est.-Lith. Tr. da Estrella, 28

1

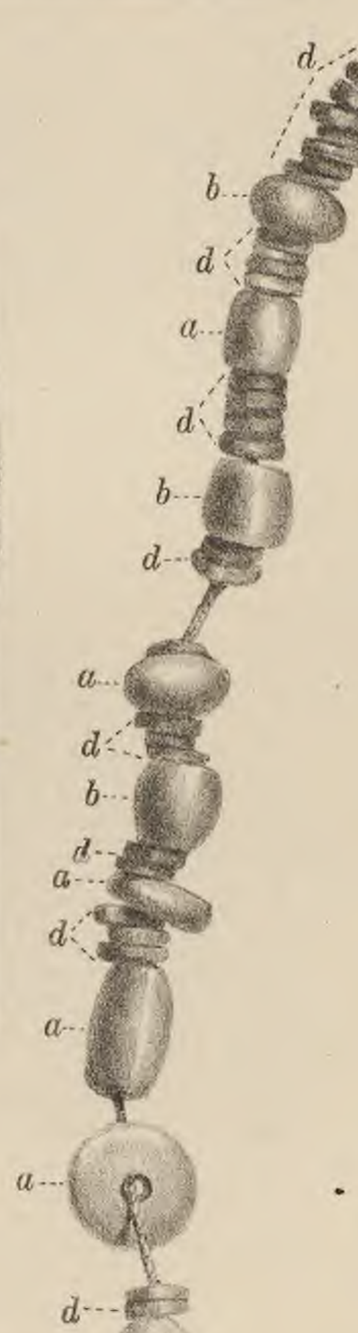


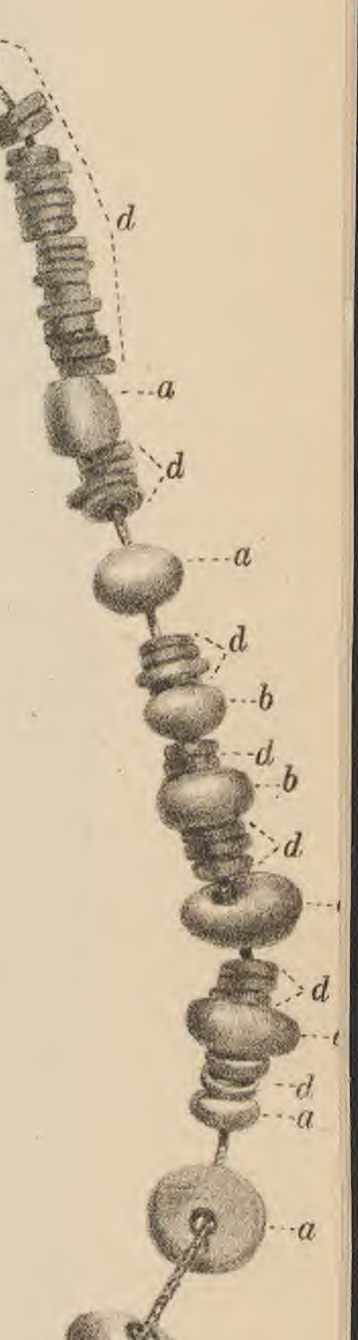
5

2



3





4

E. Pimentel, des.

Pavia est.-Lith. Tr. da Estrella, 28

Est. V.ª

E. Pimentel des.

Pavia est.-Lith. Rua do Moinho de Vento -60

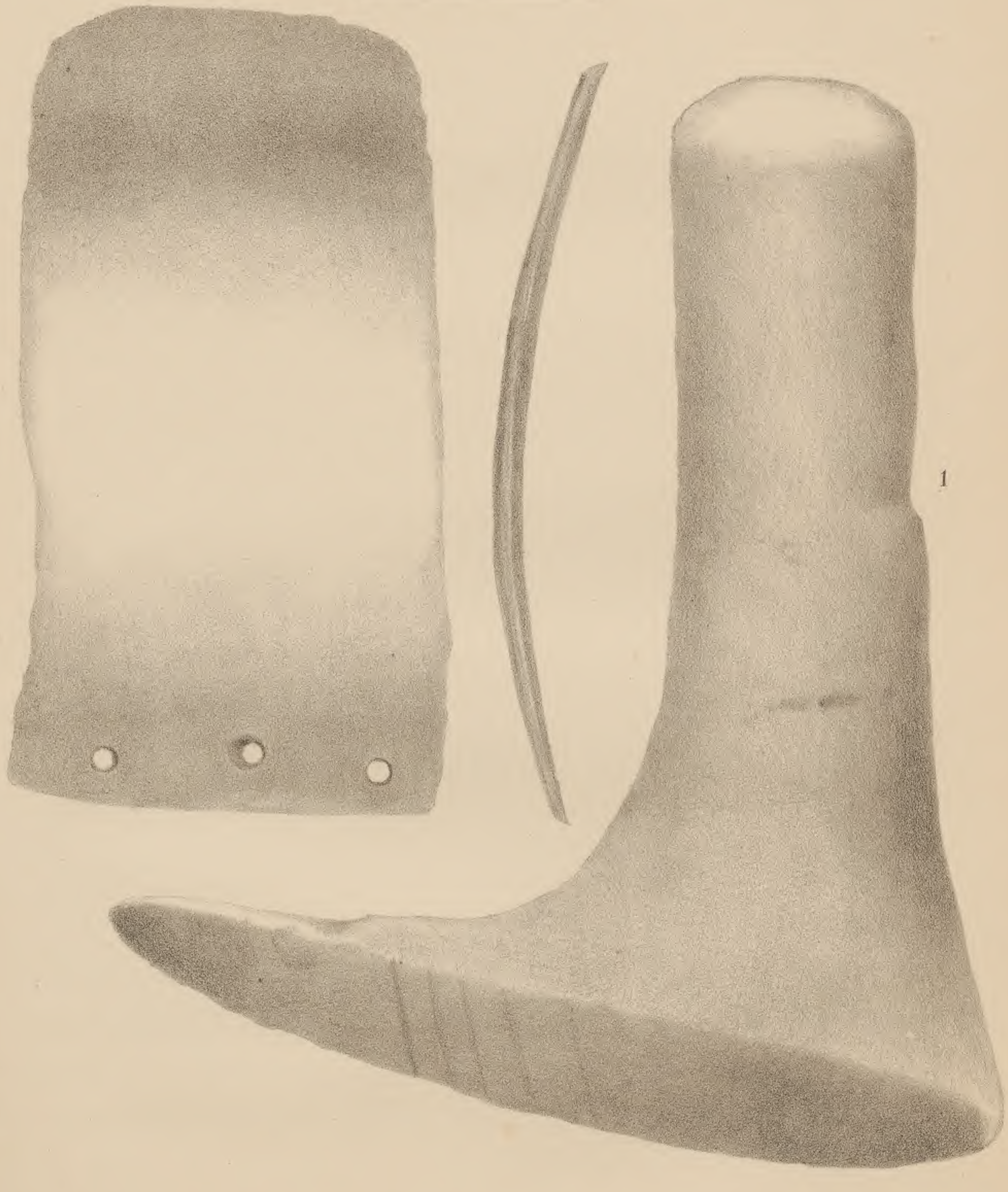
1

2

E. Pimentel des.

Pavia est. Lith. Rua do Moinho de Vento - 60

2



1

E. Pimentel, des.

Pavia est. – Lith. Rua do Moinho de Vento-60

ESTUDO

SOBRE O DESLOCAMENTO D'UM SOLIDO INVARIAVEL NO ESPAÇO

MEMORIA

OFFERECIDA

Á ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA

PELO SOCIO EFFECTIVO

LUIZ PORFIRIO DA MOTTA PEGADO

INTRODUCÇÃO

No *Estudo sobre o deslocamento d'um solido invariavel no espaço*, que temos a honra de offerecer á *Academia Real das Sciencias de Lisboa*, foi nosso principal intento demonstrar geometricamente a seguinte proposição, de que apenas conheciamos o enunciado: *todo o solido invariavel, ou geometrico, pode ir d'uma posição no espaço para outra por um movimento helicoidal em torno d'uma recta unica e fixa no espaço.*

Enunciada d'este modo, a proposição pode considerar-se como um theorema de *cinematica pura;* é facil, porém, enuncial-a de sorte que ella se converta n'um theorema de geometria.

Teremos então que: *dadas duas figuras eguaes no espaço, existe sempre uma recta, e só uma, que gosa da propriedade de qualquer das suas partes, considerada como lado d'uma das figuras, ter por homologa na outra figura um segmento egual da mesma recta. Quando duas figuras eguaes estão collocadas no espaço, de modo que dois pontos homologos coincidam, haverá uma recta unica, na qual cada um dos pontos será homologo de si mesmo. Quando os tres lados d'um triangulo componente d'uma das duas figuras eguaes são parallelos aos lados homologos da outra figura, qualquer recta pertencente a uma das figuras é parallela á sua homologa na outra.*

O theorema de cinematica, que ha pouco enunciámos, foi descoberto por um geometra de Florença, Giulio Mozzi, em 1763, unicamente para o caso particular de estarem infinitamente proximas as duas posições obrigadas do solido em movimento.

Em 1860 o celebre auctor da geometria superior, o sr. Chasles, apresentou á *Academia das Sciencias de Paris* uma extensa memoria sob o titulo «*Propriétés relatives au déplacement fini quelconque, dans l'espace, d'une figure de forme invariable.*» O assumpto principal d'esta memoria, como o titulo indica, é tratar do movimento mais geral, pelo qual um solido pode ser transportado d'uma posição no espaço para outra, cuja distancia áquella seja finita, isto é, tratar do movimento helicoidal. O sabio geometra chega a estabelecer a existencia d'um eixo central unico no movimento finito d'uma figura invariavel, servindo-se d'uma serie de novas proposições, muitas das quaes não são certamente menos notaveis do que a proposição final com que corôa tão interessante publicação.

O estudo, que vamos publicar, versa, pois, sobre o mesmo assumpto, que serviu de thema principal á memoria do sr. Chasles, differe comtudo d'elle na marcha seguida para alcançar o desejado resultado e por consequencia nas proposições, que tivemos de estabelecer, para abrir caminho em direcção a elle.

Parecem-nos novos alguns dos theoremas apresentados, bem como as demonstrações de outros; não ousamos comtudo affirmar, que seja certa esta nossa supposição, porque, depois de tantos e tão importantes escriptos, que constantemente estão saindo a publico sobre questões de geometria, é grande ousadia assegurar, que haja novidade em qualquer trabalho que se tenha levado a cabo. O nosso estudo é modesto, não hesitamos em o confessar, não terá o merito da novidade; mas o que é certo, é que para nós eram inteiramente desconhecidas muitas das proposições, que n'elle se conteem, e desconhecidas eram tambem as demonstrações d'outras que a sciencia sem duvida já possuia.

Dividimos o presente estudo em seis capitulos. Os dois primeiros tratam do movimento de rotação d'uma recta no espaço, o terceiro é uma applicação das doutrinas precedentemente estabelecidas a algumas propriedades geralmente conhecidas das superficies concordantes, no quarto e quinto estuda-se o movimento helicoidal d'uma recta no espaço e finalmente no sexto capitulo,

que é por assim dizer o fecho d'esta pequena obra, trata-se do movimento helicoidal d'um solido geometrico, ou d'uma figura invariavel no espaço.

Quando queremos levar uma recta d'uma posição qualquer no espaço para outra, sem nos importarmos quaes são os pontos da primeira que hão de coincidir com pontos determinados da segunda, podemos satisfazer o nosso desejo obrigando a recta a um movimento de rotação, ou a um movimento helicoidal e, tanto n'um como n'outro caso, ha uma infinidade de eixos diversos em torno dos quaes pode effectuar-se o movimento.

Quando o movimento preferido é o de rotação, os eixos, em numero infinito, á roda dos quaes elle pode fazer-se, existem na superficie do paraboloide hyperbolico isosceles, cujos pontos distam egualmente das duas posições da recta, se ellas não estão no mesmo plano, e, se ellas são concorrentes, o logar dos eixos reduz-se a dois planos, um dos quaes se afastará indefinidamente, quando porventura as rectas se tornem parallelas.

Quando, porém, nos não é indifferente que os diversos pontos d'uma recta venham a confundir-se com estes ou com aquelles pontos da outra recta, isto é, quando suppomos dados os pontos homologos, então ha só uma rotação que satisfaça e o seu eixo é uma das geratrizes d'aquelle paraboloide, ou em geral uma recta existente na superficie dos eixos.

Uma recta pode tambem ir d'uma posição para outra caminhando helicoidalmente, e, n'este caso, é notavel, que o numero de movimentos helicoidaes, ou de eixos centraes é sempre infinito, quer se supponham dados os pontos homologos, quer não. N'este ultimo caso os eixos centraes em numero infinito não constituem logar geometrico, ou antes não formam superficie; ao contrario, quando se admitte a existencia de pontos homologos, os eixos em numero infinito, que correspondem a cada systema de pontos homologos, existem na superficie d'um conoide circumscripto a uma certa ellipse. Variando o systema de pontos homologos, muda de posição e de fórma a ellipse directriz do conoide, e, se porventura fôr continua aquella variação, a mesma ellipse, deslocando-se no espaço, gerará um hyperboloide de uma folha escaleno. Uma das geratrizes d'este hyperboloide é a recta n'uma das suas posições obrigadas, e, é notavel, que cada um dos eixos centraes encontra a sua menor distancia áquella posição fixa da recta n'um ponto situado na superficie do hyperboloide.

Tomando, em vez d'uma só recta, um systema de duas rectas, ou de tres pontos não situados em linha recta, em duas posições differentes, podemos começar por abstrair d'uma das rectas, ou d'um dos pontos, para, depois de conhecido o conoide dos eixos centraes, relativo ás duas posições da outra recta, ou dos dois pontos restantes, procurarmos, entre as geratrizes d'elle, quaes são aquellas, em torno das quaes deve mover-se o systema, quando passa d'uma das duas posições para a outra. Reconhece-se então, que ha sempre uma geratriz, e só uma, que satisfaz a esta condição. Uma tal geratriz é evidentemente o eixo central das duas posições do systema. Demonstrada a existencia d'este eixo, podiamos dar por concluida a nossa tarefa, visto que haviamos alcançado, por assim dizer, o alvo para que convergiam as nossas meditações. Tentámos, comtudo, avançar mais um passo, libertando a demonstração do nosso principal theorema de muitas das proposições, sobre que a haviamos fundado, e d'esta ultima tentativa resultaram duas outras demonstrações, evidentemente mais simples do que a primeira, com que rematamos o presente estudo.

CAPITULO I

Dos diversos movimentos de rotação d'uma recta obrigada a passar por duas posições não situadas no mesmo plano

1.—*Duas rectas no espaço são geratrizes do mesmo systema de uma infinidade de hyperboloides de revolução.*

Sejam, fig. 1, AD e BE duas rectas não situadas no mesmo plano e AB a sua menor distancia. Pelo meio V de AB tirem-se as rectas VX e VZ com a condição de formarem angulos eguaes com aquellas duas rectas. Ás rectas assim determinadas chamaremos *bissectrizes dos angulos formados por* AD *e* BE, não obstante sabermos que outras rectas ha que estejam egualmente inclinadas sobre ellas. As bissectrizes de duas rectas no espaço são perpendiculares entre si.

Qualquer das rectas, AD ou BE, girando em torno de VX ou de VZ gera um hyperboloide de revolução, cujo circulo da gola tem o centro em V, o diametro egual a AB e o plano confundido com o plano AT, que passa pelas rectas AB e VZ, ou com o plano AH, determinado pelas rectas AB e VX, conforme a rotação tem por eixo VX ou VZ. Em qualquer d'estes hyperboloides as duas rectas dadas são geratrizes do mesmo systema, visto que por condição ellas não existem no mesmo plano.

Provaremos agora que cada ponto d'uma das duas bissectrizes é centro d'outro hyperboloide de revolução, que tem por geratrizes do mesmo systema as duas rectas dadas e por eixo uma recta parallela ao plano, que passa pela outra bissectriz e pela menor distancia AB. Para este fim tome-se, por exemplo, o ponto F sobre a bissectriz VX e conduzam-se perpendicularmente a esta recta dois planos, um passando por F e outro por AB. É evidente que o se-

gundo d'estes planos contém VZ. Conduza-se depois por cada uma das rectas dadas um plano parallelo á outra e cortem-se estes e os outros planos por dois planos perpendiculares a VZ. Teremos assim formado um parallelipipedo rectangulo. Tirando por F uma perpendicular ás faces oppostas, que passam pelas rectas dadas, e conduzindo pelos pontos G e H, em que ella encontra as referidas faces, perpendiculares GK e HK' ás rectas AD e BE formam-se dois triangulos FGK e FHK' rectangulos em G e H, nos quaes, por serem GK e HK' projecções de FK e FK' sobre as faces oppostas que passam por AD e BE, as hypothenusas FK e FK' determinarão as distancias do ponto F ás duas rectas dadas. E, porque são eguaes as rectas HK', GM e GK, visto que G pertence á bissectriz do angulo DAR, e são eguaes tambem os cathetos FG e FH, segue-se que os dois triangulos rectangulos são eguaes entre si e por consequencia que o ponto F dista egualmente das duas rectas dadas.

Prolongando a recta $K'F$ até encontrar a face JD acha-se um ponto m, que evidentemente deve ser commum á recta indefinida $K'F$ e á sua projecção MGm sobre o plano da mesma face, mas, sendo MK' egual a GH e esta recta dupla de GF, será Gm egual a GM e por consequencia Gm egual a KG. Por serem eguaes estas rectas e eguaes os angulos, que ellas formam com GP, estarão os pontos m e K sobre uma perpendicular a GP e será por tanto Km parallela á bissectriz VX. Logo *o plano $pqq'p'$, que contém as distancias d'um ponto* F *da bissectriz* VX *ás duas rectas dadas, passa pela mesma bissectriz.*

Projectando as rectas FK e FK' sobre a face PE do parallelipipedo, e comparando os triangulos FKp e $FK'q$ rectangulos em p e q, nota-se que elles são eguaes, por serem eguaes as hypothenusas e eguaes os cathetos Kp e $K'q$, e por consequencia que as projecções Fp e Fq são tambem eguaes. D'esta egualdade, e de estar o ponto F a egual distancia das rectas dadas, segue-se que as distancias FK e FK' formam angulos eguaes com a face PE e por tanto que são eguaes os angulos VFK e VFK' formados pela bissectriz VX com as distancias FK e FK' do ponto F ás rectas dadas. Advertindo que é $Fp=Fq$ e $FG=FH$ reconhece-se, que são eguaes os triangulos rectangulos FGp e FHq e por tanto que as rectas Fp e Fq estão no prolongamento uma da outra. É este um outro meio de provar que o plano KFK' passa pela bissectriz VX. Do exposto deduz-se tambem que as projecções de FK e FK' sobre VX são eguaes.

Conduzindo por qualquer ponto A do espaço rectas parallelas á bissectriz VX e ás duas rectas dadas, e por a primeira um plano arbitrario, serão eguaes os angulos formados por este plano com as parallelas ás duas rectas dadas.

Basta projectar no plano as parallelas ás duas rectas dadas e comparar

os angulos triedros formados por cada uma d'ellas com a sua projecção no plano considerado e com a parallela á bissectriz, para se adquirir a convicção de que as duas rectas, ou outras que lhes sejam parallelas, estão egualmente inclinadas sobre todos os planos, que passam por uma bissectriz, ou que lhe são parallelos.

As rectas AD e BE formam, pois, angulos eguaes com o plano $pqq'p'$ e consequentemente formarão tambem angulos eguaes com a perpendicular $F\varepsilon$ ao mesmo plano. Não pode por tanto haver duvida em admittir que as rectas AD e BE movendo-se em torno de $F\varepsilon$ gerem um só hyperboloide de revolução, com o circulo da gola no plano $pqq'p'$, o centro em F e o raio egual a FK ou FK'. E como as rectas AD e BE, porque não existem n'um plano, são geratrizes do mesmo systema do hyperboloide, segue-se que, no movimento de rotação em torno de $F\varepsilon$, uma qualquer d'aquellas rectas ha de necessariamente confundir-se com a outra em alguma das posições que successivamente fôr tomando.

Tudo o que se tem dito para o ponto F é applicavel a qualquer ponto d'uma das bissectrizes VX ou VZ.

2.—Convem observar que o mesmo plano $pqq'p'$ não pode conter dois circulos da gola differentes, porque, devendo as suas circumferencias passar pelos pontos de intercepção do plano com as duas rectas dadas, os centros haviam de ser distinctos, e os raios dirigidos dos dois centros para cada um dos pontos communs ao plano e a uma das rectas AD ou BE seriam perpendiculares a esta recta, e esta circumstancia só poderá realisar-se quando o plano $pqq'p'$ dos dois circulos fôr perpendicular ás duas rectas AD e BE, isto é, quando estas rectas existirem no mesmo plano.

3.—Inversamente qualquer plano conduzido por uma só das bissectrizes VX ou VZ, conterá o circulo da gola d'um hyperboloide de revolução, que passa pelas duas rectas dadas.

Com effeito, qualquer plano $pqq'p'$, por exemplo, que passar por VX, e não fôr parallelo ás rectas dadas, cortará estas em dois pontos K e K' equidistantes de A e B, de lados oppostos do plano AH, que contém AB e VX, e a distancias eguaes d'elle. A recta, que os unir, cortará por tanto a bissectriz VX a angulo recto e será por ella dividida ao meio. A recta VX passa por consequencia por todos os pontos do plano $pqq'p'$ equidistantes de K e K'. Os planos conduzidos por K e K' perpendicularmente a AD e BE encontrarão a face RS do parallelipipedo em duas rectas KG e MG, que se cruzarão n'um ponto da bissectriz do angulo formado por AD com a projecção AR de BE sobre o plano da mesma face. A intersecção dos planos perpendiculares a AD e BE é, pois, uma perpendicular GH ao plano RS, que encontrará VX n'um ponto F, tal que as perpendiculares FK e FK' baixadas d'elle sobre AD

e BE são eguaes. O ponto F é o centro e a recta FK, ou FK' o raio do circulo da gola existente no plano $pqq'p'$.

4.—Os circulos da gola de todos os hyperboloides, de que são geratrizes DA e BE, existem em planos, que conteem uma das bissectrizes VX ou VZ.

Com effeito, devendo estes planos formar angulos eguaes com AD e BE, é essencial que sejam parallelos a VX ou a VZ. Admittindo, porém, que o plano $h'k'k$ d'um circulo da gola seja parallelo a uma das bissectrizes, VX por exemplo, teremos de admittir que por duas rectas AD e BE não situadas no mesmo plano, podem passar dois hyperboloides differentes com os circulos da gola traçados em planos parallelos $h'k'k$ e $pqq'p'$, o que evidentemente é impossivel.

Do exposto conclue-se: 1.º *o plano do circulo da gola de qualquer hyperboloide de revolução, que passa por duas rectas no espaço* AD *e* BE *contém uma das bissectrizes;* 2.º *o logar geometrico dos centros de todos aquelles hyperboloides é formado pelas duas bissectrizes,*

5.—Tomando para eixos coordenados as rectas VX, VA e VZ e designando por p a menor distancia AB das rectas dadas, por σ o angulo d'ellas, por θ o angulo GFp formado por o plano pq' d'um circulo da gola com o plano coordenado AH, e por ψ a distancia VF do ponto V ao centro do mesmo circulo, tem-se

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{Gp}{GF} = \frac{\psi \operatorname{sen}\sigma}{p} \qquad (1)$$

Sendo $\rho = FK = FK'$ o raio do circulo da gola, o triangulo rectangulo FKG dá

$$\rho = \sqrt{\psi^2 \operatorname{sen}^2\sigma + \frac{p^2}{4}} \quad \text{ou} \quad \rho = \frac{p}{2\cos\frac{1}{2}\sigma}\sqrt{\operatorname{tg}^2\theta + \cos^2\tfrac{1}{2}\sigma} \qquad (2)$$

O angulo α formado pela geratriz AD com o plano pq' do circulo da gola acha-se resolvendo o angulo triedro, que tem por arestas KD, Kp e a projecção de AD sobre o plano pq'. Obtem-se por este modo

$$\operatorname{sen}\alpha = \cos\theta \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\sigma \qquad (3)$$

e eliminando θ pela formula (1)

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{p \operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma}{\sqrt{p^2 + \psi^2 \operatorname{sen}^2\sigma}} \qquad (4)$$

No hyperboloide de revolução todas as geratrizes teem o parametro constante e egual ao semi-eixo imaginario, isto é,

$$k = \rho \operatorname{tg} \alpha$$

Eliminando ρ e α d'esta formula obtem-se

$$k = \frac{1}{2} p \operatorname{tg} \frac{1}{2} \sigma \qquad (5)$$

Mudando nas formulas precedentes σ em $\pi - \sigma$ acham-se as formulas correspondentes aos hyperboloides, cujos centros estão em VZ. Designando por k' o parametro d'estes hyperboloides é

$$k' = \frac{1}{2} p \cot \frac{1}{2} \sigma \qquad (6)$$

Das formulas (5) e (6) conclue-se que *todos os hyperboloides de revolução, que passam por* AD *e* BE *e teem os centros na mesma bissectriz,* VX *ou* VZ, *teem parametros eguaes. A semi-distancia* $\left(\frac{1}{2}p\right)$ *das rectas* AD *e* BE *é meia proporcional entre os parametros* k *e* k′ *dos hyperboloides, que teem os centros em* VX *e dos que teem os centros em* VZ.

6.—No movimento de rotação em torno de $F\varepsilon$ (fig. 1) cada ponto da recta AD descreve um arco egual ao producto do angulo KFK' pelo raio do circulo a que pertence o arco. A metade d'aquelle angulo é KFV, que tem por projecção sobre o plano $SPRJ$ o angulo KGA. Fazendo $KFK' = \Gamma$ será

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi - \sigma}{2}\right) = \operatorname{tg} \frac{\Gamma}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

ou

$$\operatorname{tg} \frac{\Gamma}{2} = \frac{\cot \frac{\sigma}{2}}{\operatorname{sen} \theta}$$

e por tanto

$$\cos \Gamma = \frac{\operatorname{sen}^2 \theta - \cot^2 \frac{\sigma}{2}}{\operatorname{sen}^2 \theta + \cot^2 \frac{\sigma}{2}}$$

Mas (1)

$$\operatorname{sen}^2\theta = \frac{\psi^2 \operatorname{sen}^2\sigma}{p^2+\psi^2\operatorname{sen}^2\sigma}$$

Logo

$$\cos\Gamma = \frac{4\psi^2\cos^2\frac{1}{2}\sigma\left(\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma - \cos^2\frac{1}{2}\sigma\right) - p^2\cot^2\frac{\sigma}{2}}{4\psi^2\cos^2\frac{1}{2}\sigma + p^2\cot^2\frac{\sigma}{2}}$$

ou

$$\cos(\pi-\Gamma)+\cos(\pi-\sigma) = \frac{2p^2\cos^2\frac{\sigma}{2}}{4\psi^2\cos^2\frac{\sigma}{2}+p^2\cot^2\frac{\sigma}{2}}$$

Esta formula dá, para $\psi = 0$,

$$\cos(\pi-\Gamma)+\cos(\pi-\sigma) = 2\operatorname{sen}^2\frac{\sigma}{2}$$

e por consequencia

$$\Gamma = \pi$$

para $\psi = \pm\infty$

$$\cos(\pi-\Gamma)+\cos(\pi-\sigma) = 0$$

ou

$$\Gamma = \pi - \sigma$$

e para quaesquer outros valores de ψ dará valores de Γ comprehendidos entre aquelles dois limites.

Nem é necessario recorrer á formula para se reconhecer que a rotação decresce desde $\Gamma = \pi$ até $\Gamma = \pi - \sigma$, quando o centro do hyperboloide parte de V e caminha sobre VX n'um, ou n'outro sentido. Com effeito, não ha duvida de que, estando o centro em V, a rotação é egual a π e de que augmentando VF, augmenta GK, diminue o angulo GKF e tende o angulo KFV a tornar-se egual a KGA, que é complemento de $\frac{1}{2}\sigma$

7.—Os raios FK dirigidos para a recta AD dos circulos da gola dos diversos hyperboloides com centro em VX são parallelos aos planos perpendiculares a AD e existem por conseguinte n'um paraboloide hyperbolico. As directrizes d'este paraboloide são a bissectriz VX e a recta AD, e os planos di-

rectores são o plano perpendicular a AD e a face RS do parallelipipedo, que nos tem servido de auxiliar. O paraboloide é por tanto isosceles. Os raios FK' dirigidos para BE dos circulos da gola dos mesmos hyperboloides existem analogamente n'um paraboloide hyperbolico isosceles, que geralmente é distincto do outro.

Cada plano pq' de um circulo da gola é tangente no mesmo ponto F a estes dois paraboloides, os quaes por este motivo concordam um com o outro em toda a extensão da sua geratriz commum VX.

O primeiro d'aquelles paraboloides tem o vertice no ponto A e o eixo é a perpendicular a AD descripta na face RS do parallelipipedo. O outro paraboloide tem o vertice em B e o eixo existe no plano TE e é perpendicular a BE.

Qualquer plano KGH perpendicular a AD contém uma geratriz FK do primeiro paraboloide representada pelas equações

$$y = \frac{p\left(1+\operatorname{tg}^2\frac{\sigma}{2}\right)}{2\psi \operatorname{tg}\frac{\sigma}{2}}\, z \qquad x-\psi = -z \operatorname{tg}\frac{1}{2}\sigma$$

Eliminando ψ n'estas equações tem-se a equação

$$xy \operatorname{sen}\sigma + yz(1-\cos\sigma) - pz = 0 \qquad (7)$$

do paraboloide constituido por um systema de geratrizes normaes a AD e encontrando esta recta e VX.

O parametro de VX n'este paraboloide é dado em grandeza e signal pela equação

$$k = -\frac{\psi}{\operatorname{tg}\theta} = -\frac{p}{\operatorname{sen}\sigma} \qquad (8)$$

Mudando nas equações (7) e (8) os signaes de σ e p, tem-se

$$xy \operatorname{sen}\sigma - yz(1-\cos\sigma) - pz = 0 \qquad (9)$$

para equação do paraboloide, no qual as geratrizes de um dos systemas são perpendiculares a BE e encontram esta recta e VX. A equação (8) conserva-se inalteravel, e assim deve acontecer para que estes dois paraboloides possam concordar ao longo de VX.

Substituindo nas equações (7), (8) e (9) σ por $\pi-\sigma$, x por z e z por x obteem-se as equações

$$z\,y \text{ sen } \sigma + y\,x(1+\cos\sigma) - p\,x = 0 \qquad (10)$$

$$z\,y \text{ sen } \sigma - y\,x(1+\cos\sigma) - p\,x = 0 \qquad (11)$$

de dois outros paraboloides formados por geratrizes perpendiculares a VZ e encontrando esta recta e AD no primeiro (10) e a mesma recta VZ e BE no segundo. A equação (8) dá tambem o valor absoluto do parametro de VZ tanto n'um como n'outro paraboloide, mas n'este caso o parametro é positivo.

8.—O eixo $F\varepsilon$ de qualquer dos hyperboloides com centro em VX é perpendicular ao plano $p\,q'$ e por tanto é normal commum aos dois paraboloides (7) e (9) concordantes ao longo de VX. O logar geometrico dos eixos de todos estes hyperboloides será por tanto o paraboloide isosceles que, em relação a cada um dos paraboloides concordantes, se denomina *paraboloide das normaes*. Semelhantemente os eixos, taes como $I\varepsilon$, de todos os hyperboloides com centro em VZ existem no paraboloide das normaes a cada um dos paraboloides (10) e (11) ao longo da geratriz commum VZ.

A equação do primeiro paraboloide das normaes acha-se eliminando ψ entre as equações

$$y = -\frac{\psi \text{ sen } \sigma}{p}\cdot z \qquad x = \psi$$

do eixo $F\varepsilon$ de um dos hyperboloides.

A equação resultante[1] é

$$p\,y + x\,z \text{ sen } \sigma = 0 \qquad (12)$$

[1] Dividindo ao meio os angulos formados pelos eixos VX e VZ e tomando as bissectrizes d'estes angulos para novos eixos coordenados conjunctamente com o eixo VY será

$$z = \frac{x'+z'}{\sqrt{2}} \qquad x = \frac{x'-z'}{\sqrt{2}}$$

e a equação (12) transformar-se-ha em

$$y = \frac{\text{sen } \sigma}{2\,p}(z^2 - x^2)$$

deixando de accentuar z e x. Vej. *Jornal de Sciencias mathematicas, physicas e naturaes*, agosto de 1867, pagina 192.

Mudando n'esta equação σ em $\pi - \sigma$, ou eliminando $\zeta = VI$ entre as equações

$$y = -\frac{\zeta \operatorname{sen} \sigma}{p} \cdot x \qquad z = \zeta$$

do eixo $I\varepsilon$, obtem-se a equação (12) do segundo paraboloide das normaes.

Logo *os dois paraboloides das normaes reduzem-se a um só, no qual as geratrizes de um dos systemas são eixos dos hyperboloides de revolução, que teem o centro em* VX *e passam por* AD *e* BE, *e as geratrizes do segundo systema são eixos dos hyperboloides de revolução, que passam por as mesmas rectas e teem os centros em* VZ.

O eixo d'este paraboloide é AB e o vertice é V. Os planos directores são os planos coordenados xy e zy. O parametro da geratriz VX d'este paraboloide é dado em grandeza e signal pela equação (8): o parametro da geratriz VZ é egual e de signal contrario a este.

9.—O logar geometrico das cordas KK' é tambem um paraboloide hyperbolico isosceles, que tem por directrizes AD e BE e por planos directores RS e TJ.

As equações de uma corda KK' perpendicular a VX são

$$y - -\frac{1}{2}p = \frac{p\left(z - a \operatorname{tg} \frac{1}{2}\sigma\right)}{2a \operatorname{tg} \frac{1}{2}\sigma} \qquad x = a$$

Eliminando a obtem-se a equação

$$2xy \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\sigma - pz = 0 \qquad (13)$$

do paraboloide formado por linhas rectas perpendiculares a VX que encontram AD e BE. Este paraboloide contém os eixos dos xx e dos yy.

Mudando σ em $\pi - \sigma$ e x em z e reciprocamente acha-se

$$2zy \cot \tfrac{1}{2}\sigma - px = 0 \qquad (14)$$

que é a equação do paraboloide formado analogamente por cordas normaes a VZ. Este paraboloide contém os eixos dos zz e dos yy.

Os dois paraboloides formados pelas cordas tem o vertice V commum e o mesmo eixo AB.

O parametro da geratriz VX no primeiro paraboloide das cordas é egual e de signal contrario a

$$\frac{\text{Ag}}{\text{tg}\,\theta} = \frac{1}{2} p \cot \frac{1}{2} \sigma$$

Designando por k o valor d'este parametro e por k' o de VZ no segundo paraboloide das cordas tem-se

$$k = -k' = -\frac{1}{2} p \operatorname{tg} \frac{1}{2} \sigma \qquad (15)$$

10.—A propriedade, que tem os eixos de todos os hyperboloides de revolução, que passam por duas rectas no espaço, de serem geratrizes de um paraboloide hyperbolico isosceles, pode tambem demonstrar-se por uma outra serie de proposições, como vamos vêr.

As rectas conduzidas por uma das bissectrizes, VX *ou* VZ, *que forem eixos de hyperboloides de revolução, a que pertençam as rectas no espaço* AD *e* BE, *interceptam qualquer plano parallelo á mesma bissectriz e á menor distancia* AB *das rectas dadas em pontos situados n'uma recta, que encontra a outra bissectriz.*

Seja SQ um plano parallelo ás rectas VX e AB.

A intersecção do plano ZX com as faces SQ e QR são as rectas If e ff'. Comparando primeiro os triangulos εfF e pGF rectangulos em f e G e semelhantes entre si, e depois os triangulos pGK e KAG tambem rectangulos em p e K e semelhantes, acha-se

$$\frac{\varepsilon f}{fF} = \frac{pG}{GF} \qquad \frac{AG}{AK} = \frac{GK}{pG}$$

e por ser $AG = If = \psi$

$$\frac{\varepsilon f}{If} = \frac{pG}{GK} \cdot \frac{pG}{AK} \cdot \frac{fF}{GF}$$

Fazendo $fF = \zeta$

$$\frac{\varepsilon f}{\psi} = \frac{\zeta \operatorname{sen} \sigma}{p}$$

E como o segundo membro é constante, isto é, independente da posição do ponto F sobre VX, segue-se, que tambem o primeiro membro o será e por consequencia que, deslocando-se o ponto F sobre VX, o ponto ε percorrerá uma recta fixa $I\varepsilon$.

Do mesmo modo se prova, que os eixos de rotação, que passam por VZ encontram um plano QR parallelo a AB e VZ n'uma recta passando por VX e que, por emquanto, não sabemos se é distincta de $F\varepsilon$.

11.—*As rectas conduzidas por uma das bissectrizes,* V X *ou* V Z, *que forem eixos de hyperboloides de revolução a que pertençam* A D *e* B E, *são geratrizes de um paraboloide hyperbolico, que tem por planos directores planos parallelos á menor distancta* A B *e a uma das bissectrizes.*

Do que fica exposto segue-se, que os diversos eixos de rotação, que passam por VX encontram outra recta $I\varepsilon$ e são parallelos ao plano Z Y, que contém a menor distancia AB e a outra bissectriz VZ. O eixo $F\varepsilon$ não pode estar com VZ no mesmo plano, sem que estas duas rectas, $F\varepsilon$ e VZ, sejam parallelas, e, realisando-se este parallelismo, coincidem os planos AH e pq', o que é impossivel, visto que o mesmo plano não pode conter (§ 2) dois circulos da gola com centros diversos F e V.

O quadrilatero $VF\varepsilon I$ é, pois, empenado e os seus lados oppostos VF e $I\varepsilon$ prolongados indefinidamente encontram todos os eixos de rotação parallelos ao plano TJ. O logar geometrico d'estes eixos é por consequencia um paraboloide hyperbolico isosceles, que tem por planos directores os planos coordenados XY e ZY.

Os eixos de rotação, que passam por VZ, são parallelos ao plano XY, que contém as rectas AB e VX, e devem tambem existir n'um paraboloide hyperbolico isosceles, que tenha por planos directores os planos ZY e XY. A estes dois paraboloides chamaremos *paraboloides dos eixos.*

12.— *Os dois paraboloides dos eixos confundem-se.*

Para nos convencermos d'esta verdade, basta provar que a intersecção da face QR do parallelipipedo com o segundo paraboloide dos eixos (isto é, o que corresponde a VZ) é uma geratriz $F\varepsilon$ do outro paraboloide dos eixos.

Determinemos o eixo de rotação $I\varepsilon'$ relativo a um ponto qualquer I da bissectriz VZ e procuremos o ponto em que elle encontra a face QR do parallelipipedo. Seja ε' este ponto, que por emquanto suppomos distincto de ε. Procedendo como no § 10 e fazendo $VI=\zeta$ acharemos

$$\frac{\varepsilon' f}{\zeta}=\frac{\psi \operatorname{sen}(\pi-\sigma)}{p}=\frac{\psi \operatorname{sen}\sigma}{p}$$

Comparando esta expressão com a que obtivemos no § citado, vem

$$\varepsilon f=\varepsilon' f=\frac{\psi\zeta \operatorname{sen}\sigma}{p}$$

Não pode, pois, haver duvida de que tanto os dois quadrilateros empenados, como os dois paraboloides dos eixos se confundem.

Fazendo n'esta equação $\varepsilon f = -y$, $\psi = x$, $\zeta = z$ obtem-se a equação (12) do paraboloide dos eixos.

13.—*O paraboloide dos eixos é isosceles, tem por eixo a menor distancia* A B *das rectas dadas e por vertice o meio* V *d'esta menor distancia.*

Reconhece-se que o paraboloide é isosceles, e que o seu eixo é parallelo a AB, notando que os dois planos directores ZY e XY são perpendiculares entre si, e se cortam n'uma recta AB perpendicular ás duas rectas dadas AD e BE. Sendo AB o eixo e V um ponto commum a VX (ou a VZ) e á superficie será V o vertice do paraboloide.

14.—*O paraboloide dos eixos é o logar geometrico dos pontos do espaço equidistantes das rectas dadas* A D *e* B E.

Seja ε' um ponto situado na face QR do parallelipipedo. As distancias de ε' a AD e BE são as hypothenusas $\varepsilon' h$ e $\varepsilon' h'$ dos triangulos rectangulos $\varepsilon' Ph$ e $\varepsilon' Qh'$, nos quaes os cathetos Ph e Qh' são respectivamente perpendiculares a AD e BE. O ponto ε' distará egualmente d'estas rectas se fôr

$$\left(\varepsilon' f + \frac{1}{2}p\right)^2 + Ph^2 = \left(\varepsilon' f - \frac{1}{2}p\right)^2 + Qh'^2$$

ou

$$2.\ \varepsilon' f.\ p = (Qh' + Ph)\ (Qh' - Ph)$$

Resolvendo os triangulos rectangulos PDh e QEh' acha-se

$$Qh' = (QH + HE)\cos\frac{1}{2}\sigma = \zeta\cos\frac{1}{2}\sigma + \psi\,\mathrm{sen}\,\frac{1}{2}\sigma$$

$$Ph = (PG - DG)\cos\frac{1}{2}\sigma = \zeta\cos\frac{1}{2}\sigma - \psi\,\mathrm{sen}\,\frac{1}{2}\sigma$$

e substituindo estes valores vem

$$\varepsilon' f = \frac{\psi\,\zeta\,\mathrm{sen}\,\sigma}{p}$$

Logo o ponto ε' existe no paraboloide dos eixos.

15.—Comparando o hyperboloide de revolução, que tem o centro n'um ponto F de VX com outro, cujo centro esteja em qualquer ponto I da outra

bissectriz VZ, reconhece-se, que os planos dos circulos da gola são perpendiculares ao plano $F\varepsilon I$, que passa pelos eixos dos mesmos hyperboloides, e por consequencia que o plano dos eixos é perpendicular á intersecção dos planos da gola correspondentes. D'esta consideração pode derivar-se um processo para determinar o plano de um dos dois circulos da gola, quando se tem o do outro e os centros de ambos os circulos, ou para determinar os dois planos, quando se dá o eixo de um dos hyperboloides e o centro do outro.

Sejam F e I os centros dos dois circulos da gola e $p\,q\,q'\,p'$ o plano de um d'estes circulos. Conhecido este plano é facil achar o eixo $F\varepsilon$ correspondente, e depois deduzir d'elle a posição do outro eixo $I\varepsilon$. Conduzindo por V uma recta perpendicular ao plano $F\varepsilon I$ dos dois eixos, o plano que passar por ella e por VZ, será o plano do circulo da gola, que tem o centro em I.

O plano dos eixos corta a face RS do parallelipipedo em uma recta parallela a FI e perpendicular á projecção sobre a mesma face da intersecção dos planos dos dois circulos da gola. A recta $A\pi$ perpendicular a FI será, pois, a referida projecção. A projecção da mesma recta sobre a face QR é a recta pq perpendicular a $F\varepsilon$.

Conhecidas as projecções $A\pi$ e pq da intersecção dos planos dos circulos da gola, não é difficil achar o ponto π, em que a mesma intersecção encontra a face RS. Conduzindo por π uma recta ss' parallela a VZ, tem-se a intersecção do plano RS com o plano do circulo da gola de centro I. As rectas Is e $I's'$ serão as intersecções do plano do mesmo circulo com as faces parallelas QS e EJ.

16.—Comparando os triangulos rectangulos PDh e GDK acha-se

$$\frac{Dh}{KD}=\frac{DP}{DG} \qquad \text{ou} \qquad \frac{Kh}{KD}=\frac{GP}{GD}$$

comparando os triangulos QEh' e $HK'E$ acha-se

$$\frac{Eh'}{EK'}=\frac{EQ}{EH} \qquad \text{ou} \qquad \frac{K'h'}{EK'}=\frac{HQ}{GD}$$

E reflectindo que é $EK'=RM=KD$ e $HQ=GP$, deduz-se das anteriores egualdades $Kh=K'h'$. Logo *os pés das perpendiculares baixadas dos diversos pontos* ε *do eixo* Fε *de um dos hyperboloides sobre as rectas* A D *e* B E *distam egualmente dos pontos, em que as mesmas rectas cortam o circulo da gola do hyperboloide considerado.*

Os pés h e h' das referidas perpendiculares, estando (§ 14) á mesma distancia de ε, estarão n'uma esphera com o centro em ε, e como tambem estão

n'um hyperboloide de revolução, cujo eixo passa por ε, segue-se que existirão n'um circulo com o centro em C situado n'um plano parallelo ao plano $p\,q\,q'\,p'$ do circulo da gola. Tirando por h e h' perpendiculares a $P\,R$ e $Q\,E$, e unindo por uma recta os pontos k e k' communs a estas rectas e àquellas perpendiculares, tem-se a intersecção $k\,k'$ da face $Q\,R$ com o plano conduzido por $h\,h'$ parallelamente a $V\,X$. As rectas $k\,k'$ e $p\,q$, sendo secções feitas no plano $Q\,R$ por dois planos parallelos, são parallelas entre si.

17.—Do exposto conclue-se, que, dando á recta $A\,D$, por exemplo, uma rotação em torno de $F\,\varepsilon$, ella n'uma das suas posições coincidirá com $B\,E$ e que esta coincidencia deve verificar-se de sorte que se confunda o ponto K com K' e o ponto h com h'. Os pontos A e B não podem confundir-se, quando a rotação se effectuar em torno de $F\,\varepsilon$, porque, estando a distancias deseguaes de h e h', embora distem egualmente de K e K', hão de ficar de lados oppostos do plano $p\,q\,q'\,p'$ do circulo da gola.

Aos pontos h e h', e em geral a quaesquer outros, que venham a coincidir, quando uma das duas rectas effectua uma rotação no espaço, chamaremos *pontos homologos* relativamente ao eixo de rotação correspondente.

18.—As projecções das rectas $\varepsilon\,h$ e $\varepsilon\,h'$ sobre o plano do parallelo, que passa por h e h', são os raios $C\,h$ e $C\,h'$ do mesmo parallelo e por tanto as rectas $\varepsilon\,h$ e $\varepsilon\,h'$ são normaes ao referido parallelo. D'esta circumstancia, e de serem $\varepsilon\,h$ e $\varepsilon\,h'$ perpendiculares ás geratrizes $A\,D$ e $B\,E$, segue-se[1] que $\varepsilon\,h$ e $\varepsilon\,h'$ são normaes ao hyperboloide de revolução correspondente nos pontos h e h'.

19.—Os pontos A e B, extremos da menor distancia das rectas dadas, não são pontos homologos em relação ao eixo $F\,\varepsilon$, porque as distancias $A\,h$ e $B\,h'$, a primeira maior e a segunda menor que $A\,D$, são deseguaes. É comtudo notavel, que ha dois pontos homologos K e K' em relação ao eixo $F\,\varepsilon$, que distam egualmente de A e B e, em geral, seja qual fôr o eixo que se considere, ha sempre dois pontos homologos, cujas distancias a A e B são eguaes. Estes pontos notaveis são os que existem no circulo da gola relativo ao eixo de que se trata.

Os pontos A e B são, porém, pontos homologos em relação a dois eixos

[1] A normal a um hyperboloide de revolução tirada por qualquer ponto ε do eixo é perpendicular á geratriz rectilinea, que passa pelo ponto de incidencia, e, como de cada ponto do eixo para uma dada geratriz rectilinea só se pode tirar uma normal, segue-se que a recta, que fôr perpendicular a uma geratriz rectilinea e passar pelo eixo será normal ao hyperboloide. Partindo d'este principio, e das propriedades das superficies de revolução, conclue-se facilmente, que as rectas $\varepsilon\,h$ e $\varepsilon\,h'$ normaes ao hyperboloide teem a mesma grandeza, e que os seus pontos de incidencia h e h' estão no mesmo parallelo.

VX e VZ e geralmente qualquer par de pontos h e h' situados nas rectas AD e BE são homologos relativamente a dois eixos distinctos. Para demonstrar esta ultima parte basta conduzir por V (fig 2) uma recta $V\pi$ parallelamente a hh' e por ella e por cada uma das bissectrizes VX e VZ fazer passar dois planos $VFp\pi$ e $VIs\pi$, que evidentemente serão parallelos á recta hh'.

Cada um d'estes planos conterá o circulo da gola de um hyperboloide de revolução, que terá por geratrizes do mesmo systema AD e BE, e no qual h e h' serão pontos do mesmo parallelo. Os pontos, em que aquelles planos cortam as duas rectas dadas, são tambem os pontos por onde passa a circumferencia da gola de cada um dos hyperboloides. Conhecidos estes pontos é facil achar os dois eixos em torno dos quaes deve mover-se AD, por exemplo, para que esta recta venha a coincidir com BE, de sorte que os pontos h e h' se confundam. A figura mostra como podem ser effectuadas as construcções. As rectas hk e $h'k'$ são perpendiculares tiradas de h e h' sobre a face DE do parallelipipedo, que nos tem servido de auxiliar. A recta kk' é, pois, a projecção de hh' sobre a face DE e a recta qp conduzida por F parallelamente a kk' será sem duvida alguma a projecção sobre esta face da recta que passar por V parallelamente a hh'. Projectando h' sobre a face DJ acha-se um ponto l, que unido com h dá a projecção sobre o plano DJ da recta hh'. A recta $A\pi$ tirada com a condição de ser parallela a hl é, pois, outra projecção da recta parallela a hh'. Combinando as duas projecções Fp e $A\pi$ d'esta recta reconhece-se, que ella encontra a face DJ no ponto π e por consequencia que as intersecções d'esta face com os dois planos da gola são πp e πs. Verificado que $VFp\pi$ e $VIs\pi$ são os planos dos circulos da gola, a mesma figura demonstra, que o primeiro plano intercepta as rectas AD e BE nos pontos H e H' e o segundo em H_1 e H_1'. Os dois primeiros pontos pertencem a um dos circulos da gola, os dois ultimos ao outro.

Nas considerações precedentes suppõe-se tacitamente que h e h' estão a distancias deseguaes de A e B e por consequencia que a recta hh', bem como a sua projecção no plano AVX, são obliquas á bissectriz VX.

Quando h e h' distam egualmente de A e B, a recta hh' encontra VX (ou VZ) a angulo recto e $V\pi$ existe no plano AVZ (ou AVX). N'este caso o plano d'um dos circulos da gola—$VIs\pi$—confunde-se com o plano conduzido por V perpendicularmente a uma das duas bissectrizes—VX—e o do outro circulo da gola passa pelos pontos dados, visto que n'esta hypothese a recta VX existe no plano das parallelas hh' e $V\pi$. Assim por exemplo os pontos K e K' (fig. 1), porque distam egualmente de A e B, determinam dois hyperboloides de revolução tendo por eixos, um a recta $F\varepsilon$ e outro a bissectriz VX e passando a circumferencia da gola por K e K' no primeiro hyperboloide e por A e B no segundo.

20.—Temos provado que ha duas rotações em torno de eixos diversos capazes de levar uma recta AD (fig. 2) a coincidir com outra BE, de sorte que um ponto qualquer h de uma se confunda com um determinado ponto h' da outra. Demonstraremos agora, que d'estas duas rotações sómente convirá uma, quando, em vez de se darem dois pontos homologos h e h', se dão dois systemas de pontos homologos.

Qualquer systema de pontos homologos ficará rigorosamente determinado, uma vez que se conheçam dois pontos em uma das rectas com os seus homologos na outra. Chamaremos *segmentos homologos* aos segmentos LM e $L'M'$ das rectas AD e BE (fig. 3), quando os extremos d'um forem homologos dos extremos do outro. Os segmentos homologos são evidentemente eguaes. *Cordas homologas* são as rectas, que unem pontos homologos.

Aos segmentos homologos LM e $L'M'$ correspondem dois systemas diversos de pontos homologos, conforme se suppozer que o extremo L de um dos segmentos é homologo do extremo L', ou do extremo M' do outro segmento. Diremos que os segmentos LM e $L'M'$ são *directamente homologos*, quando dois extremos homologos L e L' estão mais proximos, ou mais affastados de A e B do que os outros extremos M e M'. Diremos que os segmentos LM e $L'M'$ são *inversamente homologos*, quando, dos dois extremos homologos L e L', um dista menos de A do que M e outro dista mais de B do que M'.

Reconhece-se, que dois segmentos homologos directa ou inversamente, determinam um systema de pontos homologos, imaginando que se conserva fixa uma das cordas homologas correspondente aos extremos dos segmentos, a corda LL' por exemplo, e que a outra, MM', se desloca, de sorte que os dois segmentos crescem ou decrescem simultaneamente conservando-se sempre eguaes entre si. N'este deslocamento a corda MM' vae ligando successivamente todos os pontos homologos das duas rectas.

21.—Sejam (fig. 3) LM e $L'M'$ dois segmentos *inversamente homologos* de AD e BE. As projecções lm e $l'm'$ d'elles sobre o plano AH serão eguaes, porque, passando este plano pela bissectriz VX, estarão os dois segmentos egualmente inclinados sobre o plano de projecção. Por motivo analogo serão eguaes as projecções l_1m_1 e $l'_1m'_1$ sobre o plano AT, que contém a outra bissectriz VZ. As cordas homologas LL' e MM' projectar-se-hão, pois, no plano AH sobre as diagonaes ll' e mm' do parallelogrammo, que tem por lados oppostos lm e $l'm'$. Estas diagonaes dividem-se ao meio n'um ponto ω situado na bissectriz VX e que evidentemente é o mesmo, sejam quaes fôr os segmentos homologos que se considerarem n'um dado systema de pontos homologos.

Logo os meios de todas as cordas homologas existem n'uma recta parallela á bissectriz VZ conduzida por um ponto ω da outra bissectriz VX. As pro-

jecções no plano AT das cordas homologas LL' e MM' são lados oppostos $l_1 l'_1$ e $m_1 m'_1$ do parallelogrammo determinado pelas duas projecções eguaes e parallelas $l_1 m_1$ e $l'_1 m'_1$ dos segmentos homologos. Todos os planos parallelos a VX conduzidos pelas diversas cordas homologas são por tanto parallelos entre si.

Entre as differentes cordas homologas do mesmo systema existe uma, cuja projecção $p'q'$ no plano AT passa por V. Esta corda tem por extremos dois pontos homologos K e K' egualmente distanciados de A e B e corta orthogonalmente a bissectriz VX n'um ponto, que deve confundir-se com ω. Os pontos K e K' existem na circumferencia da gola do hyperboloide de revolução determinado pelos segmentos inversamente homologos LM e $L'M'$.

Em geral dois pontos L e L' arbitrariamente escolhidos sobre as rectas AD e BE não determinam um systema de pontos homologos, em quanto não se souber, sobre qual dos dois planos AT, ou AVX serão parallelas á projecção de LL' as projecções de todas as outras cordas homologas, isto é, em quanto se não determinar se os segmentos devem ser directa ou inversamente homologos. Esta duvida, porém, desapparece, quando os pontos dados são K e K', isto é, quando a recta KK' corta orthogonalmente uma das bissectrizes VX ou VZ. Na fig. 3 a corda KK' corta VX e tem por projecção no plano AVX uma parallela a AB. Ora, se é no plano AVX, que são parallelas as projecções das cordas homologas a KK', então A e B são pontos homologos, os segmentos são directamente homologos e a circumferencia da gola do hyperboloide correspondente passa por A e B e não por K e K'; se é no plano AT, que são parallelas as projecções das cordas homologas de KK', os segmentos são inversamente homologos e A e B deixam de ser pontos homologos.

Em conclusão os pontos K e K', considerados simultaneamente como pontos homologos e como pontos situados na circumferencia da gola, determinam um systema de pontos homologos, no qual os segmentos correspondentes são *inversamente homologos*.

Aos pontos homologos K e K' daremos o nome especial de *pontos homologos centraes*. Da propriedade, de que elles gosam, de distarem egualmente tanto de quaesquer dois pontos homologos L e L', como dos pontos não homologos A e B, deriva-se a relação

$$AK = BK' = \frac{AL + BL'}{2}$$

que pode muito facilmente servir para os determinar, uma vez que se fixem convenientemente os signaes das distancias contadas sobre AD e BE. Para determinarmos estes signaes, começemos por procurar sobre qual dos dois planos AT ou AVX são parallelas as projecções das cordas homologas e refiramos

a esse plano, que suppomos ser AT, todas as cordas homologas. Ora, imaginando cada uma d'estas cordas terminadas nos seus pontos homologos, acontecerá que, as cordas homologas assim limitadas, que não cortarem o plano AT, hão de ficar todas para um dos dois lados d'esse plano. Na fig. 3, por exemplo, as cordas homologas de LL' e MM' ou cortam entre os seus extremos o plano AT, ou só o cortam nos seus prolongamentos e n'este caso a parte d'ellas comprehendida entre os pontos homologos fica para a direita do plano AT. Convencionando tomar como positivos os segmentos contados de A e B sobre AD e BE para o lado do plano AT em que ficam as cordas homologas, que o não atravessam, e como negativos os segmentos contados em sentido contrario, a formula ultimamente apresentada dará com toda a exactidão a posição dos pontos K e K', suppondo conhecidos os pontos homologos L e L' e os signaes dos segmentos AL e BL'.

Suppondo, que se davam dois pares de pontos homologos L e L', M e M', era facil determinar o sentido dos segmentos positivos e depois fixar a posição dos pontos K e K'.

Se porventura se dessem os dois pontos K e K', então o signal ficava logo determinado, porque AK e BK' são necessariamente positivos; n'este caso, porém, nem mesmo se precisaria attender aos signaes, visto que, sendo K e K' pontos homologos centraes, os segmentos correspondentes são inversamente homologos.

Em geral todas as cordas homologas do mesmo systema determinam um paraboloide hyperbolico, que tem por directrizes as rectas AD e BE (fig. 3) e por planos directores o plano ZVX das duas bissectrizes e o plano $p'q'qp$ do circulo da gola. Este plano director pode passar por VX, ou por VZ. No primeiro caso são parallelas entre si as projecções das cordas homologas sobre o plano AT, porque este plano é perpendicular ao plano director correspondente áquellas cordas, e concorrem n'um ponto ω as projecções das mesmas cordas sobre o plano AVX, por ser este plano perpendicular ao outro plano director. No segundo caso serão parallelas as projecções das cordas homologas sobre o plano AVX e concorrentes n'um ponto as projecções d'ellas no plano AT.

O eixo do paraboloide das cordas homologas será parallelo a VX, ou a VZ, conforme o plano do circulo da gola do hyperboloide fôr parallelo áquella ou a esta bissectriz.

O ponto ω, onde concorrem as projecções no plano AVX das cordas homologas, quando o circulo da gola passa por VX, determina uma parallela a VZ, que é geratriz do paraboloide das cordas. Tanto esta geratriz como a geratriz KK' são perpendiculares a VX e por consequencia o seu ponto de concurso ω é o vertice do paraboloide hyperbolico e a recta VX é o eixo.

Cada ponto de VX é vertice d'um paraboloide formado por cordas homologas, o mesmo succede a cada ponto de VZ; ha, porém, o ponto V commum ás duas bissectrizes, que é vertice de dois paraboloides de cordas homologas, que se distinguem entre si, por serem n'um todas as cordas homologas perpendiculares a VX e no outro perpendiculares a VZ.

Transportando parallelamente a si mesmas todas as cordas homologas d'um paraboloide com o vertice em VX para o mesmo ponto d'esta bissectriz obtem-se um plano, que passa por VX.

Do exposto segue-se: 1.º *as rectas tiradas pelo meio* V *da menor distancia* AB *de duas rectas parallelamente ás cordas homologas de qualquer systema estão n'um plano, que contém aquella das duas bissectrizes* VX *ou* VZ, *que corresponde aos segmentos* AK *e* BK' *terminados nos pontos homologos centraes;* 2.º *a bissectriz existente no plano parallelo ás cordas homologas de um systema é encontrada por a recta, que divide ao meio todas as cordas homologas;* 3.º *esta recta é parallela á outra bissectriz.*

22.—Tratemos agora de determinar o eixo de rotação correspondente a um dado systema de pontos homologos.

Um systema de pontos homologos pode ser determinado ou por dois pares de pontos homologos, ou por um só par com tanto que n'este caso os pontos dados sejam os pontos homologos centraes.

Sejam LM e $L'M'$ dois segmentos inversamente homologos dados. Projectem-se as duas cordas homologas LL' e MM' nos planos AH *e* AT e veja-se em qual d'elles são parallelas as projecções das cordas. Na fig. 3 succede isto no plano AT, logo deve concluir-se que o plano do circulo da gola é um plano $pqq'p'$ conduzido pela bissectriz VX. O plano $pqq'p'$ encontra as faces JP e TH do parallelipipedo nas rectas pp' e qq', cujas intersecções com as rectas AD e BE são os pontos homologos centraes K e K'. Tirando por K um plano perpendicular a AD e por K' um plano perpendicular a BE, e determinando a intersecção dos dois planos, acha-se uma recta, que vae encontrar a bissectriz VX no ponto F, por onde passa o eixo procurado. O plano conduzido por K perpendicularmente a AD corta a face JP n'uma recta KG perpendicular a AD e o plano AH n'uma recta GH perpendicular a VX. O plano conduzido por K' perpendicularmente a BE passa pelas rectas $K'H$ e HG. A intersecção d'esta recta com VX dá o centro do hyperboloide. Conhecido o centro e o plano do circulo da gola não pode haver difficuldade em determinar oeixo.

O problema seria ainda mais facil, se se dessem os pontos homologos centraes.

23.—As cordas homologas LL', MM', etc., são geratrizes do paraboloide hyperbolico, que tem por directrizes AD e BE e por plano director o plano $pqq'p'$ do circulo da gola.

As cordas homologas LM', ML', etc., do outro systema de pontos homologos são geratrizes de um paraboloide hyperbolico, que só differe do precedente em ter o plano director parallelo a VZ.

Os dois paraboloides hyperbolicos teem, pois, uma geratriz commum parallela á intersecção dos dois planos directores.

Esta geratriz commum liga dois pontos homologos, que se tornam notaveis, porque, ou a rotação se faça, de sorte que L coincida com L' e M com M', ou de sorte que L coincida com M' e M com L', sempre um d'aquelles pontos virá a confundir-se com o outro.

Temos provado, que ha uma infinidade de eixos, á roda dos quaes uma recta pode mover-se até se confundir com outra, quando ellas não existem no mesmo plano, e que a cada eixo de rotação corresponde um systema unico de pontos homologos. Invertendo a ordem dos nossos raciocinios, tentaremos provar em seguida, que a cada systema de pontos homologos corresponde um só eixo de rotação e que, variando o systema de pontos homologos, o eixo de rotação se desloca no espaço gerando aquelle paraboloide hyperbolico, que anteriormente estudámos e ao qual démos o nome de *paraboloide dos eixos*.

24.—*As cordas homologas de duas rectas no espaço existem em planos parallelos entre si e egualmente inclinados sobre as duas rectas.*

Sejam LM e $L'M'$ dois segmentos directamente homologos das rectas AD e BE (fig. 4) e N e N' outros pontos homologos das mesmas rectas. Serão cordas homologas de AD e BE as rectas LL', MM', NN', etc. Por L tire-se uma parallela LN'' a BE e sobre ella marquem-se as distancias LM'' e $M''N''$ respectivamente eguaes a LM e MN e por consequencia eguaes tambem a $L'M'$ e $M'N'$. As rectas LL', $M''M'$ e $N''N'$ serão parallelas entre si e o mesmo succederá ás rectas $M''M$ e $N''N$. Os planos $M''M'''$ e $N''N'''$ serão, pois, parallelos entre si e á recta LL', e cada um d'elles conterá uma das cordas homologas MM' e NN'. Tirando pelo meio l de LL' as rectas ln' e ln'' parallelas a AD e BE ter-se-ha um plano, que irá cortar os planos $M''M'''$ e $N''N'''$ nas rectas $m'm''$ e $n'n''$ parallelas entre si. As rectas lm' e lm'' serão eguaes a LM e $L'M'$, e como estas são eguaes entre si, segue-se que lm' e lm'' são duas rectas eguaes tiradas de um ponto l do espaço para um plano $M''M'''$. Logo as rectas ln' e ln'', ou as suas parallelas AD e BE formam angulos eguaes com os planos parallelos $M''M'''$, $N''N'''$, etc., conduzidos pelas cordas homologas.

Reconhece-se á vista d'esta figura que as rectas $m'm''$ e $n'n''$ dividem ao meio $M''M'$, $N''N'$ e as cordas homologas MM' e NN' e, porque os meios m e n d'estas cordas são tambem meios de $m'm''$ e $n'n''$, e estes estão em linha recta com l, segue-se que *os meios* l, m, n, etc., *de todas as cordas homologas* LL', MM', NN', etc., *estão em linha recta.*

25.—*Os planos perpendiculares ao meio de todas as cordas homologas passam por uma recta unica.*

Pelo meio l de LL', e perpendicularmente a esta recta, conduza-se (fig. 4) um plano, cujas intersecções com os planos $M''M'''$ e $N''N'''$ poderemos representar pelas parallelas qp e $q'p'$. Ao meio m de MM' levantemos tambem um plano perpendicular, que intersecte segundo rs e $r's'$ os planos parallelos $M''M'''$ e $N''N'''$. A intersecção d'aquelles dois planos perpendiculares a LL' e MM' passa pelos pontos ω e ε, e é perpendicular aos planos $M''M'''$, $N''N'''$, etc. E como d'aquelles dois planos, um passa por todos os pontos equidistantes de L e L' e outro por todos os pontos equidistante de M e M', segue-se que qualquer ponto da recta $\omega\varepsilon$ dista egualmente tanto de L e L', como de M e M'.

Unindo qualquer ponto I da recta $\omega\varepsilon$ com cada um dos pontos L, M, L', M', formar-se-hão, pois, dois triangulos ILM e $IL'M'$ eguaes entre si. Da egualdade d'estes dois triangulos, e da egualdade dos segmentos LN e $L'N'$, resulta, que serão tambem eguaes os triangulos ILN e $IL'N'$, que se completarão tirando as rectas IN e IN'. Logo o ponto I, e em geral todo ponto da recta $\omega\varepsilon$, dista egualmente de quaesquer dois pontos homologos N e N' de AD e BE e por consequencia o plano perpendicular ao meio n de qualquer corda NN', que ligue pontos homologos, passa pela recta fixa $\omega\varepsilon$.

26.—*As menores distancias das rectas* AD *e* BE *á recta* $\omega\varepsilon$ *são eguaes e existem n'um plano parallelo a todas as cordas homologas. N'este mesmo plano existe a menor distancia de* $\omega\varepsilon$ *á recta* ln, *que divide ao meio as cordas homologas.*

Em geral, a recta $\omega\varepsilon$ encontra o plano $n'ln''$ parallelo ás rectas dadas em um ponto I. Este ponto determina-se fazendo passar por $\omega\varepsilon$ um plano, que cortará os planos $M''M'''$ e $N''N'''$ em duas parallelas qp e $q'p'$, e procurando depois os pontos u e u' communs a estas parallelas e ao plano $n'ln''$. A recta $u'u$ é commum ao plano $n'ln''$ e ao plano auxiliar, que se fez passar por $\omega\varepsilon$, e prolongada vae cortar $\omega\varepsilon$ no ponto I procurado.

Imagine-se um plano $K''K'''$ passando por I parallelamente ás cordas homologas LL', MM', NN', etc., e os dois pontos homologos K e K' determinados por elle nas rectas dadas AD e BE. O ponto I, existindo n'um plano parallelo ás cordas homologas e no plano $n'ln''$, está na recta $k'k''$ e, existindo na recta $\omega\varepsilon$, dista egualmente dos pontos homologos K e K'. A corda KK' é por consequencia perpendicular a $k'k''$, e como esta recta é perpendicular a ln, por ser $lk'=lk''$, segue-se que $k'k''$ é perpendicular ao plano, que passa por KK' e por ln.

A perpendicular $l\nu$ aos planos parallelos ás cordas homologas encontra por tanto KK' e, suppondo que ella é distincta de ln, o seu ponto d'encontro será um ponto O differente de k. As rectas OI, qp, $q'p'$, etc. estando no plano

determinado pelas parallelas $l\nu$ e $I\varepsilon$ e nos planos parallelos $K''K'''$, $M''M'''$, $N''N''$, etc., são parallelas entre si e consequentemente perpendiculares a KK''' MM''', NN''', etc. Mas IO, e Ik', sendo perpendiculares a Kk' e KO, podem considerar-se como alturas do triangulo $Kk'O$ e por isso a recta IK será perpendicular a Ok', que é a projecção de ln' sobre o plano $K''K'''$. A recta IK é por tanto perpendicular á projecção de AD sobre $K''K'''$ e consequentemente será tambem perpendicular a AD. A menor distancia das rectas AD e $I\varepsilon$ é, pois, IK. Comparando as alturas do triangulo $K'k''O$ reconhece-se semelhantemente que IK' é perpendicular a Ok'' e conseguintemente que IK' é a menor distancia de BE a $I\varepsilon$. Do exposto conclue-se que *as menores distancias* IK e IK' *da recta* Iε *ás rectas* AD e BE *são eguaes e existem no plano* K''K'''. N'este mesmo plano está a menor distancia Ik das rectas $I\varepsilon$ e ln.

Temos supposto que $I\varepsilon$ não é parallela ao plano $n'ln''$. A hypothese contraria sómente é admissivel, quando a recta ln é perpendicular aos planos $K''K'''$, $M''M'''$, etc., porque só então a recta $l\nu$ estará no plano $n'ln''$ e, succedendo isto, coincidirão necessariamente as rectas ln e $l\nu$, visto que a primeira é em todos os casos perpendicular a $k'k''$, $m'm''$, etc. A recta ln sendo n'esta hypothese commum a todos os planos perpendiculares ao meio das cordas homologas, coincidirá com Iε e, coincidindo as rectas $l\nu$, ln e $I\varepsilon$, os tres pontos O, k e I reduzir-se-hão a um só. As rectas kK e kK' tornar-se-hão, pois, menores distancias de AB e DE a $I\varepsilon$, e KK' será a menor distancia das rectas AD e BE.

27.— Imaginando agora dois hyperboloides de revolução gerados pelas rectas AD e BE movendo-se em torno de Iε é evidente, que elles serão eguaes e por consequencia que se reduzirão a um só, pois que ambos teem o mesmo circulo da gola e o plano $K''K'''$, em que este existe, fórma angulos eguaes com AD e BE. N'este hyperboloide as rectas AD e BE são geratrizes do mesmo systema, visto que por condição não existem no mesmo plano. Fica por tanto demonstrado, que *a recta AD girando á roda de* Iε *ha de n'uma das posições, por que successivamente for passando coincidir com* BE *e que esta coincidencia se realisará confundindo se os pontos* L, K, M, etc. *da primeira com os seus homologos* L', K', M', etc, *da outra recta.*

A coincidencia d'aquelles com estes pontos jámais se conseguirá por meio d'uma rotação em torno d'outro eixo.

28. —Em geral a recta KK' não é perpendicular a ln, a não ser que esta recta se confunda com Iε. Não sendo KK' perpendicular a ln, tire-se no plano νln e por o ponto k a recta ab perpendicular a ln. As intersecções dos planos DLN'' e $N'''L'E$ com o plano νln, que contém KK' e ab, são as rectas Ka e $K'b$ parallelas a ln e os pontos a e b, em que estas parallelas interceptam ab, são pontos communs a esta recta e aos planos DLN'' e $N'''L'E$. As rectas con-

duzidas por a e b parallelamente a $k'k''$ encontram. pois, as rectas AD e BE em A e B e, comparando os triangulos rectangulos KaA e $K'bB$, reconhece-se que aA e bB são eguaes e por tanto que ab é egual e parallela a AB e por consequencia que AB é a menor distancia das rectas dadas AD e BE. A menor distancia AB está evidentemente dividida ao meio por $k'k''$.

E como a distancia AB é independente do systema de pontos homologos que se considerar, e o mesmo succede á direcção da recta $k'k''$, que é parallela a uma das bissectrizes do angulo formado por duas rectas parallelas a AD e BE, segue-se que *suppondo fixos os pontos* L, M, N, etc., *d'uma das rectas*, AD, *e imaginando que o conjuncto dos seus pontos homologos* L', M', N', etc. *escorrega n'um ou n'outro sentido sobre* BE, *sempre os planos dos circulos da gola dos hyperboloides de revolução correspondentes aos diversos systemas de pontos homologos passam pelo meio* V *da menor distancia* AB *das duas rectas e são parallelos a uma das bissectrizes* k'k'' *dos angulos formados pelas mesmas rectas.*

29.—Em geral podemos dizer, que ha dois systemas de eixos: um composto d'eixos que cortam a angulo recto a bissectriz VZ (fig. 4) do angulo das rectas dadas, outro d'eixos que cortam a angulo recto a bissectriz VX do angulo formado pelas mesmas rectas.

Na fig. 5, quando se consideram homologos os segmentos LM e $L'M'$, as cordas homologas LL' e MM' existem em planos parallelos ao plano $MM''M'M'''$ e á recta $m'm''$; quando se consideram homologos os segmentos LM e $L'_1M'_1$, as cordas homologas LL'_1 e MM'_1 existem em planos parallelos ao plano MM''_1 $M'_1M'''_1$ e á recta $m'_1m''_1$. E como $L'M'$ e $L'_1M'_1$, sendo homologos de LM, são eguaes entre si, segue-se que serão tambem eguaes lm'', lm', $l_1m''_1$ e $l_1m'_1$ e por consequencia que $m'm''$ e $m'_1m''_1$ são parallelas a l_1m_1 e lm, isto é, ás duas bissectrizes dos angulos formados pelas rectas dadas.

Aos segmentos homologos LM e $L'M'$ corresponderá, pois, um hyperboloide, cujo circulo da gola passa por uma parallela a l_1m_1 (VX por exemplo) conduzida pelo meio da menor distancia das duas rectas dadas, e aos segmentos homologos LM e $L'_1M'_1$ corresponderá outro hyperboloide, que tem o circulo da gola n'um plano, que contem a parallela a lm (VZ por exemplo) tirada pelo mesmo ponto da menor distancia das duas rectas.

30.—*Dois eixos do mesmo systema não existem no mesmo plano; dois eixos de systemas differentes estão sempre no mesmo plano, porém nunca são parallelos.*

Imaginando que o segmento LM (fig. 4) se conserva fixo e que o seu homologo $L'M'$ escorrega sobre BE, teem-se diversos systemas de pontos homologos, aos quaes corresponderão hyperboloides, cujos circulos da gola estarão em planos differentes passando por VZ. Os eixos d'estes hyperboloides, devendo ser perpendiculares a estes planos, não podem ser parallelos, e, devendo

ser perpendiculares a VZ, existirão em planos parallelos a AB e VX e não poderão concorrer. Logo os eixos do mesmo systema não podem estar no mesmo plano.

Considerando dois segmentos inversamente dispostos $L'M'$ e $L'_1 M'_1$ (fig. 5) como homologos do segmento LM, ter-se-hão dois systemas de pontos homologos aos quaes corresponderão eixos de differente systema. O eixo relativo aos segmentos LM e $L'M'$ estará na intersecção dos planos perpendiculares ao meio de quaesquer cordas homologas, LL' e MM' por exemplo. O eixo relativo aos segmentos LM e $L'_1 M'_1$ existirá semelhantemente na intersecção dos planos perpendiculares ao meio de todas as cordas homologas LL'_1, MM'_1, etc.

Dividindo ao meio o intervallo $L'L'_1$ entre os segmentos $L'M'$ e $L'M'_1$ e procurando o homologo do ponto C' de divisão tanto n'um, como n'outro systema de pontos homologos, acha-se um só ponto C, cuja distancia a L é egual a $L'C'$ ou $L'_1 C'$. Os pontos C' e C dividem ao meio dois segmentos $L'L'_1$ e LL_1 cada um dos quaes é homologo do outro em ambos os systemas. Ha, pois, uma corda CC', que è homologa de si mesma tanto n'um como n'outro systema e consequentemente o plano perpendicular ao meio d'ella contém os dois eixos considerados. Logo dois eixos de systema differente existem no mesmo planō.

Os planos perpendiculares ao meio de MM' e de MM'_1 não podem deixar de se interceptar n'uma recta perpendicular ao plano $MM'_1 M'$ e como esta intersecção não é parallela ao plano perpendicular ao meio de CC', visto que esta corda não existe no plano $MM'_1 M'$, segue-se que nunca serão parallelas as intersecções do plano perpendicular ao meio de CC' com os planos perpendiculares ao meio de MM' e MM'_1. Logo os eixos de systema differente não podem ser parallelos.

31.—Dois eixos d'um dos systemas com dois eixos de outro determinam um quadrilatero empenado. N'este quadrilatero os eixos, que formam dois lados oppostos, são cortados por todos os do outro systema, e estes eixos são perpendiculares a uma das bissectrizes, que temos designado por VX e VZ, e por consequencia parallelos ao plano, que passa pela outra bissectriz e por a menor distancia das duas rectas dadas.

Conclue-se, por tanto, que os eixos, assim de um como d'outro systema, são geratrizes d'um paraboloide hyperbolico, que tem por planos directores os planos conduzidos pela menor distancia das duas rectas e por uma das bissectrizes VX ou VZ. A menor distancia das rectas é o eixo do paraboloide, e o ponto, que a divide ao meio, é o vertice,

32.—Demonstra-se, que este paraboloide é o logar geometrico dos pontos equidistantes das duas rectas AD e BE (fig. 4) tomando um ponto e na

sua superficie, formando com elle e com dois pares de pontos homologos M e M', N e N' dois triangulos εMN e $\varepsilon M'N'$, que devem ser eguaes, e tirando em cada triangulo uma perpendicular do vertice ε para os lados oppostos MN e $M'N'$. Da egualdade d'aquelles triangulos resulta a egualdade das alturas, e por consequencia a das distancias de ε ás duas rectas. Se o ponto considerado ε' não estivesse na superficie do paraboloide, tirariamos por elle e parallelamente a AD (ou BE) uma recta, que iria encontrar a mesma superficie n'um ponto, que designaremos por ε. As alturas dos triangulos εMN e $\varepsilon' MN$ são eguaes, e as dos triangulos $\varepsilon M'N'$ e $\varepsilon' M'N'$ são deseguaes, e como εMN e $\varepsilon M'N'$ tem alturas eguaes, segue-se que as alturas dos triangulos $\varepsilon' MN$ e $\varepsilon M'N'$, ou as distancias de ε' a AD e BE, são deseguaes. Logo todos os pontos da superficie do paraboloide dos eixos, e só elles, distam egualmente das rectas dadas.

CAPITULO II

Dos diversos movimentos de rotação de uma recta obrigada a passar por duas posições situadas no mesmo plano

33.—*Duas rectas concorrentes são geratrizes de differente systema de uma infinidade de hyperboloides de revolução. Os centros de todos estes hyperboloides existem nos planos conduzidos pelas bissectrizes dos angulos formados pelas duas rectas perpendicularmente ao plano que ellas determinam. Os hyperboloides transformam-se em planos, quando os centros estão nas bissectrizes, e em cones, quando os centros coincidem com o ponto de concurso das rectas.*

Sejam VD e VE as rectas dadas (fig. 6), VX e VZ as bissectrizes dos angulos formados por ellas, H e P os planos perpendiculares ao plano DVE conduzidos por VX e VZ.

Qualquer ponto F situado n'um dos planos, H ou P, e fóra das bissectrizes, é centro de um hyperboloide de revolução, que contém as rectas VD e VE.

Com effeito, tirando por F a perpendicular FM á bissectriz VX, e por M perpendiculares MK e MK' ás rectas dadas VD e VE, teremos as distancias FK e FK' do ponto F ás mesmas rectas e, é evidente, que estas distancias, como hypothenusas dos triangulos eguaes FMK e FMK', serão eguaes entre si. O plano G, determinado pelas distancias FK e FK', contém a recta KK' perpendicular a VX e por isso é perpendicular ao plano H. A recta $F\varepsilon$ per-

pendicular ao plano G existe, pois, no plano H e é perpendicular á intersecção gF dos planos G e H. As menores distancias da recta $F\varepsilon$ ás rectas VD e VE são FK e FK' e, como estas distancias são eguaes, os hyperboloides de revolução descriptos pelas rectas VD e VE, movendo-se em torno de $F\varepsilon$, teem um circulo da gola commum descripto no plano G com o centro F e o raio FK ou FK'.

A perpendicular ao plano G conduzida pelo ponto V existe no plano H e encontra-o n'um ponto V', pelo qual devem passar as projecções de VD e VE sobre o plano G do circulo da gola dos dois hyperboloides.

Estas projecções KV' e $K'V'$ conjunctamente com o ponto V determinam dois triangulos rectangulos $VV'K$ e $VV'K'$, que são eguaes entre si por terem um lado commum VV' e dois lados eguaes VK e VK'. Os angulos VKV' e $VK'V'$, que as rectas VD e VE formam com o plano G, são por tanto eguaes entre si e os dois hyperboloides de revolução descriptos em torno de $F\varepsilon$ reduzem-se a um só. Fica assim demonstrado, que qualquer ponto F situado no plano H, e fóra da recta VX, é centro de um hyperboloide de revolução, que passa por VD e VE e, como estas duas rectas estão no mesmo plano, é fóra de duvida que ellas são geratrizes de differente systema do hyperboloide em questão. Do mesmo modo se prova, que qualquer ponto do plano P situado fóra de VZ é centro de um hyperboloide de revolução, que contém as rectas dadas.

Qualquer ponto situado fóra dos planos H e P dista desegualmente das rectas VD e VE e não pode por isso ser centro de um hyperboloide de revolução, que contenha estas rectas.

Os planos da gola de todos os hyperboloides, cujos centros estão no plano H, contém uma recta KK' parallela a VZ e são por consequencia parallelos a esta recta. Os planos da gola de todos os hyperboloides, que teem os centros no plano P, são parallelos a VX.

As distancias de um ponto M da bissectriz VX ás rectas VD e VE são duas rectas MK e MK' situadas no plano ZVX e por consequencia este plano conterá os circulos da gola de todos os hyperboloides, que porventura tenham os centros sobre VX. Existindo, porém, as rectas VD e VE no plano do circulo da gola, os hyperboloides com centro em VX reduzir-se-hão todos a um só plano DVE.

O ponto V poderia tomar-se para centro de uma infinidade de hyperboloides de revolução, que passassem por VD e VE, se attendessemos unicamente a que estas rectas formam angulos eguaes com qualquer plano conduzido por VZ ou VX. Todos estes hyperboloides, porém, teriam o circulo da gola reduzido a um ponto, e por isso transformar-se-hiam em cónes de revolução.

34.—Qualquer recta descripta n'um dos planos H, ou P com a condição

de não passar por V, nem ser perpendicular a VX ou VZ, pode considerar-se como eixo de um hyperboloide de revolução, de que VD e VE são geratrizes de differente systema.

Seja $F\varepsilon$ a recta dada. Imagine-se um plano G perpendicular a esta recta e construam-se n'elle as projecções $V'K$ e $V'K'$ das rectas dadas. O plano G, por ser perpendicular a uma recta existente no plano H, é parallelo a VZ e corta VD e VE em pontos K e K' situados n'uma perpendicular a VX. Por isto, e porque as projecções de VD e VE concorrem n'um ponto V' da intersecção gF dos planos G e H, será esta intersecção a bissectriz do angulo $KV'K'$. As perpendiculares baixadas de F sobre KV' e $K'V'$ devem, pois, encontrar estas rectas em pontos equidistantes de V', que serão projecções de pontos de VD e VE equidistantes de V. Na fig. 6 estes pontos confundem-se com as suas projecções e por isso o plano G contém o circulo da gola correspondente ao eixo $F\varepsilon$. Quando, porém, aquelles pontos fossem distinctos das projecções, bastaria conduzir por elles um plano perpendicular a $F\varepsilon$ para se ter o plano do circulo da gola relativo a esta recta.

Quando a recta $F\varepsilon$, descripta no plano H, é perpendicular a VX, ou passa por V, o hyperboloide reduz-se ao plano DVE, ou a um cone de revolução.

35.—As rectas não situadas em algum dos planos H ou P não podem ser eixos de hyperboloides de revolução, de que sejam geratrizes as rectas VD e VE.

Com effeito, o eixo de um hyperboloide de revolução fórma angulos eguaes com as geratrizes rectilineas, dista egualmente d'ellas e encontra no mesmo ponto as menores distancias d'elle ás mesmas geratrizes.

Uma recta obliqua aos dois planos H e P não pode ser eixo de um hyperboloide de revolução, de que sejam geratrizes VD e VE, porque faz angulos deseguaes com estas duas rectas, como se reconhece notando, que o plano, que lhe for perpendicular, não será parallelo nem a VZ, nem a VX. Uma recta parallela aos planos H e P, sem estar em algum d'elles, tambem não pode ser eixo de nenhum d'aquelles hyperboloides, porque dista desegualmente das duas rectas dadas. O mesmo acontece a uma recta parallela a um dos planos, P por exemplo, e não parallela ao outro H, quando não passa pela bissectriz VX situada no ultimo plano, porque, conduzindo pela recta planos parallelos a VD e VE, os traços d'elles no plano VDE são respectivamente parallelos a estas rectas, mas distam desegualmente d'ellas. Finalmente se a recta for parallela a um dos planos, P, e encontrar o outro, H, n'um ponto da bissectriz VX, as distancias d'ella a VD e VE serão eguaes, porém, encontral-a-hão em pontos differentes [1].

[1] Effectivamente as menores distancias da recta a VD e VE não podem encontral-a

Ora não podendo ser eixo d'um hyperboloide de revolução passando por VD e VE nem uma parallela aos planos H e P, nem uma parallela a um só d'estes planos, nem uma recta não parallela a nenhum d'elles segue-se que sómente poderão ser eixos d'aquellas superficies as rectas existentes em algum dos ditos planos.

Conclue-se tambem do exposto, que não ha plano parallelo a uma só das duas rectas VZ ou VX, que não contenha o circulo da gola d'um dos hyperboloides de revolução de que VD e VE são geratrizes.

36.—Fazendo $VM=x$, $MF=y$, $D\hat{V}E=\sigma$, $V\hat{K}V'=V\hat{K}'V'=\alpha$, $\hat{V}\varepsilon F=6$ e $FK=FK'=\rho$ acham-se as seguintes formulas relativas a todos os hyperboloides de revolução, que passam por VD e VE e teem o centro n'um ponto F do plano H.

$$\rho=\sqrt{y^2+x^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma} \tag{16}$$

$$\operatorname{tg} 6=\frac{gM}{MF}=\frac{x\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma}{y} \tag{17}$$

$$V\varepsilon=\frac{y}{\operatorname{tg} 6}+x=\frac{y^2+x^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma}{x\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma} \tag{18}$$

$$F\varepsilon=\frac{y\sqrt{y^2+x^2\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}\sigma}}{x\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma} \tag{19}$$

$$\operatorname{sen}\alpha=\cos\frac{1}{2}\sigma\cos 6=\frac{y\cos\frac{1}{2}\sigma}{\sqrt{y^2+x^2\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}\sigma}} \tag{20}$$

no ponto de intersecção d'ella com VX, porque as perpendiculares tiradas por elle sobre VD e VE são obliquas á recta, e não podem encontral-a n'outro ponto, porque obrigando a descrever 180° em torno de VX o quadrilatero formado por esta bissectriz, por VD, pela perpendicular commum a VD e á recta considerada, e por esta mesma recta reconhece-se, que os pontos de encontro da recta com as menores distancias d'ella a VD e a VE a encontram em pontos situados para lados oppostos do seu ponto de intersecção com VX e symetricos em relação a elle.

Mudando σ em $\pi - \sigma$, e x em z, transformam-se estas formulas nas formulas analogas relativas aos hyperboloides de revolução, que passam por VD e VE e teem o centro no plano P.

Designando por k o parametro das geratrizes dos hyperboloides de revolução com centro no plano H, e por k' o parametro das geratrizes dos hyperboloides de revolução com o centro no plano P é

$$k = \rho \operatorname{tg} \alpha \qquad k' = \rho' \operatorname{tg} \alpha'$$

e, substituindo n'estas expressões os valores achados para ρ, α, ρ' e α', tem-se

$$k = y \cot \tfrac{1}{2}\sigma \qquad k' = y \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\sigma \qquad (21)$$

Marcando de V para Z uma parte Vp egual a MF, a recta ap parallela a VX representará a grandeza do parametro k. O parametro k' pode construir-se por modo analogo.

Da formula (17) deduz-se, que os hyperboloides de revolução passando por VD e VE, que tiverem os centros n'uma recta conduzida por V e situada n'um dos planos H ou P, teem os circulos da gola em planos parallelos entre si; e da formula (20) segue-se, que nos mesmos hyperboloides todas as geratrizes formam angulos eguaes com os planos dos mesmos circulos.

As formulas (21) mostram, que os parametros, k e k', não mudam de valor, quando o centro do hyperboloide se desloca sobre uma recta parallela a VX ou a VZ sem comtudo sair d'um dos planos H ou P.

Um ponto symetrico de F em relação a VX é centro d'um hyperboloide, que tem o parametro egual e de signal contrario ao do hyperboloide, que tem o centro em F. A recta VD, por exemplo, é pois geratriz d'um systema no hyperboloide, que tem o centro em F e geratriz de outro systema no hyperboloide, que tem o centro no ponto symetrico de F.

Dois pontos symetricos em relação a V, e situados n'um dos planos H ou P, são tambem centros de dois hyperboloides, cujos parametros differem apenas nos signaes.

A formula (16) mostra, que os centros de todos os hyperboloides, que teem circulos da gola eguaes, existem n'uma ellipse com o centro em V descripta no plano H ou P. Um dos semi-eixos da ellipse é egual a $\frac{\rho}{\operatorname{sen} \frac{1}{2}\sigma}$ ou a $\frac{\rho}{\cos \frac{1}{2}\sigma}$, conforme existir sobre VX ou VZ, o outro semi-eixo existe sobre AB e é sempre egual a ρ.

37.—Do exposto conclue-se, que ha uma infinidade de eixos á roda dos quaes pode mover-se uma recta VD, de sorte que chegue a confundir-se com outra recta VE concorrente com ella. Estes eixos em numero infinito existem nos dois planos H e P e devem ser perpendiculares a VX, a VZ, ou passar pelo ponto V.

Quando o eixo de rotação deixa de passar por V e de ser perpendicular a VX ou VZ, estando comtudo n'um dos planos H ou P, a recta VD, por exemplo, descreve um hyperboloide de revolução, porem, jámais chega a confundir-se com VE, porque as duas rectas VD e VE, por serem concorrentes, são geratrizes de systemas differentes do hyperboloide gerado.

Quando o eixo de rotação passa por V, os pontos das rectas VD e VE, que coincidem, e que por isso se chamam pontos homologos, estão a distancias eguaes de V. N'este caso, se o eixo existe no plano H, são pontos homologos quaesquer dois pontos K e K' situados de modo que as distancias VK e VK' sejam eguaes e se contem a partir de V em sentido tal, que a recta VX existente no plano H divida ao meio o angulo formado pelas mesmas distancias. Semelhantemente, quando o eixo de rotação existe no plano P, qualquer ponto K da recta VD tem por homologo um ponto situado no prolongamento de EV para o lado de V.

38.—Quando o eixo de rotação existe n'um dos planos H ou P, sem comtudo passar por V, os pontos homologos existem em geral a distancias deseguaes de V.

Seja I (fig. 7) o traço d'um eixo sobre o plano VDE, ao qual é perpendicular. As perpendiculares IK e IK' a VD e VE determinam dois pontos homologos K e K', que por excepção distam egualmente de V. Quaesquer outros pontos homologos L e L' distam egualmente de K e de K', porém, ficam dispostos de sorte que, das suas distancias VL e VL' a V uma é maior e outra menor que VK.

Para achar o eixo de rotação correspondente a dois segmentos homologos LM e $L'M'$, suppondo que L e L' são pontos homologos, basta levantar perpendiculares ao meio de diversas cordas homologas LL', MM', etc., porque todas ellas concorrerão n'um ponto I da bissectriz VZ. Prova-se, que as perpendiculares concorrem effectivamente no ponto I, comparando os triangulos rectangulos IKL e $IK'L'$ determinados pela perpendicular lI ao meio de uma d'aquellas cordas e pelas distancias de I a VD e VE. Reconhece-se então, que os angulos ILK e $IL'K'$ são eguaes e por consequencia que serão eguaes tambem os triangulos ILM e $IL'M'$ e as distancias IM e IM'. Logo o ponto I existe na perpendicular levantada ao meio m de MM'.

Se os segmentos LM e $L'M'$ forem inversamente homologos, isto é, se L for homologo de M' e M homologo de L', as perpendiculares pF e nF le-

vantadas ao meio das cordas homologas LM' e ML' encontrar-se-hão tambem n'um ponto, mas este ponto de encontro existirá então na bissectriz VX.

39.—Quando o ponto V se afasta indefinidamente sobre uma das bissectrizes, VX por exemplo, a outra bissectriz, VZ, juntamente com o plano P dos eixos (fig. 6), que a contém, desapparece no infinito e as rectas tornam-se parallelas.

Ha então eixos a distancia infinita e eixos a distancia finita. As rotações em torno dos primeiros convertem-se em translações segundo rectas existentes no plano das parallelas. As rotações em torno dos segundos eixos obrigam cada uma das duas rectas dadas a descrever um plano, um cylindro ou um hyperboloide, conforme o eixo for perpendicular, parallelo ou obliquo ao plano das mesmas rectas.

Abstrahindo, porém, do caso em que o eixo é obliquo ao plano das parallelas, porque estas tornam-se então geratrizes de differente systema de um hyperboloide, podemos concluir que *é possivel levar uma de duas parallelas a confundir-se com a outra:* 1.° *por meio de uma translação ao longo de qualquer recta existente no plano d'ellas;* 2.° *por meio de uma rotação em torno de um eixo perpendicular ao mesmo plano e equidistante das duas parallelas;* 3.° *por meio de uma rotação em torno de um eixo parallelo ás rectas dadas e equidistante d'ellas.*

No primeiro caso as cordas homologas são parallelas entre si, e obliquas ou perpendiculares ás duas rectas dadas, no terceiro caso as mesmas cordas são perpendiculares ás duas rectas parallelas, e no segundo caso finalmente as cordas homologas cruzam-se n'um só ponto, que é o centro de rotação.

Nenhuma difficuldade haverá, pois, em determinar o movimento, que convém imprimir a uma de duas parallelas, para que ella chegue a confundir-se com a outra, logo que se deem dois segmentos homologos das mesmas parallelas, nem em determinar estes segmentos, quando aquelle movimento seja conhecido.

40.—Quando o eixo de rotação é obliquo ás parallelas, e existe no plano determinado pelos pontos equidistantes d'ellas, as duas parallelas descrevem um hyperboloide de revolução. *Por duas rectas parallelas passam, pois, uma infinidade de hyperboloides de revolução.* Os centros de todos estes hyperboloides existem evidentemente na recta situada no plano das parallelas a egual distancia d'ellas. Os circulos da gola de todos elles teem o diametro egual ao intervallo p entre as parallelas. Podem, comtudo, estes hyperboloides differir uns dos outros pelo valor α da inclinação das geratrizes sobre o plano do circulo da gola e, como esta inclinação α é n'este caso complementar do angulo θ, que o eixo do hyperboloide faz com a recta, que passa pelos centros de todos os hyperboloides, segue-se que

$$k = \frac{1}{2} p \cot \epsilon \qquad (22)$$

è o valor do parametro de qualquer hyperboloide de revolução, que contém as duas parallelas dadas. Esta formula mostra, que o parametro d'estes paraboloides pode passar por todos os estados de grandeza.

A cada valor de ϵ correspondem uma infinidade de hyperboloides eguaes e de tal modo dispostos que qualquer d'elles, deslocando-se ao longo das parallelas, irá successivamente confundir-se com todos os outros.

Interpretando as formulas (§ 36) relativas ao caso das rectas concorrentes chega-se ás mesmas conclusões. Suppondo $\sigma = 0$ a formula (20) dá $\alpha = \frac{1}{2}\pi - \epsilon$ e suppondo tambem $y = 0$, $x = \frac{0}{0}$, lim. $x \operatorname{sen} \frac{1}{2}\sigma = \frac{1}{2} p$ a formula,

$$k = \frac{x \operatorname{sen} \frac{1}{2}\sigma \cos \frac{1}{2}\sigma}{\operatorname{tg} \epsilon}$$

que se obtem eliminando y entre (21) e 17), converte-se em (22).

CAPITULO III

Da concordancia de duas superficies regradas quando uma d'ellas é de revolução

41.—Nas deducções precedentes temos supposto, que as duas rectas estão a distancia finita uma da outra. Imaginando que ellas são geratrizes de uma superficie empenada, e que uma se desloca sobre esta superficie aproximando-se indefinidamente da outra, teremos duas rectas AD e BE (fig. 1) nas quaes o angulo $DAR = \sigma$ e a menor distancia $AB = p$ são infinitamente pequenos.

N'estas condições especiaes ainda uma infinidade de hyperboloides de revolução passam pelas duas rectas, porém, como estas são geratrizes infinitamente proximas de uma superficie empenada, todos elles concordam com a superficie ao longo da geratriz considerada.

Ha, pois, uma infinidade de hyperboloides de revolução, que concordam com uma superficie empenada ao longo de cada uma das suas geratrizes rectilineas.

42.—Os eixos de todos os hyperboloides de revolução, que concordam com uma geratriz, AD por exemplo, existem n'um paraboloide hyperbolico, cujos elementos se determinam considerando as modificações, que soffre o paraboloide relativo a duas rectas quaesquer AD e BE, quando AB e o angulo DAR tendem para zero. N'estas circumstancias o vertice V do paraboloide e o ponto A tendem a confundir-se no limite com o ponto central da geratriz AD, e o eixo AB do paraboloide aproxima-se indefinidamnte da tangente á *linha de estricção*. A bissectriz VX tende para a geratriz AD e o plano director AH para o *plano central* da mesma geratriz. A bissectriz VZ tende a tornar-se normal á superficie empenada no ponto central da geratriz AD e o plano director AT será no limite perpendicular a AD.

Logo *os eixos de todos os hyperboloides de revolução, que concordam com uma superficie empenada ao longo de uma geratriz rectilinea, existem n'um paraboloide hyperbolico isosceles. O vertice d'este paraboloide existe no ponto central da geratriz, o eixo é tangente á linha de estricção, um dos planos directores é o plano central da geratriz e o outro plano director é perpendicular a esta recta.*

43.—Passemos agora a estudar as modificações, que soffrem os hyperboloides, que teem o centro na bissectriz VX correspondente ao angulo infinitamente pequeno DAR.

Este angulo e as rectas AB, GK e GF são evidentemente quantidades infinitamente pequenas de primeira ordem, em quanto Gg é infinitamente pequena de segunda ordem. As rectas KF e $K'F$, que tambem são infinitamente pequenas de primeira ordem, tendem por tanto a confundir-se com a corda KK', ou antes, visto que esta corda é infinitamente pequena, com a tangente, que se obtem prolongando indefinidamente o elemento KK'. A bissectriz VX tende a confundir-se com a geratriz AD e por tanto o plano $pqq'p'$ do circulo da gola, que no limite contém AD e KK', converte-se no plano tangente á superficie empenada no ponto commum ás rectas AD e KK' nas suas posições limites. O eixo $F\varepsilon$ do hyperboloide, que estamos considerando, converte-se, pois, em normal á superficie.

O angulo formado pela geratriz AD com o plano $pqq'p'$ do circulo da gola é infinitamente pequeno de primeira ordem, e, como d'esta ordem é tambem o raio KF do mesmo circulo, segue-se que o hyperboloide de revolução, cujo eixo é $F\varepsilon$, se reduz no limite ao plano AH do seu circulo da gola.

Em conclusão: *quando uma recta, movendo-se, gera uma superficie empenada aproximando-se indefinidamente de outra geratriz da mesma superficie, os hyperboloides de revolução em numero infinito, que passam pelas duas geratrizes, vão-se modificando de sorte que aquelles, cujos centros estão em geral na bissectriz* VX *do angulo infinitamente pequeno formado pelas geratrizes, per-*

dem successivamente a sua curvatura e tendem a confundir-se com os planos tangentes á superficie nos diversos pontos da geratriz.

44.—Examinemos agora as modificações por que passam os outros hyperboloides de concordancia, isto é, os que teem o centro na bissectriz VZ do supplemento do angulo infinitamente pequeno formado pelas duas geratrizes successivas da superficie.

Para aproveitarmos a fig. 1 suppomos, que o angulo infinitamente pequeno das geratrizes é o supplemento de DAR. D'esta supposição resulta, que o angulo DAG differe infinitamente pouco de um angulo recto, e que a bissectriz VX se torna no limite normal á superficie empenada no ponto central A da geratriz AD. Os planos dos circulos da gola de todos estes hyperboloides serão então normaes á superficie no mesmo ponto A e os centros d'aquelles circulos estarão na normal a este ponto.

A recta GK tende a confundir-se com AG e com esta recta tenderá egualmente a confundir-se o raio FK do circulo da gola, visto que AG é finito e GF infinitamente pequeno. E, como AK se aproxima indefinidamente de zero, o ponto K da circumferencia da gola confundir-se-ha no limite com o ponto central A da geratriz AD.

N'estes hyperboloides o angulo formado por qualquer das suas geratrizes rectilineas com o plano do circulo da gola é finito e egual ao que este plano faz com o plano tangente á superficie no ponto situado a distancia infinita sobre a geratriz de concordancia.

Não deixam, pois, de existir os hyperboloides de concordancia, que teem os centros sobre a normal á superficie no ponto central da geratriz; sómente a sua curvatura vae diminuindo á medida que o centro se afasta do ponto central, de sorte que, quando a distancia d'estes pontos se torna infinita, o hyperboloide se reduz ao plano central da geratriz.

Conclue-se, por tanto, que *os eixos de todos os hyperboloides de revolução, que concordam com uma geratriz rectilinea de uma superficie empenada, conjunctamente com as normaes a esta superficie ao longo da mesma geratriz existem n'um paraboloide hyperbolico isosceles*. Este paraboloide, cujo vertice, eixo e planos directores foram já determinados (§ 42) chama-se *paraboloide das normaes*.

45.—No limite, quando p e σ tendem para zero, de sorte que seja

$$\lim \frac{p}{\sigma} = -k$$

sendo k uma quantidade finita, os tres paraboloides (7), (9) e 13), que passam por VX, e de que anteriormente tratámos (§§ 6 e 8), confundem-se em um só, porque as rectas FK e FK' tendem sem cessar a confundir-se com KK'.

Effectivamente as equações dos tres paraboloides reduzem-se no limite á equação unica

$$xy+kz=0 \qquad (23)$$

Esta equação representa evidentemente o paraboloide de concordancia com uma superficie empenada ao longo de uma geratriz, cujo parametro é k, e no qual as geratrizes de um dos systemas são perpendiculares á geratriz de concordancia. A origem das coordenadas está no ponto central d'esta geratriz, os eixos dos xx, yy e zz são tomados sobre esta geratriz, a tangente á linha de estricção e a normal no ponto central.

Os planos directores do paraboloide são os planos coordenados ZX e ZY. O sentido dos eixos positivos deve ser tal que, quando o eixo positivo dos yy gira no plano YZ, de sorte que no fim de um quarto de revolução esteja sobre o eixo positivo dos zz, o plano determinado pelo eixo movel e pela geratriz de concordancia toque a superficie n'um ponto que se desloque sobre a mesma geratriz no sentido positivo dos xx.

Dando a este paraboloide de concordancia (23) um quarto de rotação em torno da geratriz de contacto obtem-se o *paraboloide das normaes*, cuja equação pode deduzir-se d'aquella mudando $+y$ em $+z$ e $+z$ em $-y$, ou $+y$ em $-z$ e $+z$ em $+y$. Esta mesma equação

$$xz-ky=0 \qquad (24)$$

se achará fazendo na equação (12)

$$k=-\lim\frac{p}{\sigma}$$

A equação (24) representa por tanto o paraboloide das normaes ao longo de qualquer geratriz de uma superficie empenada referido a tres eixos orthogonaes tendo por origem o ponto central da mesma geratriz, tomando esta para eixo dos xx, a normal no ponto central para eixo dos yy e a tangente á linha de estricção para eixo dos zz. As partes positivas d'estes eixos devem ser escolhidas de modo que, quando o eixo positivo dos zz descreve o plano zy em sentido tal que no fim de um quarto de revolução, se confunda com o eixo dos yy, o plano determinado pelo eixo movel e a geratriz toque a superficie n'um ponto, que percorra a mesma geratriz no sentido em que se contam os xx positivos. O parametro da geratriz é k.

Os tres paraboloides (10), (11) e (14) que, em geral, passam por VZ, e

de que tambem já tratámos, transformam-se nos tres planos coordenados, quando σ e p tendem para zero.

46. Quando duas rectas concorrentes formam um angulo variavel, que decresce indefinidamente, ellas tendem a confundir-se no seu limite com uma recta unica, que pode considerar-se ou como geratriz de uma superficie planificavel, ou como geratriz singular de uma superficie empenada. N'este ultimo caso o ponto de concurso das rectas é um *vertice* da superficie empenada.

É facil reconhecer, que os hyperboloides de revolução que tinham o eixo no plano H, quando σ era finito, se reduzem agora a cylindros. Com effeito, tendendo a angulo DVX (fig. 6) para zero, tendem para zero as rectas gK e MK e consequentemente as tres rectas FK, Fg e FM tenderão a confundir-se. Confundindo-se estas rectas, o plano G será perpendicular á recta VX, da qual se aproximarão indefinidamente VD e VE, e o eixo $F\varepsilon$ tornar-se-ha parallelo a VX. As formulas do § 36 dão para $\sigma=0$ os valores

$$\rho=y \qquad \epsilon=0 \qquad \alpha=90^{\circ} \qquad k=\infty$$

que confirmam o que temos dito sobre a transformação dos hyperboloides em cylindros de revolução.

Suppondo agora que o angulo DVZ tende para zero, é evidente que MK e MV tenderão a confundir-se, e por consequencia que FK se aproximará indefinidamente de FV. O plano da gola do hyperboloide, que tem o centro em F, conterá então a bissectriz VZ, e o hyperboloide de revolução reduzir-se-ha ao plano do seu circulo da gola. As formulas dão, quando $\lim D\hat{V}E=0$, para os hyperboloides com o centro no plano P

$$\rho_1^2=\sqrt{y^2+z^2} \quad \operatorname{tg}\epsilon_1=\frac{z}{y} \quad V\varepsilon_1=\frac{y^2+z^2}{z} \quad F\varepsilon_1=\frac{y\sqrt{y^2+z^2}}{z} \quad \alpha_1=0 \quad k_1=0.$$

Logo, quando o angulo $DVE=\sigma$, formado por duas rectas concorrentes, tende para zero, os hyperboloides de revolução, que, em geral, teem o eixo no plano H, transformam-se em cylindros de revolução em torno d'eixos parallelos a VX, e os que tem o eixo no plano P transformam-se em planos passando por VX.

Podemos concluir: *Ha uma infinidade de cones e de cylindros de revolução, que concordam com uma superficie planificavel ao longo de qualquer das suas geratrises rectilineas, ou com uma superficie empenada ao longo de uma geratriz, que contenha um vertice. Os cones de revolução teem o eixo no plano normal á superficie ao longo da geratriz de concordancia e o vertice no ponto em que esta geratriz toca a aresta de reversão, quando a superficie é planifica-*

vel, e no vertice da superficie, quando esta é empenada. Os eixos dos cylindros de revolução são quaesquer parallelas á geratriz de concordancia situadas no plano normal á superficie ao longo da mesma geratriz. Qualquer plano que passe por a geratriz, é tangente á superficie, no ponto em que ella toca a aresta de reversão, ou no vertice.

47.—Sabemos que por duas rectas parallelas passam uma infinidade de hyperboloides e de cylindros de revolução e um só plano. Quando as duas rectas são geratrizes de uma superficie, e uma d'ellas se aproxima indefinidamente da outra, conservando-se ambas constantemente parallelas, o intervallo p entre ellas tende para zero e a formula (22) mostra que é

$$\lim. k=0$$

com tanto que não seja $\epsilon=0$. Os hyperboloides, que passam por as duas parallelas, reduzem-se então a cones de revolução, cujos vertices podem ser quaesquer pontos da recta VX, com a qual se confundem as duas parallelas no limite. Cada um d'estes cones concorda então com a superficie. O mesmo acontece aos cylindros de revolução, que passam por as duas rectas parallelas e ao plano em que estas existem.

Em conclusão: *Ha uma infinidade de cylindros e de cones de revolução, que concordam com uma geratriz de uma superficie, quando ella é parallela á que lhe fica infinitamente proxima. Os eixos dos cylindros são parallelos á geratriz de concordancia, os dos cones encontram-a em qualquer dos seus pontos, e tanto uns como outros existem no plano normal á superficie ao longo da mesma geratriz. Um só plano toca a superficie em todos os pontos da geratriz em questão.*

CAPITULO IV

Dos diversos movimentos helicoidaes de uma recta obrigada a passar por duas posições não situadas no mesmo plano

48.—*Duas rectas no espaço são geratrizes de uma infinidade de helicoides. Os eixos d'estes helicoides cortam orthogonalmente uma das duas bissectrizes dos angulos formados pelas rectas dadas.*

Sejam AD e BE (fig. 8) as rectas dadas, AB a sua menor distancia, V o meio de AB, VX e VZ as bissectrizes dos angulos, que as rectas fazem.

Para demonstrarmos a proposição acima enunciada, começaremos por de-

terminar a menor distancia de cada uma das rectas dadas a uma recta $F\varphi$, que encontre a angulo recto a bissectriz VX.

A menor distancia das rectas AD e $F\varphi$ obtem-se, como se sabe, fazendo passar por $F\varphi$ um plano parallelo a AD, projectando n'elle esta recta e procurando o ponto em que a projecção encontra $F\varphi$. O plano conduzido por $F\varphi$ parallelamente a AD tem por traços sobre os planos DE e $ABqr$ a recta dh, que é parallela a $F\varphi$, e a recta Ft. A recta, que projecta n'este plano um ponto D de AD, tem por projecções sobre os planos DE e $ABqr$ as perpendiculares Dm' e rm aos traços do plano, que passa por $F\varphi$ e por a parallela dF a AD. Imaginando um plano vertical, ou parallelo a VZ, conduzido pela projectante (Dm', rm) e procurando a intersecção d'elle com o plano dtp, reconhece-se que os pontos p e h são communs aos dois planos. A recta hp' é por tanto a projecção sobre o plano DE da intersecção d'aquelles dois planos e o ponto m' será a projecção no mesmo plano do pé da perpendicular baixada de D sobre dtp. A projecção m do mesmo ponto sobre $ABqr$ acha-se sem difficuldade alguma. A projecção do ponto D sobre o plano dtp é, pois, M e a projecção no mesmo plano da recta AD é uma recta $M\Omega$ parallela a AD.

A recta $M\Omega$ e a projectante Mm' de M determinam um plano parallelo a ZVX, que ha de cortar DE n'uma recta $m'\omega$ parallela a VZ. A projecção de Ω sobre o plano DE existirá por consequencia sobre $m'\omega$ e como tambem deve existir na projecção de $F\varphi$, que é uma recta $X\omega'$ parallela a $F\varphi$, segue-se que existirá na intersecção ω de $X\omega'$ com $m'\omega$. O ponto Ω pode, pois, achar-se independentemente de M.

Conduzindo por Ω um plano perpendicular a $F\varphi$, plano cujos traços sobre DE e ADr são ωk perpendicular a ωX e kK parallela a VX, acha-se uma recta ΩK, que é perpendicular commum ás rectas AD e $F\varphi$ e que mede a sua menor distancia. A recta ΩK é egual e parallela a DM.

Achada a menor distancia ΩK das rectas AD e $F\varphi$ é facil achar a menor distancia das rectas $F\varphi$ e BE. Basta para esse fim imprimir uma rotação de 180° ao pentagono empenado $F\Omega KAVF$ em torno de VF. N'esta semi-rotação os pontos ω e k, projecções de Ω e K no plano DE, descrevem semi-circumferencias, que terminam em ω' e h' e os pontos Ω e K vão para Ω' e K' determinados pela condição de se projectarem em ω' e h'.

Do exposto conclue-se que as menores distancias da recta $F\varphi$ ás rectas AD e BE são duas rectas ΩK e $\Omega' K'$ eguaes entre si e terminadas em pontos Ω e Ω' equidistantes de F.

Suppondo que a recta AD se desloca parallelamente a $F\varphi$ de uma quantidade egual a $\Omega\Omega'$, os pontos ω, k e K percorrerão as rectas $\omega\omega'$, kk_1 e KK_1 eguaes e parallelas a $\Omega\Omega'$, e a recta AD, sem deixar de ser parallela a si mesma, irá tomar a posição $\alpha_1 K_1$. N'esta posição as rectas $\alpha_1 K_1$ e BE dista-

rão egualmente de $F\varphi$ e as menores distancias d'ellas a esta recta encontrar-se-hão no ponto Ω'.

Por este motivo, e porque $\alpha_1 K_1$ e BE fazem angulos eguaes com $F\varphi$, é facil concluir (§ 3), que a recta $\alpha_1 K_1$ chegará a confundir-se com BE, se se mover em torno de $F\varphi$.

É possivel, pois, obrigar a recta AD a confundir-se com BE dando-lhe dois movimentos, um de translação egual e parallelo a $\Omega\Omega'$ e outro de rotação em torno d'esta mesma recta. Cada ponto de AD descreve assim uma trajectoria mixtilinea composta de uma recta e de um arco de circulo com o centro em $F\varphi$. As rectas descriptas pelos diversos pontos de AD são todas eguaes; não acontece, porém, o mesmo aos arcos que elles percorrem, os quaes, sendo deseguaes, estão comtudo em relação constante com os raios dos circulos, a que pertencem. Podem por tanto substituir-se ás trajectorias mixtilineas percorridas por os pontos de AD helices com o eixo commum $F\varphi$ e o *passo reduzido*

$$h = \frac{\Omega\,\Omega'}{K_1\,\hat{\Omega}'\,K'}$$

Todas estas helices existem n'uma superficie helicoidal, que evidentemente passa tambem pelas duas rectas dadas AD e BE. Ao mesmo resultado se chegaria invertendo a ordem dos movimentos isto é, dando á recta AD primeiro o movimento de rotação e depois o de translação.

Qualquer outra recta, que corte orthogonalmente VX ou VZ, pode egualmente tomar-se para eixo de um helicoide regrado, que passe pelas referidas duas rectas.

49.—As rectas, que não satisfizerem á dupla condição de serem perpendiculares a uma das bissectrizes, VX ou VZ, e de a cortarem, não podem ser eixos de helicoides regrados, que tenham por geratrizes AD e BE.

Com effeito, o eixo de qualquer helicoide regrado fórma angulos eguaes com todas as suas geratrizes rectilineas e dista egualmente d'ellas. Da primeira condição resulta immediatamente que todos os eixos hão de ser perpendiculares a VX ou a VZ.

Da segunda condição, e de serem perpendiculares a VX, por exemplo, resulta que os eixos devem distar egualmente dos planos parallelos a elles conduzidos por AD e BE. É, pois, necessario para uma recta $\mathbb{R}$ perpendicular a VX ser eixo de um helicoide regrado passando por AD e BE, que a mesma recta exista n'um plano bissector do diedro formado pelos planos conduzidos por AD e BE parallelamente a $\mathbb{R}$, e como n'esse mesmo plano bissector está VX, segue-se que o eixo $\mathbb{R}$ do helicoide não só ha de ser perpendi-

cular a VX ou a VZ, como ha de cortar aquella das duas bissectrizes, a que for perpendicular.

Chama-se *eixo central* das duas posições AD e BE de uma recta ao eixo de qualquer dos helicoides regrados, que passar pelas mesmas rectas. Distinguiremos os eixos centraes perpendiculares a VX dos perpendiculares a VZ, designando uns por *eixos centraes do systema* VX *e outros por eixos centraes do systema* VZ.

50.—*O logar geometrico dos pontos de encontro*, Ω, *dos eixos centraes do mesmo systema com as perpendiculares communs a elles e á recta* AD *é um hyperboloide escaleno de uma folha. Um dos eixos d'este hyperboloide é a menor distancia* AV *da recta* AD *á bissectriz* VX *atravessada pelos eixos centraes, que se consideram; os outros eixos são parallelos ás bissectrizes dos angulos formados por* AD *e* VX.

Imaginemos (fig. 9) uma serie de eixos centraes do systema VX situados n'um plano $\omega\varepsilon\varepsilon'\omega'$ e procuremos a menor distancia de cada um d'elles a AD.

Conduzindo por AD dois planos perpendiculares entre si e taes que um seja parallelo a $\varepsilon'\omega'$, que suppomos ser um d'aquelles eixos centraes, e, determinando o ponto de intersecção do mesmo eixo com o outro plano, tem-se um ponto da menor distancia de $\varepsilon'\omega'$ a AD.

O traço do plano conduzido por AD parallelamente a $\varepsilon'\omega'$ sobre o plano ZVA é uma recta parallela a $\varepsilon'\omega'$ tirada por A. A perpendicular ao primeiro d'estes planos conduzida por A projecta-se em Ap, que é perpendicular a $\varepsilon\omega$, sobre o plano ZVA, e em Vt perpendicular a AD sobre o plano ZVX. O ponto de encontro d'este ultimo plano com a perpendicular é t. Conduzindo por este ponto uma parallela $t\varphi$ a AD ter-se-ha a intersecção do plano ZVX com aquelle dos planos não parallelo a $\varepsilon'\omega'$, que fizemos passar por AD. O traço sobre o plano Drq do plano determinado pelas parallelas AD e $t\varphi$ é, pois, $D\delta$ e a intersecção d'este ultimo plano com o plano $\omega\varepsilon\varepsilon'\omega'$ dos eixos é uma recta $\varphi\psi$ determinada pelos pontos φ e P.

P é por tanto o ponto do *eixo central* $\varepsilon'\omega'$ por onde passa a menor distancia d'elle á recta AD, e, em geral, o pé da menor distancia de qualquer outro eixo situado no plano $\omega\varepsilon\varepsilon'\omega'$ á recta AD estará na intersecção do eixo com a recta $\varphi\psi$.

Logo *os pontos de encontro de todos os eixos centraes situados no mesmo plano e pertencentes ao systema* VX *com as perpendiculares communs a elles e á recta* AD *existem n'uma recta, que encontra* VX *e* AD *em pontos* φ *e* ψ *variaveis com a direcção do plano.* O logar geometrico de todos aquelles pontos de encontro é por tanto uma superficie regrada.

Designando por σ aquelle dos angulos formados por AD e BE a que cor-

responde a bissectriz VX e por θ o angulo $ZV\omega$ formado pela outra bissectriz com um eixo central $\varepsilon\omega$ deduzir-se-ha do triangulo $Vt\varphi$ rectangulo em t.

$$V\varphi = \frac{Vt}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma}$$

e da comparação dos triangulos rectangulos Vpt e VpA

$$Vt.\cos\tfrac{1}{2}\sigma = AV.\operatorname{tg}\theta.$$

Eliminando Vt entre as duas egualdades vem

$$V\varphi = \frac{AV\,tg.\,\theta}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma} \qquad (25)$$

Resolvendo os triangulos rectangulos $A\varepsilon\psi$ e $A\varepsilon V$ obtem-se

$$A\psi = \frac{AV.\cot\theta}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma} \qquad (26)$$

e multiplicando ordenadamente as duas ultimas equações acha-se

$$V\varphi \times A\psi = \frac{AV^2}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma} \qquad (27)$$

A ultima egualdade mostra que, o producto dos segmentos $V\varphi$ e $A\psi$ é constante, isto é, independente de θ, e por consequencia que as duas rectas VX e AD são divididas homographicamente pela recta $\varphi\psi$ variavel de posição com os diversos valores de θ.

O que acabamos de demonstrar é sufficiente para se concluir que a recta $\varphi\psi$ é geratriz d'um hyperboloide de uma folha.

Tirando nos planos parallelos ZVX e ADr duas rectas parallelas φM e ψN e unindo os pontos M e N obtem-se uma recta MN, que encontra $\varphi\psi$ em ζ. Comparando os triangulos semelhantes $V\varphi M$ e $A\psi N$ acha-se

$$V\varphi . A\psi = VM . AN$$

Suppondo fixos os pontos M e N, e variaveis φ e ψ, as rectas φM e ψN mudam de direcção, porém, conservam-se constantemente parallelas entre si. As rectas VX, AD e MN podem, pois, tomar-se para directrizes do hyperboloide gerado pelas posições successivas de $\varphi\psi$.

As rectas $\varphi\psi$, VD' parallela a AD e Ar são geratrizes de um systema, as rectas MN, AD e VX são geratrizes do outro systema.

Escolhendo para cada posição de $\varphi\psi$ os pontos M e N de sorte que sejam

$$VM = A\psi \qquad AN = V\varphi$$

as rectas φM e ψN serão eguaes e parallelas entre si e as geratrizes MN e $\varphi\psi$ do hyperboloide tornar-se-hão parallelas.

Os planos DAr e $D'VX$ perpendiculares a AV são tangentes ao hyperboloide. A recta AV, que une os pontos de contacto, é por tanto um eixo da superficie. Os outros eixos passam pelo meio C de AV e devem formar angulos eguaes com AD e VX. Tratemos agora de descobrir qual d'estes dois eixos, CR e CI, é real e para esse fim determinemos a intersecção do hyperboloide com o plano parallelo a ZVX conduzido pelo centro C da superficie.

Qualquer geratriz $\varphi\psi$ do hyperboloide projecta-se sobre a face DE do parallelipipedo n'uma recta $X\varepsilon'$. A intersecção d'esta recta com $m\mu'$, que é parallela ás rectas Xw e $r\varepsilon'$ e equidistante d'ellas, dá a projecção μ' do ponto μ commum á recta $\varphi\psi$ e ao plano secante, que estamos considerando. O ponto μ divide ao meio o segmento $\varphi\psi$. Projectando no mesmo plano secante as rectas $V\varphi$, $A\psi$, $\varphi\psi$ e $C\mu$ ter-se-ha um triangulo $C\varphi'\psi'$ com uma das suas medianas $C\mu$, designando por φ' e ψ' as projecções de φ e ψ. E, se porventura os segmentos $V\varphi$ e $A\psi$ forem eguaes, o triangulo $\varphi' C\psi'$ tornar-se-ha isosceles e a mediana $C\mu$, que então é perpendicular a $\varphi'\psi'$, confundir-se-ha com a bissectriz CR.

Ora a condição para serem eguaes os segmentos $V\varphi$ e $A\psi$ deduz-se das equações (25) e (26) e é

$$\operatorname{tg}^2\theta = \cos\frac{1}{2}\sigma \qquad (28)$$

Construindo a geratriz $\varphi\psi$ correspondente ao valor de θ deduzido da ultima equação (28) e determinando o ponto em que ella encontra o plano secante, acha-se um vertice do hyperboloide. Este vertice está sobre CR. Em relação a qualquer geratriz $\varphi\psi$ é

$$\frac{p}{4\,tg\,\theta} = m\mu' = C\mu.\operatorname{sen}(C\mu, VX)$$

e suppondo que é $V\varphi = A\psi$ será $\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{4}\sigma$ o valor do angulo formado pelas rectas $C\mu$ e VX e ter-se-ha

$$C\mu_1 = \frac{p}{4 \operatorname{tg} \theta \cos \frac{1}{4}\sigma}$$

e attendendo á condição (28)

$$C\mu_1^2 = \frac{p^2}{16 \cos \frac{1}{2}\sigma \cos^2 \frac{1}{4}\sigma}$$

$$C\mu_1^2 = \frac{p^2}{8 \cos \frac{1}{2}\sigma \left(1 + \cos \frac{1}{2}\sigma\right)} \qquad (29)$$

Logo os eixos reaes do hyperboloide teem por direcções AV e CR e por valores absolutos

$$\frac{p}{2} \qquad \frac{p}{\sqrt{2 \cos \frac{1}{2}\sigma \left(1 + \cos \frac{1}{2}\sigma\right)}}$$

e o eixo imaginario, ou não transverso, tem por direcção CI e por valor absoluto

$$\frac{p}{\sqrt{2 \cos \frac{1}{2}\sigma \left(1 - \cos \frac{1}{2}\sigma\right)}}$$

O producto $\cos \frac{1}{2}\sigma \left(1 + \cos \frac{1}{2}\sigma\right)$ é egual a 2, quando $\sigma = 0$, caso em que o hyperboloide se reduz a um cylindro de revolução. Para todos os outros valores de σ o producto é inferior a 2, e por consequencia são deseguaes os eixos reaes do hyperboloide.

51.—As rectas, que cortam orthogonalmente a bissectriz VZ das rectas AD e BE são tambem eixos de helicoides regrados, que cortam AD e BE. Estes eixos encontram as perpendiculares communs a elles e a BD em pontos situados n'um hyperboloide escaleno de uma folha. Distinguiremos este hyperboloide d'aquelle de que anteriormente tratámos designando um por hyperboloide (AD, VZ) e o outro por (AD, VX). Estes dois hyperboloides teem um

eixo real commum, que é AV. No hyperboloide (AD, VZ) os outros eixos são parallelos ás bissectrizes dos angulos formados pelas rectas AD e VZ e fazem por conseguinte angulos de 45° com os eixos do mesmo nome do hyperboloide (AD, VX). Os valores dos eixos d'aquelle hyperboloide deduzem-se dos d'este mudando σ em $\pi - \sigma$ e são

$$\frac{p}{2} \qquad \frac{p}{\sqrt{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2}\sigma \left(1 + \operatorname{sen} \frac{1}{2}\sigma\right)}} \qquad \frac{p}{\sqrt{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2}\sigma \left(1 - \operatorname{sen} \frac{1}{2}\sigma\right)}}$$

Dando ao hyperboloide (AD, VX) meia rotação em torno de VX obtem-se o logar geometrico dos pontos, em que os eixos perpendiculares a VZ encontram as menores distancias d'elles á recta BE. Designaremos este novo hyperboloide por (BE, VX). Semelhantemente, se dermos meia rotação em torno de VZ ao hyperboloide (AD, VZ), obteremos um hyperboloide, que designaremos por (BE, VZ) e que contém os pontos em que os eixos perpendiculares a VZ são encontrados pelas menores distancias d'elles a BE.

Qualquer recta $F\varphi$ (fig. 8) perpendicular a VX encontra cada um dos hyperboloides (AD, VX) e (BE, VX) em dois pontos, um dos quaes é commum a estas superficies e á geratriz VX. Os outros dois pontos de intersecção, Ω e Ω', distam egualmente de F e determinam a grandeza $\Omega\Omega'$ da translacção, em virtude da qual a recta AD parte da sua posição inicial para outra A_1K_1 situada em relação a BE de sorte que basta uma rotação á roda de $F\varphi$ para A_1K_1 se confundir com BE.

A recta $F\varphi$ tende a tornar-se tangente commum aos hyperboloides (AD, VX) e (BE, VX), quando se move em torno de F, sem deixar de ser perpendicular a VX, e em sentido tal que os pontos Ω e Ω' se aproximem do meio F de $\Omega\Omega'$. O plano, que contém esta tangente commum e VX é tangente em F aos dois hyperboloides (AD, VX) e (BE, VX), os quaes devem por tanto concordar entre si ao longo da geratriz commum. A recta $F\varphi$ n'aquella posição limite torna-se eixo de uma rotação capaz de levar a recta AD a coincidir com BE.

O logar geometrico de todas as referidas posições limites para os diversos pontos de VX é, pois, aquelle *paraboloide dos eixos* de que tratámos na primeira parte d'este estudo.

Do mesmo modo se prova que os hyperboloides (AD, VZ) e (BE, VZ) concordam ao longo de VZ entre si, e com o paraboloide formado por geratrizes rectilineas perpendiculares a VZ e tangentes aos mesmos hyperboloides. Este paraboloide é tambem o paraboloide dos eixos.

Logo *o paraboloide dos eixos concorda com os hyperboloides* (AD, VX) *e*

(BE, VX) *ao longo de* VX, *e com os hyperboloides* (AD, VZ) *e* (BE, VZ) *ao longo de* VZ.

As rectas $\varphi\psi$ e VX (fig. 9) determinam um plano tangente em φ, tanto ao hyperboloide (AD, VX), como ao hyperboloide (BE, VX). A intersecção d'este plano com o plano perpendicular a VX no ponto φ dá uma tangente commum aos dois hyperboloides. Entre a abscissa $V\varphi$ do ponto de contacto e o angulo θ comprehendido entre a tangente e VZ existe a relação (1)

$$V\varphi = \frac{AV \operatorname{tg} \theta}{\operatorname{sen} \frac{1}{2}\sigma \cos \frac{1}{2}\sigma} = \frac{p \operatorname{tg} \theta}{\operatorname{sen} \sigma}$$

da qual se deduz, designando por x, y e z as coordenadas de qualquer ponto da tangente,

$$x = -\frac{py}{z \operatorname{sen} \sigma}$$

ou

$$py + xz \operatorname{sen} \sigma = 0$$

que é a equação, que anteriormente achámos para representar o *paraboloide dos eixos*.

52.—Tratemos agora de deduzir a equação do hyperboloide, a que nos temos referido, para depois determinarmos analyticamente a direcção e grandeza dos eixos d'esta superficie. Acharemos assim a confirmação dos resultados a que chegámos nos ultimos numeros.

Tomemos para origem das coordenadas o ponto V, meio da menor distancia AB das rectas dadas, e para eixos dos xx, yy e zz as rectas VX, VA e VZ (fig. 10). As equações da recta AD são

$$z = x \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\sigma \qquad y = \tfrac{1}{2}p \qquad (30)$$

e as de dois planos quaesquer conduzidos por ella serão

$$z - x \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\sigma + k\left(y - \tfrac{1}{2}p\right) = 0$$

$$z - x \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\sigma + k'\left(y - \tfrac{1}{2}p\right) = 0$$

N'estas equações k e k' podem ter quaesquer valores; querendo, porém, que os dois planos sejam perpendiculares entre si, deve ser

$$\operatorname{tg}^2\tfrac{1}{2}\sigma + k\,k' + 1 = 0$$

As equações

$$z - x\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\sigma + k\left(y - \tfrac{1}{2}p\right) = 0 \qquad (31)$$

$$k\left(z - x\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\sigma\right) - \left(1 + \operatorname{tg}^2\tfrac{1}{2}\sigma\right)\left(y - \tfrac{1}{2}p\right) = 0 \qquad (32)$$

representam, pois, dois planos perpendiculares passando por AD.

O traço d'um d'elles (31) sobre o coordenado ZY é a recta

$$x = 0 \qquad z + k\left(y - \tfrac{1}{2}p\right) = 0$$

e é evidente que uma parallela a esta recta, escorregando ao longo de VX gera o plano

$$z + k\,y = 0 \qquad (33)$$

As equações (32) e (33) tomadas simultaneamente determinam uma recta, que é geratriz da superficie, que estamos estudando. Eliminando k entre as duas equações, obtem-se para representar a superficie

$$\left(1 + \operatorname{tg}^2\tfrac{1}{2}\sigma\right)y^2 + z^2 - z\,x\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\sigma - \tfrac{1}{2}p\left(1 + \operatorname{tg}^2\tfrac{1}{2}\sigma\right)y = 0$$

ou

$$2\,y^2 + 2\,z^2\cos^2\tfrac{1}{2}\sigma - 2\,z\,x\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\sigma\cos\tfrac{1}{2}\sigma - p\,y = 0 \qquad (34)$$

Procedendo com as rectas BE e VX, como se procedeu com AB e VX, acha-se a equação

$$2\,y^2 + 2\,z^2\cos^2\tfrac{1}{2}\sigma + 2\,z\,x\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\sigma\cos\tfrac{1}{2}\sigma + p\,y = 0 \qquad (35)$$

que tambem pode deduzir-se de (34) mudando os signaes de σ e p.

Substituindo nas equações (34) e (35) σ por $\frac{\pi}{2}-\sigma$ acham-se as equações

$$2y^2+2z^2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)-2zx\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)-py=0 \quad (36)$$

$$2y^2+2z^2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)+2zx\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)+py=0 \quad (37)$$

das quaes a primeira representa o hyperboloide determinado por AD e VZ e a segunda o hyperboloide determinado por BE e VZ.

53.—A equação (34) reduzida á fórma

$$2\left(y-\frac{1}{4}p\right)^2+2z^2\cos^2\frac{1}{2}\sigma-2zx\,\text{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma-\frac{1}{8}p^2=0 \quad (38)$$

indica, que o centro da superficie representada por ella, está no meio de AV. Designando em geral por $f(x, y, z)$ o primeiro membro da equação (38), os cosenos dos angulos formados pela normal tirada do centro com os trez eixos são

$$\frac{1}{V}\frac{df}{dx} \qquad \frac{1}{V}\frac{df}{dy} \qquad \frac{1}{V}\frac{df}{dz}$$

e os cosenos dos angulos formados pelos eixos com um raio vector tirado do centro são

$$\frac{x}{\rho} \qquad \frac{y-\frac{1}{4}p}{\rho} \qquad \frac{z}{\rho}$$

O raio vector ρ confundir-se-ha em direcção com um semi-eixo do hyperboloide, quando estes cosenos forem respectivamente eguaes áquelles, e por tanto, quando fôr

$$\frac{\frac{df}{dx}}{x}=\frac{\frac{df}{dy}}{y-\frac{1}{4}p}=\frac{\frac{df}{dz}}{z}$$

ou

$$\frac{-2z\,\text{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma}{x}=\frac{4y-p}{y-\frac{1}{4}p}=\frac{4z\cos^2\frac{1}{2}\sigma-2x\,\text{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma}{z}$$

Multiplicando os dois termos da primeira fracção por x, os da segunda por $y-\frac{1}{4}p$, os da terceira por z e sommando os termos do mesmo nome, vem

$$\frac{-2z\,\text{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma}{x}=\frac{4y-p}{y-\frac{1}{4}p}=\frac{4z\cos^2\frac{1}{2}\sigma-2x\,\text{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma}{z}=\frac{p^2}{4\rho^2}$$

ou

$$\left.\begin{aligned} p^2x+8\rho^2z\,\text{sen}\,\tfrac{1}{2}\sigma\cos\tfrac{1}{2}\sigma&=0\\ \left(p^2-16\rho^2\right)\left(y-\tfrac{1}{4}p\right)&=0\\ \left(p^2-16\rho^2\cos^2\tfrac{1}{2}\sigma\right)z+8\rho^2x\,\text{sen}\,\tfrac{1}{2}\sigma\cos\tfrac{1}{2}\sigma&=0\end{aligned}\right\}\qquad(39)$$

Cada uma d'estas equações representa um plano passando pelo semi-eixo, cuja grandeza é ρ.

O valor de ρ pode determinar-se pela condição de serem compativeis as tres equações precedentes, condição, que se reduz a

$$\begin{vmatrix} p^2 & 0 & 8\rho^2\,\text{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma\\ 0 & p^2-16\rho^2 & 0\\ 8\rho^2\,\text{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma & 0 & p^2-16\rho^2\cos^2\frac{1}{2}\sigma\end{vmatrix}=0$$

ou

$$(p^2-16\rho^2)\begin{vmatrix} p^2 & 8\rho^2\,\text{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma\\ 8\rho^2\,\text{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma & p^2-16\rho^2\cos^2\frac{1}{2}\sigma\end{vmatrix}=0$$

Tornam-se, pois, compativeis as equações (39), dando a ρ valores que façam

$$p^2-16\rho^2=0$$

ou

$$p^4 - 16\,p^2\rho^2\cos^2\tfrac{1}{2}\sigma - 64\,\rho^4\,\mathrm{sen}^2\tfrac{1}{2}\sigma\cos^2\tfrac{1}{2}\sigma = 0$$

Da primeira d'estas equações resulta

$$\rho^2 = \frac{p^2}{16}$$

e da segunda

$$\rho^2 = \frac{p^2\left(-\cos\tfrac{1}{2}\sigma \pm 1\right)}{8\cos\tfrac{1}{2}\sigma\left(1-\cos^2\tfrac{1}{2}\sigma\right)}$$

A superficie tem por consequencia tres eixos, $2\rho'$, $2\rho''$ e $2\rho'''$, cujos valores são duplos de

$$\rho' = \pm\frac{p}{4}$$

$$\rho'' = \pm\frac{\frac{p}{2}}{\sqrt{2\cos\tfrac{1}{2}\sigma\left(1+\cos\tfrac{1}{2}\sigma\right)}}$$

$$\rho''' = \pm\frac{\frac{p}{2}}{\sqrt{2\cos\tfrac{1}{2}\sigma\left(1-\cos\tfrac{1}{2}\sigma\right)}}\sqrt{-1}$$

Entrando com cada um d'estes valores de ρ nas equações (39) obtem-se as equações, que determinam as direcções de cada um dos eixos. Fazendo $\rho = \rho'$ vem

$$\left.\begin{array}{r} 2x + z\,\mathrm{sen}^2\tfrac{1}{2}\sigma\cos\tfrac{1}{2}\sigma = 0 \\ y = \frac{0}{0} \\ 2z\,\mathrm{sen}\tfrac{1}{2}\sigma + x\cos\tfrac{1}{2}\sigma = 0 \end{array}\right\} \qquad (40)$$

Estas equações representam tres planos, dos quaes dois, o primeiro e o

ultimo, passam pelo eixo dos yy e o segundo é indeterminado e parallelo ao plano zx. O conjuncto d'ellas representa um ponto qualquer do eixo dos yy, ou o proprio eixo.

Fazendo $\rho = \rho''$ tem-se

$$\left.\begin{aligned} x\left(1+\cos\tfrac{1}{2}\sigma\right)+z\,\mathrm{sen}\,\tfrac{1}{2}\sigma &= 0 \\ \left\{1-\frac{2}{\cos\frac{1}{2}\sigma\left(1+\cos\frac{1}{2}\sigma\right)}\right\}\left(y-\tfrac{1}{4}p\right) &= 0 \\ x\,\mathrm{sen}\,\tfrac{1}{2}\sigma+z\left(1-\cos\tfrac{1}{2}\sigma\right) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (41)$$

Não sendo $\sigma = 0$, a segunda equação reduz-se a

$$y-\tfrac{1}{4}p=0$$

As outras duas equações não são distinctas e por isso representam o mesmo plano. Logo as equações (41) representam uma recta situada n'um plano parallelo ao coordenado zx. A direcção d'este segundo eixo do hyperboloide é dada pelas equações

$$z=-x\cot\tfrac{1}{4}\sigma \qquad\qquad y=\tfrac{1}{4}p$$

Finalmente suppondo $\rho = \rho'''$ acha-se

$$\left.\begin{aligned} x\left(1-\cos\tfrac{1}{2}\sigma\right)-z\,\mathrm{sen}\,\tfrac{1}{2}\sigma &= 0 \\ \left\{1+\frac{2}{\cos\frac{1}{2}\sigma\left(1-\cos\frac{1}{2}\sigma\right)}\right\}\left(y-\tfrac{1}{4}p\right) &= 0 \\ x\,\mathrm{sen}\,\tfrac{1}{2}\sigma-z\left(1+\cos\tfrac{1}{2}\sigma\right) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (42)$$

Não sendo $\sigma = 2\pi$, estas equações representam uma recta parallela ao

plano dos zx e determinada pelas equações precedentes, ou por

$$z = x \operatorname{tg} \frac{1}{4}\sigma \qquad y = \frac{1}{4}p$$

Todos estes resultados estão de accordo com os que anteriormente achámos, seguindo caminho diverso.

54.—*Não ha senão um systema de pontos homologos para cada eixo central de duas rectas no espaço.*

Seja $F\varphi$ (fig. 8) um eixo central dado. Segundo o que temos demonstrado este eixo deve cortar uma das duas bissectrizes, VX por exemplo, e ser-lhe perpendicular. Sabe-se tambem que ao eixo $F\varphi$ corresponde, em cada uma das rectas AD e BE, um só ponto K ou K', que satisfaz á condição de ser extremo da menor distancia, ΩK ou $\Omega' K'$, d'elle ás mesmas rectas.

A recta AD, movendo-se parallelamente a $F\varphi$, depois d'uma translação egual a $\Omega\Omega'$, confunde-se com uma recta $A_1 K_1$, cuja projecção na face BE do parallelipipedo é $B_1\alpha$. O ponto de encontro B_1 d'esta projecção com a recta fixa BE determina a menor distancia $A_1 B_1$ d'esta recta á recta $A_1 K_1$. Os pontos K_1 e K' pertencem á circumferencia da gola do hyperboloide de revolução gerado pelo movimento de rotação da recta $A_1 K_1$ em torno de $F\varphi$, e são por tanto os *pontos centraes homologos* relativamente ás rectas $A_1 K_1$ e $B_1 E$ consideradas como geratrizes do hyperboloide, que tem por eixo $F\varphi$. A estes *pontos centraes* corresponde um systema unico de pontos homologos nas rectas $B_1 E$ e $A_1 K_1$ e como a cada ponto de $A_1 K_1$ tambem corresponde um ponto só na recta AK, segue-se que os pontos K e K' determinam effectivamente um systema unico de pontos homologos das rectas AD e BE em relação ao eixo $F\varphi$. Os pontos K e K' pertencem á helice da gola do helicoide regrado, que tem por eixo $F\varphi$ e por geratrizes AD e BE. Qualquer par de pontos homologos differentes de K e K' não determina um systema só de pontos homologos, mas dois, que se distinguem entre si por constar um de *segmentos directamente homologos* e outro de *segmentos inversamente homologos*.

Demonstrámos anteriormente (§ 19) que os pontos K_1 e K' distam egualmente de A_1 e B_1 e como se reconhece á vista da figura que é

$$A_1\alpha_1 = B_1\alpha = B_1 B$$

segue-se que os pontos K e K' tambem distam egualmente de A e B; não devemos, porém, concluir d'esta egualdade, que os pontos A e B sejam homologos no systema, que estamos examinando.

Considerações analogas ás que fizemos n'outro logar (§ 20) convencem-

nos de que, se K e K' forem dois pontos homologos e estiverem na helice da gola do helicoide, que passar por AD e BE, os pontos A e B, embora distem egualmente de K e K', não são homologos, e quaesquer segmentos correspondentes serão inversamente homologos. Das mesmas considerações deduz-se

$$A_1K_1 = B_1K' = \frac{A_1L_1 + B_1L'}{2}$$

sendo L_1 e L' dois pontos homologos em relação ao hyperboloide, que passa por A_1K_1 e B_1K', e d'esta egualdade segue-se

$$AK = BK' = \frac{AL + BL'}{2}$$

D'onde se conclue, que os pontos K e K' em relação ás rectas AD e BE gosam das mesmas propriedades, de que gosam os pontos K_1 e K' relativamente a A_1K_1 e BE. Designal-os-hemos por isso por pontos *homologos centraes* das rectas AD e BE. Convém comtudo não esquecer, que dois pontos K e K' equidistantes de A e B, podem ser pontos homologos centraes por dois modos diversos, ou por se considerarem sobre a circumferencia da gola de um hyperboloide de revolução, que passa pelas duas rectas dadas, ou por se suppor que existem na helice da gola de um helicoide, que tem por geratrizes as mesmas duas rectas. Tanto n'uma como n'outra hypothese os pontos homologos centraes são os *pontos centraes* das rectas AD e BE tomadas como geratrizes de uma das duas superficies regradas, do hyperboloide ou do helicoide.

A cada helicoide regrado, passando por duas rectas AD e BE, corresponde um systema de cordas homologas existentes n'um paraboloide hyperbolico tendo por directrizes aquellas duas rectas e por planos directores o plano AVX e um plano perpendicular ao eixo do helicoide.

55.—*Ha uma infinidade de eixos centraes para cada systema de pontos homologos de duas rectas no espaço.*

Conduzindo, pelo meio V da menor distancia AB das duas rectas dadas, linhas parallelas ás cordas homologas obtem-se um plano, que ha de conter uma das duas bissectrizes VX ou VZ. Suppondo, que é VX a bissectriz situada no plano assim determinado, serão parallelas entre si as projecções de todas as cordas homologas sobre o plano AT (fig. 10) perpendicular a VX, e, conduzindo n'este plano uma parallela áquellas projecções por o ponto V, obter-se-ha a projecção da corda KK', que une os pontos centraes homologos correspondentes ao systema de pontos dados.

Podemos, pois, raciocinar, como se nos dessem immediatamente os pon-

tos K e K'. A corda KK' deve cortar orthogonalmente uma das duas bissectrizes VX ou VZ. Suppondo que é VX a bissectriz cortada por KK', o problema, que temos a resolver, consiste em determinar uma recta $F\varphi$, que encontre normalmente VX, e que tenha sobre o plano AVX uma inclinação tal que as menores distancias d'ella a AD e a BE passem respectivamente por K e por K' e sejam eguaes entre si.

Conduzamos por K um plano Mn perpendicular a AD e por K' um plano $M'f$ perpendicular a BE. A intersecção d'estes dois planos é uma recta ef perpendicular a VX e situada no plano AVX. Qualquer recta $K\Omega$ traçada no plano Mn é perpendicular a AD e para que seja tambem perpendicular á recta $F\varphi$, que se suppõe perpendicular a VX (§ 49), é necessario que a sua projecção $k\Omega$ sobre o plano perpendicular a VX conduzido por $F\varphi$ seja perpendicular a esta recta. Dado um plano QR perpendicular a VX, e querendo achar o eixo central existente n'elle, projectaremos no plano QR o ponto K, uniremos a projecção k com o ponto F commum ao plano e a VX e descreveremos sobre Fk como diametro um circulo $F\Omega r\omega k$. A intersecção mn dos planos Mn e QR encontra aquella circumferencia em dois pontos Ω e Ω_1 que resolvem o problema em questão.

Com effeito a recta ΩK é perpendicular a ΩF, porque esta recta é perpendicular á projecção Ωk d'aquella recta, e é perpendicular a AD, porque está no plano Mn.

Mas a recta $F\varphi$, porque corta normalmente VX, dista egualmente de AD e de BE e as menores distancias d'estas duas rectas a ella encontram-a em dois pontos equidistantes de F, um dos quaes, Ω, acabamos de determinar. Logo dando a AD uma translação parallela a $F\varphi$ e dupla de ΩF e depois uma rotação em torno de $F\varphi$, a recta AD confunde-se com BE, de modo que K e K' sejam pontos centraes homologos. A recta $F\Omega_1$ é outro eixo central de AD e BE relativo ao systema de pontos homologos caracterisado pelos pontos homologos K e K'. Aos dois pontos dados K e K' correspondem por consequencia dois eixos centraes situados no plano QR.

Deslocando-se o plano QR parallelamente a si mesmo, a recta mn gera o plano Mn e o circulo de diametro Fk gera um cylindro de revolução e é evidente que, a cada posição do plano QR, correspondem, em geral, dois pontos Ω e Ω_1 que determinam dois eixos centraes.

Ha por tanto uma infinidade de eixos centraes de duas rectas dadas para cada par de pontos centraes homologos K e K', ou, por outras palavras, ha uma infinidade de helicoides regrados que passam por duas rectas AD e BE, de sorte que as helices da gola de todos elles contenham os pontos dados K e K'.

56.—*O logar geometrico dos eixos centraes conjugados de um systema dado de pontos homologos de duas rectas é um conoide recto circumscripto a uma ellipse.*

A directriz rectilinea do conoide é aquella das duas bissectrizes, V X *ou* V Z, *que for perpendicular á corda* K K', *e a directriz curvilinea é a intersecção do plano perpendicular a* A D *passando por* K *com o cylindro de revolução conduzido por* K *e por* V X *e tendo por diametro a distancia d'aquelle ponto a esta recta, ou a intersecção do plano perpendicular a* B E *conduzido por* K' *com o cylindro de revolução, que passa por* K' *e por* B E *e que tem por diametro a distancia de* K' *a* B E.

Quando o plano *Q R* (fig. 10) se desloca parallelamente a si mesmo, os pontos Ω e Ω_1 descrevem uma linha, que existe tanto no plano fixo *Mn*, como no cylindro de revolução, que tem por secção recta o circulo de diametro *Fk*. Os pontos Ω e Ω_1 geram, pois, uma ellipse situada no plano *Mn*. O eixo menor d'esta ellipse é parallelo a *A B* e egual a

$$Fk = \sqrt{AK^2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2}\sigma + \tfrac{1}{4}p^2}$$

o eixo maior é egual a

$$\frac{Fk}{\cos \frac{1}{2}\sigma}$$

Os eixos centraes encontram tanto esta ellipse como a recta *V X* e são todos parallelos ao plano *A T* perpendicular a *V X*.

Sem deslocar o plano *Q R*, é possivel achar os eixos centraes, que passam por qualquer ponto *F'* da bissectriz *V X* perpendicular a *K K'*. Para esse fim levante-se por *F'* um plano $F'r'\mu$ perpendicular a *V X* e, depois de ter as intersecções $F'r'$ e $r'\mu$ d'elle com os planos *A V X* e *A D R*, será facil obter a sua intersecção $\mu\nu$ com o plano *Mn*. A projecção no plano fixo *Q R* da intersecção $\mu\nu$ é uma parallela a *r q* conduzida pela projecção *s* de μ. Esta parallela encontra a secção recta do cylindro em dois pontos ω e *t*, que são projecções no plano *Q R* dos pontos Ω' e Ω'_1. As rectas $F'\Omega'$ e $F'\Omega'_1$ são os eixos centraes procurados.

57.—Qualquer recta descripta n'um plano *Q R* perpendicular a *V X* (ou a *V Z*) é parallela a um dos eixos centraes conjugados do systema de pontos homologos definidos por *K* e *K'*, suppondo que a corda *K K'* é perpendicular a *V X* (ou a *V Z*).

Seja $F\omega$ uma recta conduzida por *F* parallelamente á recta dada, que n'esta hypothese é perpendicular a *V X*. Para se obter o eixo central parallelo a $F\omega$, determine-se o ponto Ω' do plano *Mn*, que tem por projecção sobre o plano *Q R* o ponto ω commum á recta $F\omega$ e á circumferencia de diametro *Fk*,

conduzindo por ω um plano $\omega t \nu \mu$ parallelo a AVX, procurando as intersecções ωt e $\mu\nu$ d'elle com os planos QR e Mn e tirando finalmente por ω uma parallela a VX.

Obtido por este modo o ponto Ω', resta conduzir por elle um plano $\Omega'\mu r' F'$ perpendicular a VX, para ficar determinado o ponto F', que unido com Ω' dá o eixo central $\Omega' F'$.

As rectas $\Omega' F'$ e $\Omega' K$ são eguaes respectivamente a metade da translação da recta AD e ao raio da helice da gola do helicoide, que tem por eixo a recta indefinida $\Omega' F'$ e por geratrizes AD e BE.

D'aquellas duas rectas a primeira é egual e parallela á corda $F\omega$ e a segunda projecta-se em ωk sobre o plano QR.

58.—Designando por θ' e θ'' os angulos formados pelos eixos centraes ΩF e $\Omega_1 F$ situados no mesmo plano QR com a parte positiva do eixo dos zz é

$$\operatorname{tg}\theta' = \frac{Fr - \Omega m}{rm} \qquad \operatorname{tg}\theta'' = \frac{Fr - \Omega_1 m}{rm}$$

e como

$$Fr = 2\Omega m + \Omega\Omega_1 = 2\Omega_1 m - \Omega\Omega_1$$

segue-se que será

$$\operatorname{tg}\theta' = \frac{Fr + \Omega\Omega_1}{2rm} \qquad \operatorname{tg}\theta'' = \frac{Fr - \Omega\Omega_1}{2rm}$$

ou, em geral,

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{Fr \pm \Omega\Omega_1}{2rm}$$

Designando por c o valor absoluto da corda $\Omega\Omega_1$ variavel com $VF = \psi$, fazendo $AK = \chi$ e notando que é

$$km = \frac{\psi - \chi\cos\frac{1}{2}\sigma}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\sigma} \qquad kr = \chi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma$$

vem

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{(p \pm 2c)\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma}{4\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma - \chi\right)} \tag{43}$$

Para termos o valor absoluto da variavel auxiliar c partiremos da egualdade (fig. 10)

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 = \left(\frac{Fk}{2}\right)^2 - \left(\frac{kr}{2} + rm\right)^2$$

que, depois de transformada em,

$$c^2 = Fr^2 - 4km^2 + 4km \cdot kr$$

se reduz a

$$c = \frac{1}{2\,\mathrm{sen}\,\frac{1}{2}\sigma}\sqrt{p^2\,\mathrm{sen}^2\tfrac{1}{2}\sigma - 16\,\cos\tfrac{1}{2}\sigma\left(\psi - \chi\cos\tfrac{1}{2}\sigma\right)\left(\psi\cos\tfrac{1}{2}\sigma - \chi\right)} \quad (44)$$

Da formula (43) deduz-se

$$\mathrm{tg}\,\Omega F\Omega_1 = \frac{16\,c\,\mathrm{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma - \chi\right)}{16\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma - \chi\right)^2 + \left(p^2 - 4c^2\right)\mathrm{sen}^2\frac{1}{2}\sigma} \quad (45)$$

Representando por τ o caminho percorrido em translação ($2\Omega F$ ou $2\Omega_1 F$) por a recta AD, quando se toma, para eixo central do movimento, qualquer das rectas $\Omega\varphi$ ou $\Omega_1\varphi_1$ situadas n'um dos planos QR perpendiculares a VX, tem-se

$$\tau = \frac{2rm}{\cos\theta}$$

e como (43) é

$$\cos\theta = \frac{4\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma - \chi\right)}{\sqrt{16\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma - \chi\right)^2 + \left(p \pm 2c\right)^2\mathrm{sen}^2\frac{1}{2}\sigma}}$$

será

$$\tau = \frac{1}{2\,\mathrm{sen}\,\frac{1}{2}\sigma}\sqrt{16\left(\psi\cos\tfrac{1}{2}\sigma - \chi\right)^2 + \left(p \pm 2c\right)^2\mathrm{sen}^2\tfrac{1}{2}\sigma} \quad (46)$$

O raio da helice da gola é evidentemente ΩK ou $\Omega_1 K$, segundo se tomar $\Omega\varphi$ ou $\Omega_1\varphi_1$ para eixo central, e determina-se por uma das egualdades

$$\Omega K^2 = Km^2 + \Omega m^2 \qquad \text{ou} \qquad \Omega_1 K^2 = Km^2 + \Omega_1 m^2$$

combinada com a sua correspondente

$$\Omega m = \frac{Fr - \Omega\,\Omega_1}{2} \qquad \text{ou} \qquad \Omega_1 m = \frac{Fr + \Omega\,\Omega_1}{2}$$

Sendo, em geral, ρ o raio da helice da gola ter-se-ha, pois,

$$\rho^2 = \frac{\left(\psi - \chi\cos\frac{1}{2}\sigma\right)^2}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma} + \frac{(p \mp 2c)^2}{16} \tag{47}$$

O angulo descripto pela recta AD movendo-se á roda de $\Omega\varphi$, ou á roda de $\Omega_1\varphi_1$ até se confundir com BE é o dobro do angulo ΩKk, ou do angulo $\Omega_1 Kk$ que é egual ao formado pelas rectas ΩK e FV, ou pelas rectas $\Omega_1 K$ e FV. O valor do angulo $\frac{\Gamma}{2} = \Omega Kk$ pode deduzir-se ou da relação entre a tangente do angulo formado pelas projecções de ΩK e Kk sobre o plano RS e a tangente de ΩKk, relação que é egual a $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$, ou da combinação das formulas, que se obtem resolvendo os triangulos rectangulos $kK\Omega$, $mk\Omega$ e kKm. Por qualquer dos modos acha-se a formula

$$\operatorname{tg}\frac{\Gamma}{2} = \frac{\cot\frac{\sigma}{2}}{\operatorname{sen}\theta}$$

da qual se deduz

$$\cos\Gamma = \frac{\operatorname{sen}^2\theta - \cot^2\frac{\sigma}{2}}{\operatorname{sen}^2\theta + \cot^2\frac{\sigma}{2}}$$

e como (43)

$$\operatorname{sen}^2\theta = \frac{(p \pm 2c)^2 \operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma}{16\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma - \chi\right)^2 + (p \pm 2c)^2 \operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma}$$

será

$$\cos\Gamma = \frac{(p \pm 2c)^2\left(\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma - \cos^2\frac{1}{2}\sigma\right) - 16\cot^2\frac{1}{2}\sigma\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma - \chi\right)^2}{(p \pm 2c)^2 + 16\cot^2\frac{1}{2}\sigma\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma - \chi\right)^2} \tag{48}$$

O passo reduzido do helicoide

$$h=\frac{\tau}{\Gamma}$$

é, pois, expresso pela formula

$$h=\frac{\sqrt{16\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma-\chi\right)^2+(p\pm 2c)^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma}}{2\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\ \text{arco cos}\ \dfrac{(p\pm 2c)^2\left(\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma-\cos^2\frac{1}{2}\sigma\right)-16\cot^2\frac{1}{2}\sigma\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma-\chi\right)^2}{(p\pm 2c)^2+16\cot^2\frac{1}{2}\sigma\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma-\chi\right)^2}} \quad (49)$$

O angulo α' formado pela geratriz AD de um helicoide com o seu eixo $\Omega\varphi$ obtem-se conduzindo (fig. 10) por F uma parallela a AD e resolvendo o triedro rectangulo, que tem por arestas FX, $F\varphi$ e a parallela a AD. Obtem-se por este meio

$$\cos\alpha'=\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\cos\theta$$

e eliminando θ

$$\cos\alpha'=\frac{4\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma-\chi\right)}{\sqrt{16\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma-\chi\right)^2+(p\pm 2c)^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma}} \quad (50)$$

59.—Da formula (44) segue-se que c não é real para todos os valores de ψ e por consequencia que ha na bissectriz VX, por exemplo, um segmento $\lambda\lambda'$, que contém todos os pontos, por onde passam os eixos centraes em numero infinito, que são conjugados do systema de pontos homologos determinado por KK'. Os extremos d'este segmento são os *vertices* do conoide dos eixos centraes, e determinam-se pelas expressões

$$V\lambda'=\frac{2\chi\left(1+\cos^2\frac{1}{2}\sigma\right)+\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\sqrt{4\chi^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma+p^2}}{4\cos\frac{1}{2}\sigma}$$

$$V\lambda=\frac{2\chi\left(1+\cos^2\frac{1}{2}\sigma\right)-\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\sqrt{4\chi^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma+p^2}}{4\cos\frac{1}{2}\sigma}$$

cuja differença é

$$\lambda\lambda' = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}\sigma\sqrt{4\chi^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma + p^2} \qquad (51)$$

Independentemente da formula (44) é facil achar o valor de $\lambda\lambda'$. Com effeito, quando a corda $\omega t = c$ se reduz a zero, os pontos ω e t confundem-se com um dos pontos de contacto das tangentes horisontaes ao circulo de diametro Fk, e os pontos Ω' e Ω'_1 acham-se reunidos em H, ou em H_1, que são os extremos do eixo maior da ellipse directriz do conoide. O segmento $\lambda\lambda'$ é a projecção orthogonal sobre VX do eixo HH_1 e portanto

$$\lambda\lambda' = HH_1 \cdot \operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma = Fk \cdot \operatorname{tg}\frac{1}{2}\sigma$$

Substituindo o valor (§ 56) de Fk tem-se a expressão (51)

A formula (51) mostra que $\lambda\lambda'$ cresce com $\chi = AK$ e que a valores eguaes e de signaes contrarios de χ correspondem segmentos eguaes da bissectriz.

Da formula (43) segue-se que para os pontos *limites* λ e λ' é

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\theta_1 &= \frac{p}{-2\chi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma \pm \sqrt{4\chi^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma + p^2}} \\ \text{ou} \\ \operatorname{tg}\theta_1 &= \frac{p\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma}{-2\chi\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma \mp 2\lambda\lambda'\cdot\cos\frac{1}{2}\sigma} \end{aligned}\right\} (52)$$

Para os mesmos pontos é

$$\left.\begin{aligned} \tau_1 &= \sqrt{\frac{1}{2}\left[2\chi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\left(2\chi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma \mp \sqrt{4\chi^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma + p^2}\right) + p^2\right]} \\ \text{ou} \\ \tau_1 &= \sqrt{\frac{1}{2}\left[4\chi\left(\chi\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma \mp \lambda\lambda'\cdot\cos\frac{1}{2}\sigma\right) + p^2\right]} \end{aligned}\right\} (53)$$

$$\cos\Gamma_1 = \frac{p^2\left(\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma - 2\cos^2\frac{1}{2}\sigma\right) - 4\chi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\cos^2\frac{1}{2}\sigma\left(2\chi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma \mp \sqrt{4\chi^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma + p^2}\right)}{p^2\left(1 + \cos^2\frac{1}{2}\sigma\right) + 4\chi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\cos^2\frac{1}{2}\sigma\left(2\chi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma \mp \sqrt{4\chi^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma + p^2}\right)} \qquad (54)$$

ou

$$\cos\Gamma_1 = \frac{p^2\left(\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma - 2\cos^2\frac{1}{2}\sigma\right) - 8\chi\cos^2\frac{1}{2}\sigma\left(\chi\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma \mp \lambda\lambda'\cdot\cos\frac{1}{2}\sigma\right)}{p^2\left(1+\cos^2\frac{1}{2}\sigma\right) + 8\chi\cos^2\frac{1}{2}\sigma\left(\chi\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma \mp \lambda\lambda'\cdot\cos\frac{1}{2}\sigma\right)} \Bigg\} (54)$$

Quando é

$$\psi = VC = \frac{\chi}{\cos\frac{1}{2}\sigma}$$

tem-se $c = \frac{1}{2}p$ e por consequencia um dos dois valores de $\operatorname{tg}\theta$ é infinito, e o eixo central correspondente é parallelo a AB e confunde-se com ef, o outro valor de $\operatorname{tg}\theta$, que é aquelle no qual $2c$ está affectado do signal —, toma a fórma $\frac{0}{0}$ e tem por verdadeiro valor

$$\operatorname{tg}\theta'' = \frac{2\chi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma}{p} \qquad (55)$$

É facil de verificar que θ'' é tambem o angulo formado pela tangente em F ao circulo de diametro Fk com a parte positiva do eixo VZ.

Logo dos dois eixos centraes, que passam pelo ponto C commum ao plano Mn e á bissectriz VX, um confunde-se com ef e o outro é parallelo á tangente em F.

Esta mesma conclusão pode obter-se sem recorrer ás formulas. Basta imaginar, que a corda ωt se desloca parallelamente a si mesma aproximando-se de ef, para se reconhecer que as cordas $F\omega$ e Ft, parallelas aos eixos centraes correspondentes e eguaes a metade das translações, tendem a confundir-se com Fr e com a tangente em F. Por estas considerações reconhece-se tambem que ao primeiro eixo corresponde uma translação

$$\tau = 2Fr = ef = p$$

e ao segundo uma translação

$$\tau = 0$$

São tambem estes os valores, que dá a formula (46), quando n'ella se introduz o valor particular de ψ, que estamos considerando, e tomamos primeiro $2c$ com o signal + e depois com o signal —.

A formula (48) dá para o caso, em que ef é o eixo central,

$$\Gamma = \pi - \sigma$$

N'este caso o passo reduzido do helicoide é

$$h=\frac{p}{\pi-\sigma}$$

A mesma formula (48) dá para o caso, em que o eixo é parallelo á tangente em F,

$$\cos\Gamma=\frac{0}{0}$$

Procurando, porém, o verdadeiro valor d'esta expressão acha-se

$$\cos\Gamma=\frac{4\chi^2\left(\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma-\cos^2\frac{1}{2}\sigma\right)-p^2\cot^2\frac{1}{2}\sigma}{4\chi^2+p^2\cot^2\cdot\frac{\sigma}{2}} \qquad (56)$$

ou

$$\cos(\pi-\Gamma)+\cos(\pi-\sigma)=\frac{2p^2\cos^2\cdot\frac{1}{2}\sigma}{4\chi^2+p^2\cot^2\cdot\frac{1}{2}\sigma}$$

A formula (46) mostra-nos que, além da hypothese em questão, não ha outra para a qual seja nulla a translação, isto é, que sómente, quando ella se verificar, o helicoide, que passa por AD e BE, terá o *passo* nullo e se reduzirá portanto a superficie de revolução. Esta superficie, que tambem é regrada, não pode ser conica, porque a formula (47) dá

$$\rho=\sqrt{\chi^2\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\sigma+\frac{1}{4}p^2}=CK$$

para este caso particular; mas é um hyperboloide de revolução, no qual o raio do circulo da gola é CK.

60.—Quando o eixo central corta VX n'um ponto determinado pela condição

$$\psi=\chi\cos\frac{1}{2}\sigma$$

a formula (44) dá

$$c=\frac{1}{2}p$$

e, designando por θ' e θ'' as inclinações dos eixos correspondentes, tem-se

$$\cos\theta' = \frac{-2\chi \operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma}{\sqrt{4\chi^2 \operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma + p^2}} \qquad \cos\theta'' = 1$$

D'onde se conclue, que por aquelle ponto particular passam dois eixos centraes, um parallelo a Fk e outro parallelo a VZ.

Para o primeiro deduz-se da formula (47)

$$\rho' = 0$$

resultado do qual se conclue que, para cada valor de χ ha um eixo central que é eixo d'uma *superficie de parafuso de rosca triangular* passando por AD e BE.

A condição geral para que seja nullo o raio do cylindro, que contém a helice da gola de qualquer dos helicoides, de que são geratrizes AD e BE, deduz-se da equação (47), e é

$$4\psi^3 \operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma - 4\chi\psi^2 \operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma \cos\frac{1}{2}\sigma + p^2\psi - p^2\chi\cos\frac{1}{2}\sigma = 0$$

Supprimindo n'esta equação a raiz real

$$\psi = \chi\cos\frac{1}{2}\sigma$$

que já é conhecida, obtem-se a equação

$$4\psi^2 \operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\sigma + p^2 = 0$$

que não pode ser satisfeita por valor algum real de ψ.

Não ha, pois, senão aquelle valor de ψ ao qual corresponde uma *superficie de parafuso de rosca triangular*.

Quando porventura seja

$$\chi = 0$$

isto é, quando o ponto K coincide com A, o eixo, a que nos estamos referindo, confunde-se com AB e o helicoide transforma-se n'uma *superficie de parafuso de rosca triangular*. Em nenhum outro caso o helicoide soffre esta transformação.

O outro eixo central correspondente a $\psi = \chi \cos \frac{1}{2}\sigma$ não apresenta singularidade alguma que mereça menção.

61.—Quando χ é variavel, isto é, quando se consideram diversos systemas de pontos homologos, a ellipse directriz do conoide formado pelos eixos centraes desloca-se no espaço parallelamente a si mesma mudando de fórma.

O centro da ellipse coincide sempre com o meio d'uma recta CK, que escorrega sobre AD e VX parallelamente a um plano perpendicular a AD. A recta CK, obedecendo a este movimento, gera um paraboloide hyperbolico, do qual um dos planos directores é RS e o seu meio conserva-se constantemente n'um plano parallelo a este plano director e tão distante d'elle como do plano ZVX. D'estas considerações resulta immediatamente que o centro d'esta ellipse movel percorre uma recta, que pode ser determinada pela condição de passar pelos meios de AV e KC.

Os eixos da ellipse conservam-se durante o movimento parallelos a si mesmos e a sua relação é constante e egual a $\sec.\frac{1}{2}\sigma$.

Do exposto podemos concluir, que os pontos Ω e Ω_1 correspondentes aos valores successivos de χ existem n'uma superficie, que pode ser gerada por uma ellipse escorregando parallelamente a si mesma sobre as rectas AD e VX, de sorte que o seu plano seja sempre perpendicular a AD e a relação entre os eixos permaneça egual a $\sec.\frac{1}{2}\sigma$.

Admittindo que cada um dos vertices da ellipse descreve uma hyperbole, como não é difficil deduzir da lei de variação dos eixos, pode concluir-se que aquella superficie é um hyperboloide de uma folha. A equação d'este hyperboloide deduz-se facilmente das equações

$$\left.\begin{aligned} 2y^2+2z^2-2\chi z \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\sigma - py = 0 \\ z \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\sigma + x\cos\tfrac{1}{2}\sigma - \chi = 0 \end{aligned}\right\}$$

da ellipse directriz do conoide eliminando a variavel χ.

Effectuando esta eliminação obtem-se a equação

$$2y^2+2z^2\cos^2.\tfrac{1}{2}\sigma - 2zx \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\sigma \cos\tfrac{1}{2}\sigma - py = 0$$

que anteriormente e por outro raciocinio achámos.

As secções feitas n'este hyperboloide por planos perpendiculares a AD são, portanto, as directrizes dos conoides formados pelos eixos centraes conjugados do systema de pontos homologos das rectas AD e BE, caracterisado pela condição de ser o ponto commum a AD e ao plano de cada uma das secções um dos pontos homologos centraes e pela condição de ser a recta, que liga os dois pontos homologos centraes, perpendicular áquella das bissectrizes das rectas AD e BE, que for geratriz do hyperboloide considerado.

62.—Os eixos centraes em numero infinito conjugados de cada systema de pontos homologos são secantes do hyperboloide, de que temos tratado. Ha, porém, para cada um d'aquelles systemas um eixo unico tangente ao hyperboloide e determinado pela equação

$$\operatorname{tg}\theta''=\frac{2\chi\ \operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma}{p}$$

na qual θ'' designa o angulo, que elle faz com a bissectriz VZ e $\chi=\psi\cos\frac{1}{2}\sigma$ representa uma quantidade constante para cada systema de pontos homologos. Designando x, y e z as coordenadas de qualquer ponto d'aquella tangente, que suppomos agora variavel, a equação precedente transforma-se em

$$py+xz\ \operatorname{sen}\sigma=0$$

que é a equação, que já obtivemos, quando tratámos do logar geometrico dos eixos dos hyperboloides de revolução, que passam por AD e BE.

CAPITULO V

Dos diversos movimentos helicoidaes d'uma recta obrigada a passar por duas posições situadas no mesmo plano

63.—*Duas rectas concorrentes são geratrizes de uma infinidade de helicoides. Os eixos d'estes helicoides cortam orthogonalmente uma das duas bissectrizes dos angulos formados pelas rectas dadas.*

Sejam (fig. 11) VD e VE as rectas dadas, VX e VZ as bissectrizes dos

angulos formados por ellas e $F\varphi$ uma recta, que intercepta orthogonalmente VX e que necessariamente ha de formar angulos eguaes com as rectas dadas.

O plano parallelo a VD conduzido por $F\varphi$ tem por traços ht e Ft sobre os planos DqE, perpendicular a VX, e Vqr, perpendicular a VZ. A projecção do ponto D no plano htF é o ponto M, cujas projecções nos planos DqE e Vqr são m' e m. Conduzindo por M uma parallela a VD obtem-se o ponto Ω, por onde passa a menor distancia de $F\varphi$ a VD. A projecção de Ω sobre o plano DqE é o ponto commum á recta $X\omega$, projecção de $F\varphi$ em DqE, e á recta $m'\omega$ parallela a VZ. A recta $\Omega\omega$ deve, pois, ser parallela a VX. O plano passando por Ω perpendicularmente a $F\varphi$ encontra o plano DqE n'uma recta ωk perpendicular a $X\omega$ e a recta VD no ponto K. A recta ΩK representa portanto a menor distancia das rectas $F\varphi$ e VD.

Dando uma rotação de 180° em torno de VX ao quadrilatero empenado $VF\Omega K$, os vertices V e F conservar-se-hão immoveis, os pontos Ω e K irão para Ω' e K' e a recta $\Omega'K'$ será por consequencia a menor distancia de $F\varphi$ a VE.

A recta VD, depois de uma translação egual e parallela a $\Omega\Omega'$, irá confundir-se com a recta V_1K_1, cuja projecção no plano VDE será wB, sendo AB a menor distancia das rectas VE e V_1K_1. Dando, depois, uma rotação egual a $K_1\Omega'K'$ em torno de $F\varphi$ á recta V_1K_1 esta recta descreverá uma porção de hyperboloide de revolução e acabará por se confundir com VE, visto que as rectas V_1K_1 e VE não estão no mesmo plano.

N'este duplo movimento cada ponto de VD percorre uma recta egual e parallela a $\Omega\Omega'$ e um arco de circulo variavel e egual ao producto do angulo $K_1\Omega'K'$, constante para todos os pontos de VD, pelo raio $\Omega K = \Omega' K_1 = \Omega' K'$ variavel. Todas estas trajectorias mixtilineas dos diversos pontos de VD podem comtudo substituir-se por helices com o eixo commum $F\varphi$ e com um passo reduzido constante e egual a

$$\frac{\Omega\Omega'}{K_1\hat{\Omega}'K'}$$

Estas helices existem portanto n'uma superficie regrada helicoidal, tendo por eixo $F\varphi$ e por geratrizes VD e VE.

Qualquer outra recta, que encontre orthogonalmente VX ou VZ, está no mesmo caso que $F\varphi$ e pode por consequencia considerar-se como eixo d'um helicoide regrado, que tenha por geratrises VD e VE.

64.—As rectas, que não cortarem orthogonalmente uma das duas bissectrizes, VX ou VZ, não são eixos de helicoides regrados, que tenham por geratrizes VD e VE.

Com effeito (§ 49), conhecidas as condições, a que tem de satisfazer o eixo de qualquer helicoide regrado, reconhece-se, que uma recta obliqua aos planos perpendiculares a VX ou VZ não pode ser eixo de helicoide, que passe por VD e VE, porque faz angulos deseguaes com estas rectas; nem tão pouco o poderá ser uma recta parallela a um só d'aquelles planos, nem uma parallela aos dois, senão encontrar a bissectriz perpendicular áquelle plano, ou a perpendicular a algum d'elles, porque essa recta distará desegualmente de VD e VE. Ora uma recta, que não satisfaz a nenhuma d'estas condições, só pode ser perpendicular a uma das duas bissectrizes determinando com ella um plano.

65.—*O lugar geometrico dos pontos de encontro,* Ω, *dos eixos centraes do mesmo systema com as perpendiculares communs a elles e á recta* VD *é um cone escaleno de segunda ordem.*

O vertice do cone é o ponto V *commum ás rectas* VD *e* VX *e os eixos são as bissectrizes dos angulos formados por estas duas rectas e a perpendicular* AB *ao plano, que ellas determinam.*

Imaginemos (fig. 12) um plano $\omega\varepsilon\varepsilon'\omega'$ passando por VX e contendo uma infinidade de eixos centraes, que devem ser parallelos entre si.

A menor distancia d'um d'elles $\varepsilon'\omega'$ a VD obtem-se fazendo passar por esta recta dois planos perpendiculares entre si, um dos quaes seja parallelo a $\varepsilon'\omega'$, e procurando a intersecção do eixo com o plano que não é parallelo a $\varepsilon'\omega'$. O ponto de encontro é evidentemente um ponto de $\varepsilon'\omega'$ pelo qual passa a menor distancia d'este eixo a VD.

O ponto, que acabamos de determinar, é commum ao plano $\omega\varepsilon\varepsilon'\omega'$ dos eixos e a um dos planos, que fizemos passar por VD, e, como nem um nem outro plano muda de posição, quando o eixo $\varepsilon'\omega'$ se desloca sobre o plano $\omega\varepsilon\varepsilon'\omega'$, segue-se que, para todos os eixos existentes n'este plano, os pés das perpendiculares communs a elles e a VD estão n'uma recta, que contém o ponto V.

Variando d'inclinação o plano $\omega\varepsilon\varepsilon'\omega'$, a recta, que passa pelos pés das perpendiculares communs, varía de posição, sem comtudo deixar de passar por V. Do exposto, e de não haver para cada posição do plano senão uma recta, resulta que todos os pontos Ω estão n'uma superficie conica com o verticeem V.

Na fig. 12 as rectas Vp e Bt representam as projecções, no plano AVZ perpendicular a VX e no plano $Bq\delta$, da perpendicular baixada de V sobre o plano conduzido por VD parallelamente a $\varepsilon'\omega'$. A primeira d'aquellas projecções deve ser perpendicular a $\varepsilon\omega$, que é o traço no plano AVZ do plano tirado por VD parallelamente a $\varepsilon'\omega'$, a segunda é perpendicular a VD. O ponto t é portanto o encontro da perpendicular, que tirámos por V, com o plano $Bq\delta$, e a recta $t\varphi$, parallela a VD, é a intersecção do plano $Bq\delta$ com aquelle dos planos conduzidos por VD, que não é parallelo a $\varepsilon'\omega'$.

A intersecção d'este ultimo plano com um plano qXD perpendicular a VX é a recta $D\delta$ e a intersecção d'esta recta com o eixo $\varepsilon'\omega'$ é o ponto P por onde passa a perpendicular commum a $\varepsilon'\omega'$ e a VD. A recta VP é, pois, uma geratriz do cone, de que temos tratado.

Procuremos agora fixar analyticamente a posição de P no plano qXD, afim de determinarmos a natureza do cone.

Fazendo $XP=r$, $D\hat{X}P=\theta$ tira-se do triangulo XPD

$$r=XD\frac{\operatorname{sen} X\hat{D}P}{\operatorname{sen}(X\hat{D}P+\theta)}=VX\operatorname{tg}\frac{1}{2}\sigma\frac{\operatorname{tg} X\hat{D}P}{\operatorname{tg} X\hat{D}P\cos\theta+\operatorname{sen}\theta}$$

Mas

$$\operatorname{tg} X\hat{D}P=\frac{Xq}{XD+q\delta}$$

e

$$q\delta=\frac{q\varphi}{Bp}pt=q\varphi\operatorname{tg}\frac{1}{2}\sigma=(B\varphi-VX)\operatorname{tg}\frac{1}{2}\sigma$$

Para determinarmos $B\varphi$ recorremos aos triangulos $Bt\varphi$ e Bpt, dos quaes se deduz

$$B\varphi=\frac{VB.\operatorname{tg}\theta}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma}$$

D'estas egualdades resulta

$$\operatorname{tg} X\hat{D}P=\frac{\cos^2\frac{1}{2}\sigma}{\operatorname{tg}\theta}$$

e, como é $VX=\psi$, será

$$r=\frac{\psi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma\cos\theta}{\cos^2\frac{1}{2}\sigma\cos^2\theta+\operatorname{sen}^2\theta}$$

Designando por x, y, z as coordenadas do ponto P referidas aos eixos orthogonaes VX, VA e VZ a equação precedente transforma-se em

$$x=\psi \qquad y^2+z^2\cos^2\frac{1}{2}\sigma-z\psi\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma=0 \qquad (57)$$

que evidentemente representam uma ellipse situada no plano $Xq\delta$, em quanto ψ fôr constante. Fica assim demonstrado que o cone é de segunda ordem. A recta XD é evidentemente um eixo da ellipse. O seu valor é

$$XD = \psi \operatorname{tg} \frac{1}{2}\sigma$$

O outro eixo, que é o menor, é egual a $\psi \operatorname{sen} \frac{1}{2}\sigma$.

A relação dos eixos é, como no caso do hyperboloide, $\sec \frac{1}{2}\sigma$.

O plano ZVX é um plano principal do cone, porque divide ao meio as cordas parallelas a AB, que são perpendiculares a elle. Os planos, que passam por AB e por uma das bissectrizes dos angulos formados por VX e VD, são tambem planos principaes, porque dividem ao meio as cordas perpendiculares a elle e parallelas á outra bissectriz. Os tres planos principaes cortam-se dois a dois segundo os eixos, ou diametros principaes do cone, que vem por consequencia a ser aquellas duas bissectrizes e a recta AB.

66.—Dando ao cone, que tem por directriz a ellipse DPX, uma rotação de 180° em torno de VX, obtem-se o cone, que passa por os pontos de encontro dos diversos eixos centraes relativos a VX e VE com as perpendiculares communs a esta recta e áquelles eixos.

As rectas, que cortam orthogonalmente VZ, são tambem eixos centraes relativos a VD e VE. Os pés das perpendiculares communs a estes eixos e a VD existem n'um cone de segunda ordem e o mesmo succede aos pés das perpendiculares communs aos eixos e a VE. Estes dois cones são eguaes entre si e concordam segundo a bissectriz VZ, ao longo da qual o plano tangente commum é o plano AVZ perpendicular a VX. Os dois primeiros cones são tangentes ao plano AVX em todos os pontos de VX.

A recta AB é um eixo commum aos quatro cones.

Qualquer recta, que encontre VX normalmente, corta os dois cones tangentes ao longo de VX n'um ponto d'esta recta e em mais dois outros equidistantes d'elle e situados em cones diversos. A distancia dos dois ultimos pontos é egual à translação correspondente ao eixo, que passa por elles. Quando θ cresce e tende para $\frac{\pi}{2}$ o eixo tende a tornar-se tangente commum a ambos os cones. N'esta posição especial o eixo existe no plano AVX e a translação reduz-se a zero. Em nenhum outro caso uma rotação é sufficiente (§ 35) para levar VD a confundir-se com VE.

67.—A equação do cone determinado pelas rectas VD e VX pode obter-se directamente, eliminando ψ nas equações (57) da ellipse, ou indirectamente fa-

zendo $p=0$ na equação (34) do hyperboloide correspondente a duas rectas não existentes no mesmo plano. Por qualquer d'estes meios acha-se

$$y^2+z^2\cos^2\frac{1}{2}\sigma-zx\,\mathrm{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma=0 \qquad (58)$$

As equações dos outros tres cones (VE, VX), (VD, VZ) e (VE, VZ) são respectivamente

$$y^2+z^2\cos^2\frac{1}{2}\sigma+zx\,\mathrm{sen}\,\frac{1}{2}\sigma\cos\frac{1}{2}\sigma=0 \qquad (59)$$

$$y^2+z^2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)-zx\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)=0 \qquad (60)$$

$$y^2+z^2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)+zx\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\sigma}{2}\right)=0 \qquad (61)$$

As equações dos eixos do primeiro d'estes quatro cones (58) podem tambem deduzir-se directamente das equações (40), (41) e (42) fazendo $p=0$. Estas equações reduzem-se a

$$\left.\begin{matrix}x=0\\ z=0\end{matrix}\right\} \qquad \left.\begin{matrix}y=0\\ z=-x\cot\frac{1}{4}\sigma\end{matrix}\right\} \qquad \left.\begin{matrix}y=0\\ z=x\,\mathrm{tg}\,\frac{1}{4}\sigma\end{matrix}\right\}$$

68.—A cada recta (fig. 12), que atravesse orthogonalmente uma bissectriz VX corresponde nas duas rectas concorrentes um systema unico de pontos homologos. Estes pontos determinam-se facilmente depois de conhecidos os pontos K e K' situados na helice da gola, e inversamente não pode tambem haver difficuldade em obter os pontos K e K', quando sejam conhecidos dois pares de outros pontos homologos.

69.—*Ha uma infinidade de eixos centraes para cada systema de pontos homologos de duas rectas concorrentes.*

Sejam K e K' (fig. 12) os dois pontos centraes homologos correspondentes ao systema dado de pontos.

Tomando para plano de projecção um plano DXq perpendicular a VX serão perpendiculares entre si as projecções de cada eixo central e da sua menor distancia a VD, que n'este caso ha de passar por K.

Projectando K em k no plano DXq a circumferencia descripta sobre Xk como diametro será o logar geometrico das projecções dos extremos, Ω, Ω_1, etc., das menores distancias dos diversos eixos centraes conjugados de K a este ponto.

Conduzindo por K o plano Mf perpendicular a VD, determinando o ponto Ω d'este plano, que se projecta n'um ponto u escolhido arbitrariamente sobre aquella circumferencia, para o que basta fazer passar por u um plano parallelo a AVX, e finalmente imaginando um plano $Ll'F$ perpendicular a VX e contendo o ponto Ω, obtem-se uma recta $F\Omega$, que evidentemente é perpendicular a ΩK, visto que a primeira d'estas rectas é parallela ao plano de projecção DXq e as projecções das duas formam um angulo recto.

E como ΩK, porque existe no plano Mf, é perpendicular a VD, segue-se que $F\Omega$ é um eixo central correspondente ao systema de pontos homologos centraes K e K', e que $2F\Omega = 2Xu$ representa a grandeza da translação correlativa.

Do mesmo modo se concluiria que $F\Omega_1$, que é egual e parallela a Xu_1 e tambem egual a Xu, representa em direcção outro eixo central relativo ao mesmo systema de pontos homologos e em grandeza metade da translação relativa a este novo eixo.

Quando o ponto u se move sobre a circumferencia Xuk de diametro Xk, o ponto Ω correspondente percorre uma linha commum ao plano Mn e ao cylindro, de que é secção recta aquella circumferencia. A curva, que liga os pontos Ω, Ω_1, etc., é, pois, uma ellipse.

70.—*O logar geometrico dos eixos centraes conjugados de um systema dado de pontos homologos de duas rectas concorrentes é um* conoide recto *circumscripto a uma ellipse. A directriz rectilinea do conoide é a bissectriz,* VX *ou* VZ, *que for perpendicular á corda* KK' *e a directriz curvilinea é a intersecção do plano perpendicular a* VD *passando por* K *com o cylindro de revolução conduzido por* K *e por* VX *e tendo por diametro a distancia d'aquelle ponto a esta recta.*

Que a superficie dos eixos centraes é um conoide circumscripto a uma ellipse é facil demonstrar, notando que qualquer dos eixos centraes encontra VX (ou VZ) e uma ellipse situada no plano Mf e que todos elles são parallelos aos planos perpendiculares a VX (ou VZ). Este conoide é evidentemente recto.

Os pontos limites da recta VX, ou os vertices do conoide conjugado dos pontos K e K', são os pontos de encontro de VX com os eixos correspondentes aos pontos da ellipse, que se projectam nos extremos do diametro Xk. D'estes pontos limites um é o ponto C situado na intersecção do plano Mf com VX. Ao ponto C corresponde um só eixo; que é ef. A translação paral-

lela a este eixo é nulla. O outro ponto limite existe na intersecção de VX com o plano, que lhe é perpendicular e que passa por K. A este ponto limite corresponde uma translação parallela a VZ (ou Xk) e egual a $2Xk$. Tanto a um como a outro ponto limite correspondem rotações de 180°.

O *passo reduzido* da superficie helicoide é nullo para o eixo ef e egual a $\frac{2VK\operatorname{sen}\frac{1}{2}\tau}{\pi}$ para o eixo, que passa pelo outro ponto limite.

Por cada um dos pontos de VX comprehendidos entre os pontos limites, passam dois eixos centraes symetricamente dispostos em relação ao plano DVE das rectas dadas e aos quaes correspondem translações eguaes.

N'esta hypothese das rectas concorrerem, a directriz elliptica do conoide dos eixos centraes gosa da propriedade singular de ter um dos seus vertices C sobre a directriz rectilinea VX.

O eixo menor da ellipse directriz do conoide é

$$Xk=VK\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\sigma$$

e o maior

$$2CK=VK\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\sigma$$

71.—As formulas relativas á hypothese das rectas concorrerem podem deduzir-se ou directamente, ou fazendo $p=0$ nas analogas (§ 58) para o caso das rectas não estarem no mesmo plano. Por qualquer d'estes meios acha-se

$$\operatorname{tg}\theta=\pm\frac{c\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma}{2\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma-\chi\right)}=\pm\sqrt{\frac{-\cos\frac{1}{2}\sigma\left(\psi-\chi\cos\frac{1}{2}\sigma\right)}{\psi\cos\frac{1}{2}\sigma-\chi}} \qquad (62)$$

$$c=\frac{2}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma}\sqrt{-\cos\tfrac{1}{2}\sigma\left(\psi-\chi\cos\tfrac{1}{2}\sigma\right)\left(\psi\cos\tfrac{1}{2}\sigma-\chi\right)} \qquad (63)$$

$$\operatorname{tg}\Omega F\Omega_1=\frac{2\sqrt{-\cos\frac{1}{2}\sigma\left(\psi-\chi\cos\frac{1}{2}\sigma\right)\left(\psi\cos\frac{1}{2}\sigma-\chi\right)}}{2\psi\cos\frac{1}{2}\sigma-\chi\left(1+\cos^2\frac{1}{2}\sigma\right)} \qquad (64)$$

$$\tau=2\sqrt{-\chi\left(\psi\cos\tfrac{1}{2}\sigma-\chi\right)} \qquad (65)$$

$$\rho = \sqrt{\psi\left(\psi - \chi\cos\tfrac{1}{2}\sigma\right)} \tag{66}$$

$$\cos\Gamma = \frac{\psi - 2\chi\cos\frac{1}{2}\sigma}{\psi} \tag{67}$$

$$\cos\alpha' = \sqrt{\frac{\psi\cos\frac{1}{2}\sigma - \chi}{-\chi}} \tag{68}$$

72.—Quando as rectas são concorrentes e é

$$\psi = \frac{\chi}{\cos\frac{1}{2}\sigma}$$

isto é, quando se consideram os eixos centraes, que passam pelo ponto C commum á recta VX (fig. **12**) e ao plano Mf perpendicular a VD, as formulas precedentes dão

$$c=0 \qquad \theta=\frac{\pi}{2} \qquad \tau=0$$
$$\rho=\chi\,\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}\sigma \qquad \Gamma=\pi-\sigma \qquad h=0 \qquad \alpha'=\frac{\pi}{2}$$

O eixo é então perpendicular ao plano das rectas VD e VE, não ha translação e a recta VD gera a região do plano das rectas VD e VE, que fica exterior ao circulo descripto n'elle com o centro em C e o raio CK.

Na mesma hypothese de serem concorrentes as rectas, se fôr

$$\psi = \chi\cos\tfrac{1}{2}\sigma$$

isto é, se se tratar dos eixos centraes existentes no plano perpendicular a VX conduzido por K, será

$$c=0 \qquad \theta=0 \qquad \tau=2\chi\,\mathrm{sen}\tfrac{1}{2}\sigma$$
$$\rho=0 \qquad \Gamma=\pi \qquad h=\frac{2\chi\,\mathrm{sen}\frac{1}{2}\sigma}{\pi} \qquad \alpha'=\frac{1}{2}(\pi-\sigma)$$

O eixo central é então parallelo a VZ e a recta VD no seu movimento gera uma *superficie de parafuso de rosca triangular*, que se reduzirá a uma superficie conica de revolução, quando, conjunctamente com aquellas condições, se tiver

$$\chi=0$$

73.—Quando o ponto K se desloca sobre VD, a grandeza $VK=\chi$ torna-se variavel, a ellipse traçada no plano Mf move-se parallelamente a si mesma encostada ás rectas VX e VD e mudando de fórma de sorte que o eixo maior seja

$$CK=\chi \operatorname{tg}\frac{1}{2}\sigma$$

e o menor

$$Xk=\chi \operatorname{sen}\frac{1}{2}\sigma$$

A relação entre os eixos variaveis da ellipse não depende, pois, da sua posição e é constantemente egual a $\sec\frac{1}{2}\sigma$.

O centro da ellipse percorre a recta, que une o ponto V com o meio de CK e a ellipse no seu movimento gera um cone, que é evidentemente o mesmo, de que (58) antecedentemente tratámos.

Quando K coincide com V, é $\chi=0$ e qualquer recta descripta no plano AVZ, ou no plano AVX, conforme o systema de pontos homologos que se considerar, poderá ser tomada para eixo central. Seja, porém, qual fôr a recta escolhida, a translação será sempre nulla.

74.—Imaginemos agora que o ponto V se afasta indefinidamente sobre a bissectriz VX. As rectas VD e VE tornam-se então parallelas a VX, o logar geometrico dos pontos Ω, Ω_1, etc., relativos aos eixos, que cortam VX, deixa de ser um cone e torna-se um cylindro de revolução passando por uma das duas parallelas e por VX e tendo por diametro metade da distancia das mesmas parallelas; e o outro cone, o que passa por VD e VZ, degenera n'um circulo situado no plano passando por VX perpendicular ao plano das parallelas com o centro no ponto V afastado indefinidamente.

As rectas, que cortam VX orthogonalmente, serão eixos de *helicoides de plano director*, ou de *superficies de parafuso de rosca quadrangular*, ou do plano determinado pelas duas parallelas, conforme forem obliquas a este plano, existem n'elle ou lhe são perpendiculares.

No primeiro caso, sendo θ o angulo do eixo com o plano das parallelas e p a distancia d'estas, tem-se

$$\tau = p\cos\theta \qquad \Gamma = \pi \qquad \rho = \frac{1}{2}p\,\mathrm{sen}\,\theta$$

e o passo reduzido é

$$h = \frac{p\cos\theta}{\pi}$$

O segundo caso deriva-se do primeiro fazendo $\theta = 0$ e as formulas que lhe correspondem são portanto

$$\tau = p \qquad \Gamma = \pi \qquad \rho = 0$$

e

$$h = \frac{p}{\pi}$$

Fazendo nas formulas do primeiro caso $\theta = \frac{\pi}{2}$ acha-se para o caso dos eixos serem perpendiculares ao plano das parallelas

$$\tau = 0 \qquad \Gamma = \pi \qquad \rho = \frac{1}{2}p$$

e

$$h = 0$$

As rectas, que cortam VZ orthogonalmente, ou se tornam parallelas a VX, ou se afastam para uma distancia infinita.

No primeiro caso cada uma das rectas determina com a sua parallela VX um plano perpendicular ao plano das duas parallelas e é o eixo de um cylindro de revolução, que passa por estas parallelas.

No segundo caso as rotações convertem-se em translações e ou o eixo é perpendicular a VX, e basta uma translação perpendicular a esta recta para uma das parallelas ir confundir-se com a outra, ou é obliquo a VX, e são precisas duas translações, uma parallela e outra perpendicular a VX, ou uma só na direcção d'uma obliqua ás rectas dadas descrita no plano d'estas, para se obter a coincidencia de uma recta com a outra.

Podemos, pois, concluir que *por duas rectas parallelas passam uma infinidade de helicoides de plano director e uma infinidade de superficies de parafuso de rosca quadrangular. Os eixos d'aquelles são perpendiculares ás duas rectas e cortam o seu plano em pontos equidistantes d'ellas, e os d'estas são tambem perpendiculares ás rectas e existem no plano que ellas determinam.*

Os helicoides variam com a inclinação do eixo e teem o *passo reduzido* egual a $\frac{p\cos\theta}{\pi}$, as superficies de parafuso são todas eguaes, differem apenas na posição, e teem o passo reduzido egual a $\frac{p}{\pi}$.

CAPITULO VI

Movimento helicoidal de uma figura invariavel obrigada a passar por duas posições dadas

75.— *Um systema invariavel, ou geometrico formado por duas rectas não existentes no mesmo plano pode, em geral, passar de qualquer posição no espaço para outra por meio de um movimento helicoidal. Ha só uma recta em torno da qual pode effectuar-se o movimento helicoidal, que estabelece a ligação entre as duas posições do systema.* A essa recta damos o nome de *eixo central* do movimento.

Sejam (fig. 13) AD e BE as duas rectas do systema n'uma das suas posições, $A'D'$ e $B'E'$ essas mesmas rectas, quando o systema occupa a outra posição. É evidente que, para aquellas duas rectas poderem chegar a coincidir com estas, é indispensavel, que a menor distancia AB d'ellas seja egual á menor distancia $A'B'$ das outras rectas $A'D'$ e $B'E'$, e tambem que o angulo formado por AD e BE seja egual ao angulo formado por $A'D'$ e $B'E'$. Estas duas condições são necessarias, mas não sufficientes, pois é evidente que, verificando-se ellas, pode succeder que, depois do angulo recto BAD se confundir com $B'A'D$, as rectas BE e $B'E'$ fiquem para lados oppostos do plano commum áquelles angulos. Quando isto acontecer os systemas (AD, BE) e $(A'D', B'E')$ são identicos, mas não podem considerar-se como posições diversas de um systema unico.

Prescindindo, porém, d'este caso por ser contrario á hypothese, de que partimos, a questão, que tratamos de resolver, reduz-se a achar um eixo á roda do qual o angulo DAB deve mover-se helicoidalmente até tomar a posição $D'A'B'$.

Ora é sabido que, durante o movimento helicoidal de um plano DAB, se conserva constante o angulo formado por elle com o eixo e, como o plano deve n'uma das suas posições confundir-se com $D'A'B'$, segue-se que uma das condições, a que tem de satisfazer o eixo procurado, é formar angulos eguaes com os planos dos angulos DAB e $D'A'B'$, e d'esta condição resulta que *o referido eixo ha de existir em algum dos planos bissectores do diedro formado pelos planos* DAB e D'A'B', *ou ser parallelo a um d'elles.*

Mas não basta que os planos se confundam, é preciso tambem que as menores distancias AB e $A'B'$, consideradas como segmentos inversamente homologos das rectas indefinidas A_1D_1 e B_1E_1, coincidam uma com a outra e d'aqui provém que *o eixo*, de que se trata, *deve ser geratriz do conoide dos eixos centraes conjugado do systema de pontos homologos, de que fazem parte os segmentos* AB e A′B′.

Taes são as duas condições a que necessariamente ha de satisfazer o eixo do movimento helicoidal que porventura possa conduzir o systema (AD, BE) até á posição ($A'D'$, $B'E'$).

A recta, que satisfaz á ultima das condições ennunciadas, é evidentemente (§ 56) uma das geratrizes de um conoide. Para determinarmos os elementos d'este conoide começaremos por procurar os pontos centraes homologos K e K' relativos aos segmentos inversamente homologos AB e $A'B'$ (§ 56). A corda, que ligar os pontos K e K', ha de cortar a angulo recto uma das bissectrizes CX ou CZ das rectas A_1D_1 e B_1E_1. Na fig. 13 a corda KK' corta CX.

Projectando K n'um plano QR perpendicular a CX e descrevendo sobre Xk como diametro um circulo (na figura está descripto meio circulo sómente) tem-se a secção recta do cylindro, sobre que se pode imaginar traçada a directriz do conoide. O plano conduzido por K perpendicularmente á recta AB contém similhantemente esta directriz e corta a face A_1D_1R do parallelipipedo na recta eM, que é perpendicular a A_1D_1. Ficam assim determinados os elementos do conoide, do qual é geratriz o eixo, que pretendemos descobrir.

Como, porém, o eixo deve ser parallelo a um dos planos bissectores do diedro em cujas faces existem os angulos rectos DAB e $D'A'B'$, ou assentar mesmo n'um d'elles, temos de construir taes planos.

Ora o plano DAB contém as rectas D_1d, aA_1, A_1J parallela a D_1d e ab parallela a D_1A_1 as quaes estão tambem nos planos QS, TA_1, qrA_1 e qB_1T e o plano $D'A'B'$ corta os planos qrA_1, QR, E_1RN' e TA_1 segundo as rectas $D'pB_1$, pE_1, E_1c parallela a $D'B_1$ e cB_1. O ponto J commum a A_1J e JB_1p pertence á intersecção dos planos DAB e $D'A'B'$ e ao plano qrA_1; o ponto b commum ás rectas ab e E_1B_1 prolongada pertence tambem á intersecção dos planos DAB e $D'A'B'$. A recta IJ é por consequencia a aresta do angulo diedro formado pelas faces DAB e $D'A'B'$. O plano perpendicular a esta aresta conduzido por qualquer dos seus pontos, α por exemplo, determina nas faces do diedro duas rectas $\alpha\delta$ e $\alpha\gamma$, que formam um angulo egual ao diedro, e os planos determinados por cada uma das bissectrizes do angulo $\delta\alpha\gamma$ e por IJ são os planos bissectores do diedro em questão. D'estes dois planos bissectores comtudo só um satisfaz á hypothese, que estamos considerando; porque, se o plano DAB gira em torno de qualquer recta parallela a um dos planos bissectores, ou situada n'elle, a coincidencia dos dois planos realisa-se de sorte

que é sufficiente fazer escorregar um dos planos sobre o outro para se conseguir que as rectas AD e AB se confundam com $A'D'$ e $A'B'$; e, se a rotação do plano DAB se effectuar á roda de um eixo parallelo ao outro plano bissector ou existente n'elle, a coincidencia d'aquellas rectas não se fará sem que um dos planos, depois de sobreposto ao outro, soffra um movimento de inversão, em virtude do qual a face de contacto seja substituida pela outra face do mesmo plano; e esta mudança não se conseguirá senão sujeitando o plano a um movimento de rotação em torno de um eixo existente n'elle, movimento que, composto com o outro movimento de rotação, produzirá um movimento resultante, no qual o eixo de rotação differirá em direção do movimento de translação.

Observando attentamente a figura 13 reconhece-se que o plano bissector, que ali convém adoptar, é o que passa pela bissectriz $\alpha\delta$ do angulo $\delta\alpha\gamma$. Unindo o ponto δ, em que esta bissectriz encontra o plano TA_1 ao ponto de encontro d'este plano com a aresta IJ do diedro tem-se a recta $\varepsilon'\delta\varepsilon$, que existe no plano bissector e é perpendicular á bissectriz CX.

É necessario, pois, e sufficiente, que haja no conoide alguma geratriz parallela a $\varepsilon'\delta\varepsilon$ para se concluir que é possivel levar o systema (AD, BE) a coincidir com $(A'D', B'E')$ por meio de um movimento helicoidal.

Conduzindo por X uma parallela Xu a $\varepsilon'\delta\varepsilon$, determinando a sua intersecção u com a circumferencia descripta sobre Xk como diametro, procurando no plano conduzido por K perpendicularmente a AB o ponto Ω, cuja projecção sobre o plano QR é aquelle ponto u e finalmente tirando por Ω uma parallela a Xu obtem-se a geratriz do conoide, que satisfaz a todas as condições indicadas.

A recta $\varphi'F\varphi$ gosa, pois, da propriedade de ser o eixo do movimento helicoidal seguindo o qual o systema (AD, BE) chega n'uma das suas posições a confundir-se com $(A'D', B'E')$. Este movimento helicoidal pode considerar-se como resultante de um movimento de translação egual e parallelo a $\Omega\Omega'$ e de um movimento de rotação, no qual todos os pontos descrevam em torno de $\varphi'F\varphi$ angulos eguaes ao dobro do angulo ΩKk.

Não ha no conoide nenhuma outra geratriz parallela a $\varepsilon'\delta\varepsilon$, porque no circulo de diametro Xk só uma corda tirada por X é parallela áquella recta e esta corda unica não determina sobre a circumferencia senão o ponto u. Podemos portanto concluir que a duas posições quaesquer de um systema de duas rectas situadas em planos differentes corresponde sempre um eixo central e só um.

Pode succeder, que a recta Xu parallela a $\varepsilon'\delta\varepsilon$ seja tangente ao circulo de diametro Fk e n'este caso particular será nulla a translação e o movimento helicoidal reduzir-se-ha a um movimento de rotação. Esta hypothese pode

realisar-se ou porque os angulos DAD_1 e EBD_1 se desloquem nos seus planos de sorte que a recta Xk girando á roda de X se torne perpendicular a Xu, que então mantém invariavel a sua direcção, ou porque os planos d'aquelles angulos, movendo-se simultaneamente em torno de $A_1 D_1$, obriguem a recta $\varepsilon'\delta\varepsilon$ a tornar-se perpendicular a Xk, que n'este caso se conserva fixa, ou finalmente porque se movam os planos e sobre elles os angulos de modo que as rectas Xu e Xk variando de direcção cheguem a formar um angulo recto.

Em caso algum, porém, será nulla a rotação e por consequencia o movimento helicoidal jámais se transformará em movimento de translação, em quanto as rectas, cuja coincidencia se procura, não forem respectivamente parallelas entre si.

Na figura 13 suppõe-se que os dois systemas de rectas estão dispostos de modo que as menores distancias AB e $A'B'$ não existem no mesmo plano.

Quando AB e $A'B'$ estão no mesmo plano a construcção é facil e as conclusões analogas, ou as rectas concorram a distancia finita, ou sejam parallelas. No primeiro caso o movimento helicoidal pode em circumstancias particulares converter-se em movimento de rotação, porém, em hypothese alguma se reduzirá a um movimento de translação. No segundo caso, isto é, quando as menores distancias AB e $A'B'$ são parallelas entre si, o movimento helicoidal pode em circumstancias especiaes transformar-se em movimento de rotação, ou em movimento de translação. É effectivamente este o unico caso em que a coincidencia dos systemas pode alcançar-se apenas por um movimento de translação e ainda assim é necessario que os angulos rectos DAB e $D'A'B'$ existam em planos parallelos entre si, e por consequencia que as rectas AD e BE sejam respectivamente parallelas a $A'D'$ e $B'E'$ e similhantemente dispostas a respeito d'estas rectas.

76.—Sendo 6 o angulo formado pelos planos $A_1 D_1 S$ e $A_1 D_1 d$ (fig. 13), $6'$ o angulo formado por aquelle plano com $B_1 E_1 D'$, θ o angulo formado pelo eixo central $F\varphi$ com a vertical CZ, i o angulo que o mesmo eixo faz com o plano $A_1 D_1 d$ e $D_1 \hat{A}_1 r = \frac{1}{2}\sigma$ acha-se, resolvendo o angulo triedro, cujas arestas são o eixo central $F\varphi$ e duas perpendiculares aos planos $A_1 D_1 S$ e $A_1 D_1 d$,

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-i\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos 6+\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\operatorname{sen} 6\cos\frac{1}{2}\sigma$$

ou

$$\operatorname{sen} i=\operatorname{sen}\theta\cos 6+\cos\theta\operatorname{sen} 6\cos\frac{1}{2}\sigma$$

Durante o movimento helicoidal do plano $A_1 D_1 d$ em torno do eixo $F\varphi$

conservam-se constantes i e θ e variam ϵ e σ, de sorte que, no momento em que aquelle plano se sobrepõe a $B_1 E_1 D'$, a variavel $\frac{1}{2}\sigma$ adquire o valor $-\frac{1}{2}\sigma$. Ter-se-ha, pois, para este ultimo plano a equação

$$\operatorname{sen} i = \operatorname{sen}\theta \cos\epsilon' + \cos\theta \operatorname{sen}\epsilon' \cos\tfrac{1}{2}\sigma$$

que tambem pode obter-se resolvendo o angulo triedro formado pelo eixo central $F\varphi$ e pelas perpendiculares aos planos $A_1 D_1 S$ e $B_1 E_1 D'$.

Eliminando i entre as duas equações precedentes e transformando convenientemente a equação resultante, vem

$$\operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\epsilon+\epsilon') = \cos\tfrac{1}{2}\sigma$$

Tal é a condição a que teem de satisfazer as variaveis ϵ, ϵ' e θ, quando σ, ou o angulo das menores distancias AB e $A'B'$ é constante. Esta relação é independente da menor distancia $A_1 B_1$ entre as menores distancias AB e $A'B'$ e por isso convém tanto ao caso geral, em que estas não estão no mesmo plano, como ao caso em que ellas concorrem a distancia finita ou infinita. Se porventura forem parallelas as menores distancias AB e $A'B'$ a relação precedente transformar-se-ha em

$$\operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\epsilon+\epsilon') = 1$$

que equivale a

$$\epsilon+\epsilon'+2\theta = \pi$$

ou mais geralmente a

$$\epsilon+\epsilon'+2\theta = (2n+1)\pi$$

sendo n qualquer numero inteiro.

77.—*Um systema invariavel, ou geometrico formado por duas rectas concorrentes, ou por trez pontos, que não estão em linha recta, pode, em geral, passar de qualquer posição no espaço para outra por meio de um movimento helicoidal. Ha só uma recta em torno da qual pode effectuar-se o movimento helicoidal, que estabelece a ligação entre as duas posições do systema.*

Esta proposição é um caso particular da que acabou de ser demonstrada. Basta com effeito suppor que são nullas as duas menores distancias AB e $A'B'$ (fig. 13) no raciocinio anteriormente apresentado para se chegar á conclusão de que é verdadeiro o principio enunciado.

Suppondo que A e A' são vertices homologos dos dois triangulos dados, ou os pontos de concurso do systema de duas rectas nas duas posições consideradas, levantaremos por elles perpendiculares, $A_1 D_1$ e $B_1 E_1$, aos planos dos triangulos, ou dos systemas de duas rectas, determinaremos depois a menor distancia $A_1 B_1$ d'estas perpendiculares e as suas bissectrizes CX e CZ. A determinação dos pontos centraes homologos K e K' depende de se conhecer, qual das bissectrizes, CX ou CZ, deve ser cortada pela corda KK', que os une, e este conhecimento adquire-se facilmente, logo que se saiba, qual das duas rectas dadas, que passam por A, é homologa de cada uma das que concorrem em A', ou quaes são as faces das duas figuras planas, que no fim do movimento devem estar em frente uma da outra.

Admittindo, que os dois systemas geometricos estão dispostos de sorte que CX é a bissectriz cortada por KK', determinar-se-hão os extremos d'esta corda, projectando n'um plano TA_1 perpendicular a CX a corda AA', tirando a esta projecção e pelo meio de $A_1 B_1$ uma parallela e procurando os pontos communs a esta recta e a $A_1 S$ e $B_1 T_1$, porque elles serão as projecções dos pontos desconhecidos K e K' sobre aquelle plano TA_1.

Conhecidos os pontos K e K', determina-se o conoide, que lhes corresponde, e construe-se aquelle dos planos bissectores dos diedros formados pelos dois systemas planos que, segundo a disposição da figura, convém á questão.

Raciocinando por este modo, chega-se á conclusão de que os movimentos helicoidaes capazes de fazer com que um dos systemas venha a confundir-se com o outro, só podem ter por eixos as geratrizes do conoide, que forem parallelas a uma determinada direcção, e como entre aquellas geratrizes ha sempre uma, e só uma, parallela a uma direcção dada, qualquer que ella seja, segue-se que ha sempre um movimento helicoidal, e só um, que satisfaça á questão.

Ha comtudo, como anteriormente se notou, um caso particular em que nenhum movimento helicoidal propriamente dito pode satisfazer, é o caso em que o *passo reduzido* é nullo e em que por consequencia aquelle movimento se reduz a movimento de rotação.

Pode tambem succeder, que os elementos da questão estejam dispostos de modo que as rectas $A_1 D_1$ e $B_1 E_1$ concorram n'um ponto, ou sejam parallelas entre si. Nenhum d'estes casos, porém, offerece novidade alguma, que mereça menção, a não ser a circumstancia que porventura pode dar-se, quando aquellas rectas são parallelas, do movimento helicoidal se transformar n'um movimento de translação. Em todos estes casos especiaes a demonstração é inteiramente identica á que se deu, quando se suppoz, que as duas rectas do systema não estavam no mesmo plano.

Pode tambem demonstrar-se a proposição, de que estamos tratando, tomando dois lados homologos, AB e $A'B'$, das duas posições do triangulo movel, construindo a menor distancia A_1B_1 d'elles e a bissectriz CX, que convém á disposição particular da figura, bem como os pontos centraes homologos K e K' e um dos planos bissectores dos diedros formados pelos planos dos dois triangulos e emfim procedendo em tudo mais como nas demonstrações precedentes.

Esta mesma demonstração pode, sem duvida alguma, applicar-se ao caso do systema ser formado por duas rectas concorrentes.

78—*Um systema invariavel, ou geometrico formado por duas rectas parallelas pode, em geral, passar de qualquer posição no espaço para outra por meio de um movimento helicoidal. Ha só uma recta em torno da qual pode effectuar-se o movimento helicoidal, que estabelece a ligação entre as duas posições do systema.*

Quando as duas rectas, que constituem o systema são parallelas, é necessario que, além de se saber quaes são, nas duas posições do systema, as rectas homologas, isto é, as que devem coincidir, se deem dois pontos de uma d'ellas com os seus homologos na que lhe corresponde. Não se verificando esta condição, o systema das duas parallelas moveis pode chegar a confundir-se com o das fixas por uma infinidade de modos.

Quando, porém, se dão os dois pares de pontos homologos, o theorema demonstra-se exactamente como nos casos anteriores, tomando para segmentos homologos os que terminam n'aquelles pontos homologos.

79.—Um solido invariavel ou geometrico pode ser definido por duas rectas distinctas ou ellas estejam ou não no mesmo plano. Basta com effeito conhecer as distancias de cada ponto do solido a tres pontos escolhidos arbitrariamente, dois em uma das rectas dadas e um na outra, para se terem as posições de todos elles e ficar por consequencia determinado o solido.

Está portanto demonstrado que *todo solido invariavel ou geometrico pode ir de uma posição no espaço para outra por um movimento helicoidal em torno de uma recta unica e fixa no espaço e que este movimento pode em circumstancias especiaes reduzir-se a um movimento de rotação ou a um movimento de translação.*

Tão importante julgamos esta proposição, que vamos em seguida apresentar duas demonstrações directas d'ella, relativamente mais faceis do que todas as outras que démos nas paginas precedentes.

80.—Suppondo o solido definido por tres pontos não situados em linha recta, sejam ABC e $A'B'C'$ duas posições diversas (fig. 14) do triangulo determinado por esses tres pontos.

Para facilitar a exposição distinguiremos em cada um dos planos P e P'

dos triangulos eguaes $A\,B\,C$ e $A'\,B'\,C'$ uma das faces, a que chamaremos *rosto do plano*, da outra, que será o *verso do plano* e consideraremos sempre como *rosto* a face sobre que está desenhado o triangulo. Na figura 14 os *rostos dos planos* P e P' são as faces voltadas para o observador.

Em geral a sobreposição de duas figuras planas eguaes pode alcançar-se pondo em contacto as faces do mesmo nome, ou as de nome contrario. Na fig. 14 os triangulos $A\,B\,C$ e $A'\,B'\,C'$ estão dispostos de modo tal que, para sobrepôr um ao outro, é indispensavel pôr em contacto as faces de nome contrario dos planos P e P'.

Admittida esta distincção entre as duas faces de um plano, consideremos o diedro formado pelas faces do mesmo nome dos planos P e P', isto é, o diedro em que estas faces estão voltadas uma para a outra, imaginemos o plano bissector d'elle e cortemos as suas duas faces por um plano Q parallelo ao mesmo plano bissector. Obteremos assim duas rectas $n\,m$ e $n'\,p'$, a primeira no plano P e homologa de uma recta $n'\,m'$ existente no plano P', a outra no plano P' e homologa da recta $n\,p$ do plano P.

Dividindo ao meio os angulos homologos $m\,n\,p$ e $m'\,n'\,p'$, levantando pela bissectriz $n\,d$ do primeiro um plano $n\,d\,D$ perpendicular a P, e pela bissectriz $n'\,d'$ do segundo um plano $n'\,d'\,D'$ perpendicular a P' e, procurando as intersecções d'estes planos com o plano Q, acham-se as rectas $n\,D$ e $n'\,D'$, que na figura são parallelas entre si.

Com effeito, observando os angulos triedros $n\,m\,D\,p$ e $n'\,m'\,D'\,p'$, reconhece-se que elles são isosceles e que os angulos diedros oppostos ás faces eguaes são eguaes a metade do diedro formado pelos planos P e P', e como tambem são eguaes os angulos $m\,n\,p$ e $m'\,n'\,p'$, segue-se que os dois triedros são eguaes entre si. Os angulos $D\,n\,m$ e $D'\,n'\,p'$ são, pois, eguaes e como dois dos seus lados, $n\,m$ e $n'\,p'$, são parallelos, os restantes, $n\,D$ e $n'\,D'$ hão de ser tambem parallelos, ou estar symetricamente dispostos em relação a uma perpendicular aquellas parallelas descritas no plano Q. Para nos convencermos, porém, de que na figura 14 as rectas $n\,D$ e $n'\,D'$ são parallelas, tiraremos por n' uma parallela $n'\,p_1$ a $n\,p$ e teremos assim n'um plano P_1 parallelo a P um angulo $m_1\,n'\,p_1$ egual a $m\,n\,p$. A recta $n'\,D'$, porque está no plano Q, faz angulos eguaes com os planos P_1 e P' e pode portanto ser tomada para eixo de um cone de revolução tangente a estes dois planos. A geratriz de contacto do cone com o plano P' é evidentemente a bissectriz $n'\,d'$ do angulo $m'\,n'\,p'$; a geratriz de contacto do mesmo cone com o plano P_1 ha de formar com a intersecção $X_1\,Y_1$ dos dois planos tangentes o mesmo angulo, que com ella fórma $n'\,d'$, e só pode por consequencia ser a bissectriz $n'\,d_1$ do angulo $m_1\,n'\,p_1$. O triedro $n'\,m_1\,D'\,p_1$ representa, pois, uma das posições occupadas pelo triedro $n'\,m'\,D'\,p'$, quando gira em torno de $n'\,D'$, e consequentemente são eguaes estes dois triedros.

D'esta egualdade resulta a egualdade dos triedros $n'm_1D'p_1$ e $nmDp$, no primeiro dos quaes ha duas arestas, $n'm_1$ e $n'p_1$, parallelas e semelhantemente dispostas a duas arestas, nm e np, do segundo. As rectas nD e $n'D'$ não podem portanto deixar de ser parallelas.

Dando ao triangulo ABC conjunctamente com o triedro $nmDp$ uma translação egual e parallela a nn' e depois uma rotação de grandeza conveniente em torno de $n'D'$, o triangulo ABC ficará sobreposto ao triangulo $A'B'C'$ e os dois solidos determinados por estes triangulos confundir-se-hão.

Quando o plano Q se desloca parallelamente a si mesmo, as rectas nm e $n'p'$, sem sairem dos planos em que estão traçadas, percorrem caminhos eguaes perpendicularmente a si mesmas, affastando-se ou aproximando-se simultaneamente de XY, e as suas homologas, $n'm'$ e np, conservando a sua primitiva direcção, percorrerão tambem perpendicularmente a si mesmas e no mesmo sentido caminhos eguaes, aos que foram descriptos por aquellas rectas. Cada um dos angulos homologos, mnp e $m'n'p'$, deslocar-se-ha parallelamente a si mesmo no seu plano, de sorte que o vertice descreverá a bissectriz, $n\mathcal{E}$ e $n'\mathcal{E}'$, do seu supplemento. As rectas nD e $n'D'$ mudarão de posição no espaço, porém, permanecerão sempre na mesma direcção, a primeira encontrará constantemente a bissectriz $n\mathcal{E}$ situada no plano P, a segunda cortará em todas as suas posições a bissectriz $n'\mathcal{E}'$ descripta no plano P'.

Qualquer plano parallelo a Q, cortará $n\mathcal{E}$ e $n'\mathcal{E}'$ em pontos homologos. Imaginando dois planos, um determinado pelas rectas nD e $n\mathcal{E}$, outro determinado pelas rectas $n'D'$ e $n'\mathcal{E}'$, e cortando tanto um como outro por qualquer plano parallelo a Q, ter-se-hão duas rectas parallelas, em geral distinctas, que serão as analogas a nD e $n'D'$ para o plano secante que se empregou. Aquelles dois planos, $Dn\mathcal{E}$ e $D'n'\mathcal{E}'$, encontram o plano P nas rectas $n\mathcal{E}$ e $t\mathcal{E}'$, que não são parallelas. A intersecção d'elles é uma recta eE passando por e parallelamente a nD e $n'D'$. A recta eE corta as rectas homologas $n\mathcal{E}$ e $n'\mathcal{E}'$ em dois pontos homologos e e e'.

Applicando ao systema ABC uma translação egual e parallela a ee' e depois uma rotação de grandeza conveniente em torno de eE, o triangulo ABC acabará por se confundir com $A'B'C'$ e o solido determinado por este triangulo sobrepor-se-ha ao determinado pelo triangulo $A'B'C'$.

É, pois, certo que ha um *eixo central* para cada duas posições diversas do mesmo solido no espaço. Nenhuma outra recta parallela a eE pode evidentemente ser eixo central para as duas posições do solido. Uma recta parallela ao outro plano bissector dos planos P e P', tambem não pode ser eixo central, porque, uma rotação em torno d'ella[1] não levaria os planos P e P' a

[1] Effectuando na figura 14 as mesmas construcções em relação a um plano paral-

confundirem-se de modo que as faces do mesmo nome ficassem voltadas para o mesmo lado.

Finalmente, qualquer recta não parallela a algum dos planos bissectores faz angulos deseguaes com os planos P e P', e não pode por consequencia ser eixo de um cone de revolução tangente a estes dois planos, como é indispensavel que seja, para poder servir de eixo central.

Conclue-se, pois, do que fica exposto, que *ha só um eixo central*.

Tem-se supposto na precedente demonstração, que os planos $Dn\mathfrak{E}$ e $D'n'\mathfrak{E}'$ não são parallelos, e é, com effeito, esta a unica hypothese admissivel, quando os planos P e P' não são parallelos, nem se confundem. Effectivamente se se admittisse que aquelles planos fossem parallelos, deveria concluir-se que os planos Dnd e $D'n'd'$, respectivamente perpendiculares a elles e passando por as parallelas Dn e $D'n'$, eram tambem parallelos entre si, e por consequencia que as suas intersecções Dd e $D'd'$ com qualquer plano dXX_1 perpendicular a XY seriam egualmente parallelas uma á outra, e esta conclusão é incompativel com a condição, a que teem de satisfazer aquellas intersecções, de serem perpendiculares aos planos P e P', emquanto se supposer, que estes dois planos não são parallelos, nem se confundem.

81.—O movimento helicoidal reduz-se a um movimento de rotação, quando a distancia ee' entre dois pontos homologos do eixo central é nulla. Quando esta hypothese se realisa os pontos e e e' coincidem com o ponto $\mathfrak{E}'$, com o qual deve tambem confundir-se o ponto $\mathfrak{E}$. O eixo central, ou antes o eixo de rotação, passa então por um ponto da intersecção XY dos planos P e P' dos triangulos ABC e $A'B'C'$.

Pode succeder que a recta np homologa de $n'p'$ seja parallela a mn e por consequencia que as rectas $n'p'$ e $n'm'$ sejam tambem parallelas entre si. N'este caso o intervallo entre as parallelas mn e np deve ser egual ao intervallo entre as parallelas $m'n'$ e $n'p'$ e tanto um como outro não mudará de valor, quando o plano Q se mover parallelamente a si mesmo.

As bissectrizes nd e $n'd'$ converter-se-hão em rectas parallelas a mn e np e a $m'n'$ e $n'p'$ e dividirão ao meio a distancia entre as mesmas parallelas, e as rectas nD e $n'D'$ tornar-se-hão parallelas a XY. Os planos $Dn\mathfrak{E}$ e $D'n'\mathfrak{E}'$ serão então respectivamente parallelos aos planos P e P' e a sua intersecção, que n'este caso é o *eixo central*, será uma recta parallela a XY, ou esta mesma recta, quando porventura as duas parallelas nm e np se confundirem. A ultima d'estas duas hypotheses realisa-se, quando os triangulos ABC e $A'B'C'$ estiverem semelhantemente dispostos em relação a duas rectas parallelas a XY

lelo ao outro plano bissector acham-se duas rectas nD e $n'D'$, que se cortam a distancia finita.

e egualmente distanciadas d'esta recta, como succederia se as rectas $n\,m$ e $n'\,p'$ fossem homologas; a outra hypothese verificar-se-ha, quando os mesmo triangulos estiverem tambem semelhantemente dispostos a respeito de duas parallelas a $X\,Y$, sendo, porém, deseguaes as distancias d'esta recta a cada uma das parallelas.

82.—Quando os planos P e P' são parallelos, os triangulos $A\,B\,C$ e $A'\,B'\,C'$ podem estar dispostos de modo que a sobreposição tenha de fazer-se pondo em contacto as faces internas dos planos, como succede na figura 15, ou pondo em contacto a face externa de um dos planos com a interna do outro, como acontece na figura 16.

O plano Q, que no caso geral é parallelo ao plano bissector do diedro formado pelas faces que não se tocam, deve ser perpendicular ou parallelo aos planos P e P', segundo os triangulos $A\,B\,C$ e $A'\,B'\,C'$ tiverem a disposição indicada na figura 15 ou a da figura 16.

No primeiro caso tomar-se-ha para Q o plano perpendicular a P e P' conduzido por um dos lados $A\,B$ do triangulo dado $A\,B\,C$, e procurar-se-ha em cada um dos planos P e P' a linha homologa da intersecção do outro plano com o plano Q. Achar-se-hão assim dois angulos eguaes, $A\,D\,m$ e $A'\,D'\,m'$, formados por lados respectivamente homologos e collocados de partes oppostas do plano Q.

Suppondo que $D\,d$ e $D'\,d'$ são bissectrizes d'aquelles angulos é evidente que o triangulo $A\,B\,C$ irá ajustar-se com o triangulo $A'\,B'\,C'$ se se lhe der primeiro uma translação egual e parallela a $D\,D'$ e depois uma rotação egual a $A\,D\,m$ em torno de um eixo conduzido por D' perpendicularmente aos planos P e P'.

Quando o plano Q se move parallelamente a si mesmo, os angulos $A\,D\,m$ e $A'\,D'\,m'$ deslocam-se parallelamente a si mesmos de quantidades eguaes, conservando a sua grandeza primitiva, e os seus vertices descrevem as bissectrizes $D\,\mathcal{E}$ e $D'\,\mathcal{E}'$ dos supplementos dos mesmos angulos. E, como estas bissectrizes estão egualmente inclinadas sobre $D\,A$ e $D'\,A'$, é evidente que os pontos, em que ellas forem encontradas por qualquer plano parallelo a Q, estarão a eguaes distancias de D e D' e serão por consequencia homologos.

A intersecção dos planos perpendiculares a P e P' conduzidos por $D\,\mathcal{E}$ e $D'\,\mathcal{E}'$ é uma recta $e'\,E$ parallela a Q, que atravessa os planos P e P' em pontos homologos e e e'.

Dando, pois, ao plano P uma translação egual e parallela a $e\,e'$ e depois uma rotação em torno de $e'\,E$ egual a $m'\,D'\,A'$ e em sentido conveniente o triangulo $A\,B\,C$ ajustar-se-ha com o triangulo $A'\,B'\,C'$. A recta $e'\,E$ é por consequencia o *eixo central*.

Se os lados $A\,B$ e $A'\,B'$ forem parallelos, o ajustamento dos triangulos consegue-se empregando um movimento de translação.

Na figura 15 os vertices homologos C e C' estão de lados oppostos do plano Q; suppondo, porém, que elles ficam do mesmo lado d'aquelle plano, e que A é homologo de B' e B homologo de A', ainda a sobreposição dos triangulos se effectuará pondo em contacto as faces internas dos planos P e P'. O eixo central será então determinado pelos planos perpendiculares a P e P' conduzidos pelas bissectrizes interiores dos angulos homologos, em vez de o ser pelas bissectrizes dos angulos supplementares, como convém á disposição dos triangulos representados na figura 15.

Quando os triangulos ABC e $A'B'C'$ (fig. 16) então dispostos de modo tal que o seu ajustamento sómente se consegue pondo em contacto a face externa d'um dos planos com a interna do outro, a existencia do eixo central não se pode provar pelo processo empregado antecedentemente, porque, sendo o plano Q parallelo a P e P', as intersecções d'estes dois planos com aquelle ficam a distancia infinita.

Notando, porém, que o contacto d'aquellas faces só se pode alcançar tomando para eixo de rotação uma recta parallela aos planos P e P' e equidistante d'elles, concluir-se-ha que, se porventura houver eixo central, elle existirá n'um plano Q parallelo aos planos P e P' e egualmente distanciado d'elles.

Para se demonstrar a existencia do eixo central n'este caso, conduzir-se-hão por dois lados homologos AB e $A'B'$ planos perpendiculares a P e P', determinar-se-ha o plano bissector $MNRS$ do diedro formado por estes planos e perpendicularmente a este plano e por $A'A''$, que é perpendicular a P e P', far-se-ha passar o plano $A'A''6''6'$. Finalmente tirando por A uma perpendicular AA_1 ao plano $A'A''6''6'$ e pelo meio de A_1A'' um plano $mnsr$ parallelo ao plano bissector $MNRS$, a intersecção dos planos $mnsr$ e Q será o eixo central.

Com effeito, dando ao triangulo ABC uma translação egual e parallela a AA_1, elle irá para uma posição $A_1B_1C_1$ symetrica em relação a nr da projecção do triangulo $A'B'C'$ sobre o plano P e por consequencia as rectas A_1A', B_1B' e C_1C' cortarão orthogonalmente a recta eE e serão por esta divididas ao meio.

Basta por consequencia dar ao triangulo ABC uma translação egual e parallela a AA_1 e depois uma rotação de 180° em torno de eE, que é parallela a AA_1, para os triangulos ABC e $A'B'C'$ coincidirem.

Se os lados homologos AB e $A'B'$ fossem parallelos, os planos perpendiculares a P e P' determinados por elles seriam parallelos entre si e parallelos ao plano $MNSR$, do qual distariam egualmente.

Se dois vertices homologos A e A', por exemplo, estivessem n'uma perpendicular ao plano bissector $MNSR$, a distancia AA_1 seria nulla, e a sobreposição dos triangulos dependeria apenas d'um movimento de rotação.

Finalmente, se os vertices homologos C e C', em vez de ficarem ambos dentro do diedro determinado pelos planos conduzidos por AB e $A'B'$ ou ambos fóra, estivessem um dentro e outro fóra do mesmo diedro e se além d'isso A fosse homologo de B' e B homologo de A', o theorema seria ainda verdadeiro e a sua demonstração não differiria da que acabou de se dar senão em se substituir o plano bissector $MNSR$ pelo plano bissector do diedro supplementar.

Tem-se provado a existencia do eixo central, no caso do parallelismo dos planos P e P', independentemente da grandeza maior ou menor do intervallo comprehendido entre elles. A demonstração é portanto applicavel á hypothese de ser nulla aquella grandeza, isto é, ao caso dos dois triangulos existirem no mesmo plano, devendo comtudo advertir-se que, se elles tiverem a disposição indicada na figura 15, o movimento helicoidal se reduzirá a um movimento de rotação.

83.—Dois lados homologos AB e $A'B'$ fazem angulos eguaes com o eixo central, porque de outro modo não poderiam pertencer a uma superficie helicoidal, cujo eixo coincidisse com o eixo central. E como os mesmos lados devem tambem ser eguaes segue-se que as suas projecções sobre o eixo serão eguaes. Logo serão tambem eguaes as projecções sobre o mesmo eixo das duas cordas homologas AA' e BB', que ligam os extremos dos lados AB e $A'B'$.

As projecções sobre o eixo central de quaesquer outros dois lados homologos BC e $B'C'$ serão tambem pelo mesmo motivo eguaes entre si. Logo quaesquer duas cordas homologas BB' e CC' tambem tem projecções eguaes sobre aquelle eixo.

Continuando a discorrer assim, conclue-se que *se se transportarem todas as cordas homologas* A A′, B B′, C C′ etc., *parallelamente a si mesmas até que coincidam os extremos* A, B, C, etc., *pertencentes á mesma posição do systema, achar-se-ha que os outros extremos existem n'um plano perpendicular ao eixo central.*

A *projecção do ponto n* (fig. 14) sobre eE é o ponto e, visto que $n6$ é perpendicular a nd e nd é a projecção de nD sobre o plano P, a projecção de n' sobre a mesma recta é semelhantemente o ponto e', logo ee' é a projecção de nn' sobre o eixo central e é egual á projecção sobre o mesmo eixo de quaesquer outras cordas homologas. A distancia do ponto de coincidencia dos extremos A, B, C, etc., das cordas transportadas ao plano dos outros extremos é tambem egual a ee'.

Na proposição precedente funda-se um processo, para determinar a posição do eixo central de duas posições de um systema invariavel ou geometrico.

Pode succeder que as cordas AA', BB', CC', etc., depois de transporta-

das parallelamente a si mesmas, fiquem no mesmo plano. N'este caso a distancia ee' é nulla e o movimento helicoidal reduz-se portanto a um movimento de rotação. Effectivamente a condição de ficarem n'um plano as cordas, depois de transportadas para o mesmo ponto, sómente se realisará, quando ellas, antes de transportadas, forem parallelas ao mesmo plano, e n'esse caso o deslocamento do systema póde reduzir-se a um movimento parallelo áquelle plano, movimento que, como é sabido, equivale a um movimento de rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano parallelo ás cordas homologas. As cordas transportadas podem tambem confundir-se em uma só recta. N'este caso ou ellas são obliquas aos lados correspondentes, e o movimento é de translação, ou não o são a todos e o movimento é de rotação.

84.—O eixo central gosa de uma propriedade, que pode servir para o caracterisar; a saber, qualquer segmento d'elle considerado como parte do systema n'uma das duas posições, é homologo de outro segmento do mesmo eixo relativamente á segunda posição do systema. D'esta propriedade resulta, que se um segmento ee', cujos extremos são pontos homologos, escorregar sobre o eixo central, em todas as posições, que elle fôr occupando, terá por extremos pontos homologos. Nenhuma outra recta possue esta propriedade, visto que não pode haver mais de um eixo central para duas posições dadas de um systema invariavel.

Unindo dois pontos homologos quaesquer, A e A' por exemplo, com os pontos e e e' tem-se duas cordas homologas, Ae e $A'e'$, e suppondo que ee' escorrega sobre o eixo central, as rectas Ae e $A'e'$ girarão em torno dos pontos fixos A e A', sem comtudo deixarem de ser cordas homologas. Quando ee' se fôr affastando indefinidamente, as cordas homologas Ae e $A'e'$ tenderão a tornar-se parallelas ao eixo central. Não é possivel conduzir por A e A' outras cordas homologas parallelas entre si, porque, sendo então obliquas ao eixo central, nenhuma d'ellas poderia transportar-se parallelamente a si mesma movendo-se em torno do eixo central.

Logo[1] *por cada ponto de uma das posições do systema passa uma recta de direcção tal, que a sua homologa na outra posição do systema lhe é parallela e dirigida no mesmo sentido. Todas estas cordas homologas parallelas entre si são parallelas ao eixo central das duas posições do systema.*

85.—O theorema geral, de que nos temos occupado, pode tambem demonstrar-se d'est'outro modo.

Sejam ABC e $A'B'C'$ (fig. 17) as duas posições do triangulo dado. Transportem-se os dois triangulos parallelamente a si mesmos, até que dois ver-

[1] Este theorema foi demonstrado pela primeira vez em 1775 por Euler. D'Alembert deu uma outra demonstração d'elle em 1780.

tices homologos, C e C' por exemplo, se confundam e designe-se por O o ponto em que elles se reunem e por Oab e $Oa'b'$ as duas posições, que então occupam os triangulos.

Imagine-se a bissectriz interior do angulo formado por dois lados homologos Oa e Oa' dos triangulos Oab e $Oa'b'$ e conduza-se por ella um plano perpendicular ao plano do angulo aOa'. É evidente que as rectas Oa e Oa' estarão symetricamente dispostas em relação ao plano conduzido por aquella bissectriz. Proceda-se do mesmo modo com o angulo bOb' formado pelos outros dois lados homologos Ob e Ob'. Teem-se assim dois planos de symetria um em relação aos lados do angulo aOa' e outro em relação aos lados do angulo bOb'. Os dois planos hão de cortar-se, ou confundir-se.

Suppondo que os dois planos se cortam, e que a sua intersecção é $O\varepsilon$, ter-se-hão dois angulos triedros, dos quaes um tem por arestas $O\varepsilon$, Oa e Ob, e outro $O\varepsilon$, Oa' e Ob', formados por as faces εOa, aOb e $bO\varepsilon$ respectivamente eguaes a $\varepsilon Oa'$, $a'Ob'$ e $b'O\varepsilon$.

Os dois angulos diedros determinados pela aresta commum $O\varepsilon$, ou os dois angulos planos $a\varepsilon m$ e $a'\varepsilon m'$, que os medem, são portanto eguaes e é evidente que um d'elles ha de ser interior e outro exterior ao angulo diedro $a\varepsilon Oa'$, ou ao seu rectilineo $a\varepsilon a'$, porque, não sendo assim, o plano de symetria em relação aos lados do angulo aOa' confundir-se-hia com o plano de symetria em relação aos lados do angulo bOb', o que é contrario á hypothese de que se partiu.

São, pois, eguaes os dois angulos triedros $O\varepsilon ab$ e $O\varepsilon a'b'$ e basta que um se mova em torno de $O\varepsilon$ para em uma das suas posições se confundir com o outro.

Conduzam-se agora parallelas a $O\varepsilon$ por dois vertices homologos, C e C', por exemplo, dos triangulos ABC e $A'B'C'$ e dê-se ao primeiro d'estes triangulos uma translação parallela a $O\varepsilon$ até que o vertice C esteja com o seu homologo C' n'um plano perpendicular a $O\varepsilon$. No fim da translação o triangulo ABC estará em $A''B''C''$ e as rectas $C''A''$ e $C'A'$, eguaes e parallelas a Oa e Oa', formarão angulos eguaes com $C''V$ e $C'V'$ e terão projecções eguaes tanto sobre estas rectas, como sobre qualquer plano perpendicular a ellas. O mesmo succederá a $C''B''$ e $C'B'$.

Os extremos V e V' das projecções de $C''A''$ e $C'A'$ sobre as parallelas a $O\varepsilon$, bem como os cathetos $A''V$ e $A'V'$ dos triangulos rectangulos eguaes $A''C''V$ e $A'C'V'$, estarão portanto n'um plano perpendicular a CV e $C'V'$ e é evidente que, se a recta $A''V$ movendo-se n'este plano, e arrastando comsigo o triangulo $A''B''C''$, chegar a confundir-se com $A'V'$, os triangulos $A''B''C''$ e $A'B'C'$ coincidirão necessariamente.

Ora o ajustamento das rectas $A''V$ e $A'V'$ consegue-se dando á primeira

uma rotação em torno de um certo ponto e facil de determinar, logo a coincidencia dos triangulos $A''B''C''$ e $A'B'C'$ alcançar-se-ha obrigando um d'elles a mover-se em torno de uma recta eE conduzida por aquelle ponto parallelamente a $O\varepsilon$.

A recta eE é, pois, o eixo central das duas posições ABC e $A'B'C'$ do triangulo dado e nenhuma outra recta poderá como ella servir de eixo de escorregamento e rotação, porque, só as que forem parallelas a $O\varepsilon$ formam angulos eguaes tanto com CA e $C'A'$, como com CB e $C'B'$ e depois de uma translação parallela a $O\varepsilon$, não ha senão uma rotação em torno de eE, que faça com que um d'aquelles triangulos se sobreponha ao outro.

Considere-se agora a hypothese de se confundir o plano de symetria relativamente aos lados do angulo aOa' com o plano de symetria em relação aos lados do angulo bOb'. N'esta hypothese qualquer recta existente no plano de symetria commum formará angulos eguaes tanto com Oa e Oa' como com Ob e Ob' e determinará com Oa e Ob um triedro, cujas faces serão respectivamente eguaes ás do triedro determinado por ella e pelas arestas Oa' e Ob'.

Estes dois triedros são symetricos em relação áquelle plano com que se confundem os dois planos de symetria e por isso é impossivel fazer com que coincidam. Em consequencia, porém, da mesma symetria dos triedros devem os planos aOb e $a'Ob'$ dos triangulos interceptar-se n'uma recta situada no plano de symetria. Esta recta é a unica existente n'este plano que não fórma angulo triedro nem com Oa e Ob, nem com Oa' e Ob' e é, portanto, fóra de duvida, que o triangulo aOb movendo-se em torno d'ella irá n'uma das posições, por que passa, confundir-se com $a'Ob'$. Nenhuma outra recta gosará d'esta propriedade.

Procedendo depois com a recta assim determinada, como se procedeu com $O\varepsilon$, quando se examinou a primeira hypothese, reconhece-se egualmente que existe tambem um eixo central unico para as posições ACB e $A'C'B'$ do triangulo n'esta posição especial.

Pode succeder que os triangulos aOb e $a'Ob'$ estejam no mesmo plano, sem comtudo se confundirem, e n'este caso é evidente que as bissectrizes dos angulos aOa' e bOb' podem ser distinctas, ou não.

No primeiro caso a intersecção dos planos conduzidos pelas bissectrizes perpendicularmente ao plano dos triangulos aOb e $a'Ob'$ é uma recta perpendicular a este plano tirada por O, e no segundo caso a intersecção do plano de symetria commum com o plano dos triangulos aOb e $a'Ob'$ é a bissectriz commum dos angulos aOa' e bOb' O eixo central é, portanto, n'um caso uma recta perpendicular ao plano dos triangulos aOb e $a'Ob'$ e no outro é uma recta existente n'este mesmo plano.

Os triangulos aOb e $a'Ob'$ sómente existirão no mesmo plano, quando os planos dos triangulos ABC e $A'B'C'$ forem parallelos, ou se confundirem: e então, ou aquelles triangulos não são symetricos, e ás posições ABC e $A'B'C'$ do triangulo movel corresponde um só eixo central, que é perpendicular aos planos dos triangulos ABC e $A'B'C'$, e que se reduzirá a um eixo de rotação, quando estes triangulos existirem no mesmo plano; ou os triangulos aOb e $a'Ob'$ são symetricos e existe um só eixo central parallelo aos planos dos triangulos ABC e $A'B'C'$ e equidistante d'elles, ou um só eixo de rotação, quando porventura a recta CC', que liga dois vertices homologos, seja perpendicular á bissectriz commum dos angulos aOa' e bOb'.

Quando os triangulos aOb e $a'Ob'$ coincidem, as rectas Oa e Oa' confundem-se entre si e com a bissectriz do angulo aOa', que então é nullo, e succede o mesmo ás rectas Ob e Ob'. A recta $O\varepsilon$ é perpendicular ao plano que contém os triangulos aOb e $a'Ob'$ confundidos n'um só. Esta hypothese realisa-se sempre que os tres lados do triangulo ABC forem parallelos aos lados do triangulo $A'B'C'$ e é evidente que, realisando-se ella, o ponto e da figura 17 ficará a distancia infinita e portanto que o triangulo ABC irá confundir-se com $A'B'C'$, se se mover primeiro na direcção de uma perpendicular ao seu plano, até chegar ao plano $A'B'C'$, e depois parallelamente a uma certa recta existente n'este ultimo plano. Ás duas translações pode substituir-se uma só egual e parallela a qualquer das rectas, que une dois vertices homologos dos triangulos ABC e $A'B'C'$. Quando os dois triangulos existem no mesmo plano e teem os lados respectivamente parallelos, uma das translações componentes reduz-se a zero.

FIM

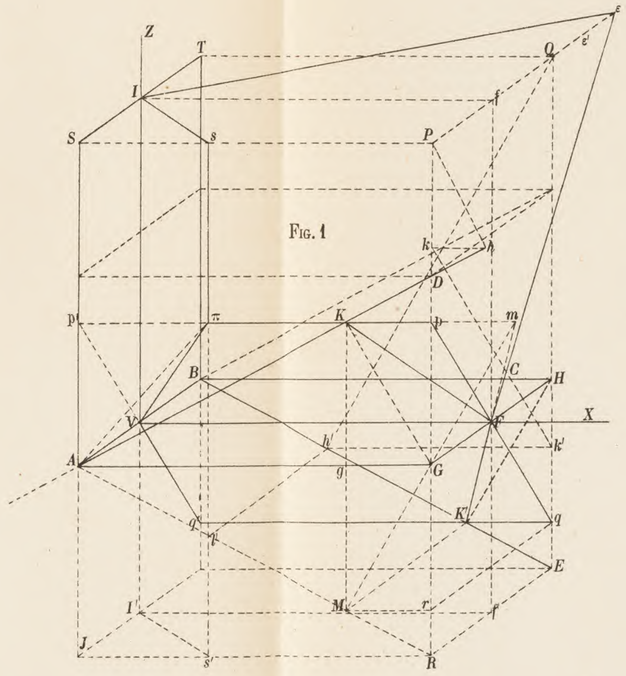


Fig. 1

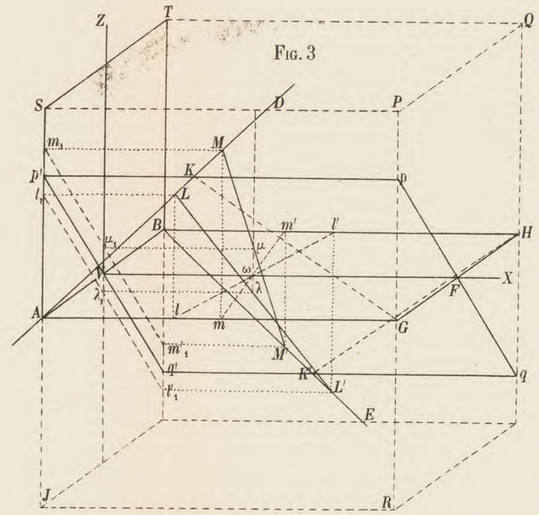


Fig. 3

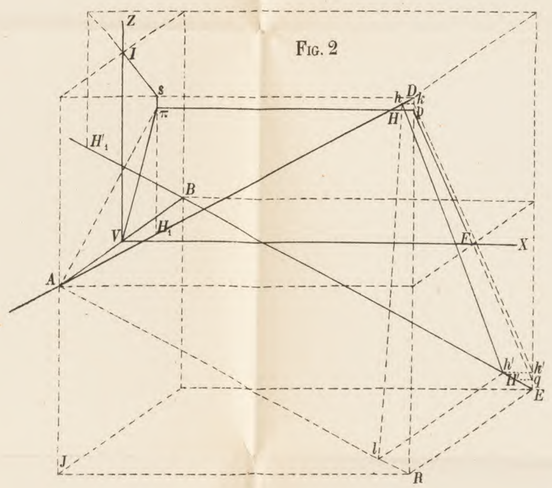


Fig. 2

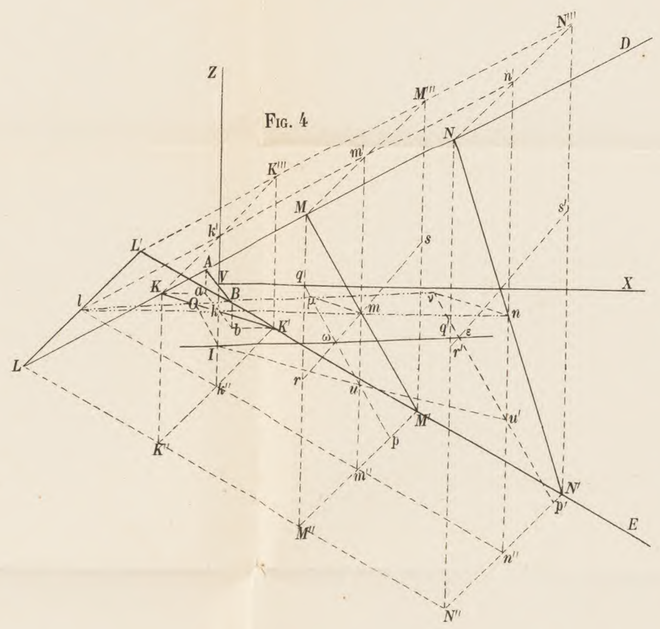


Fig. 4

Photolithographia

Rua do Moinho de Vento 80

Fig. 5

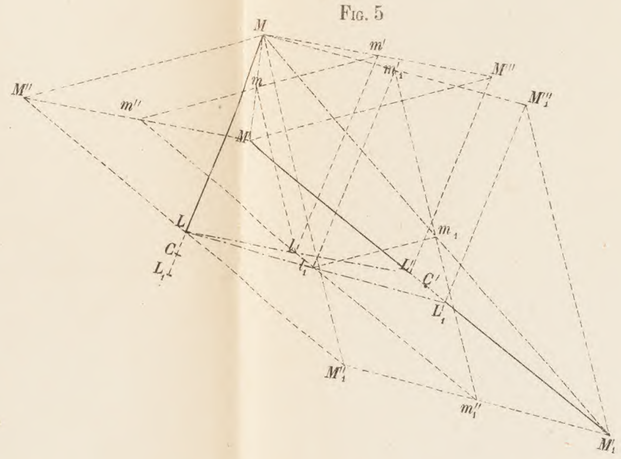


Fig. 6

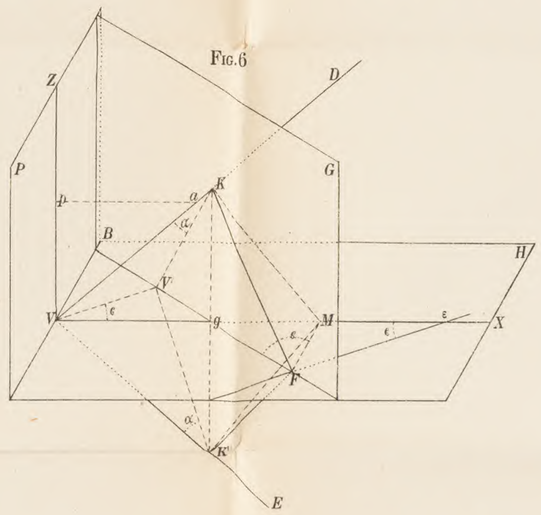


Fig. 7

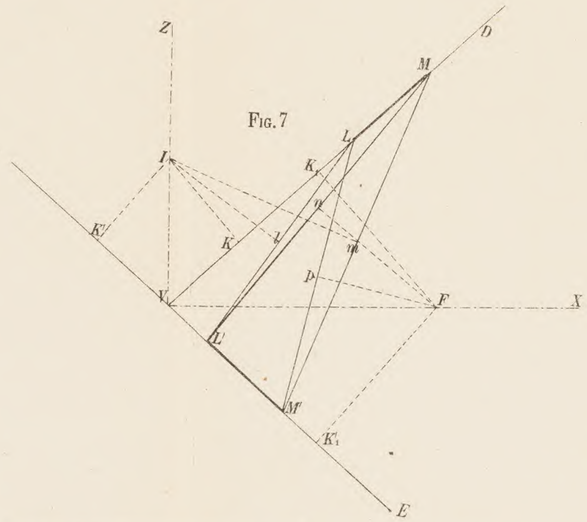
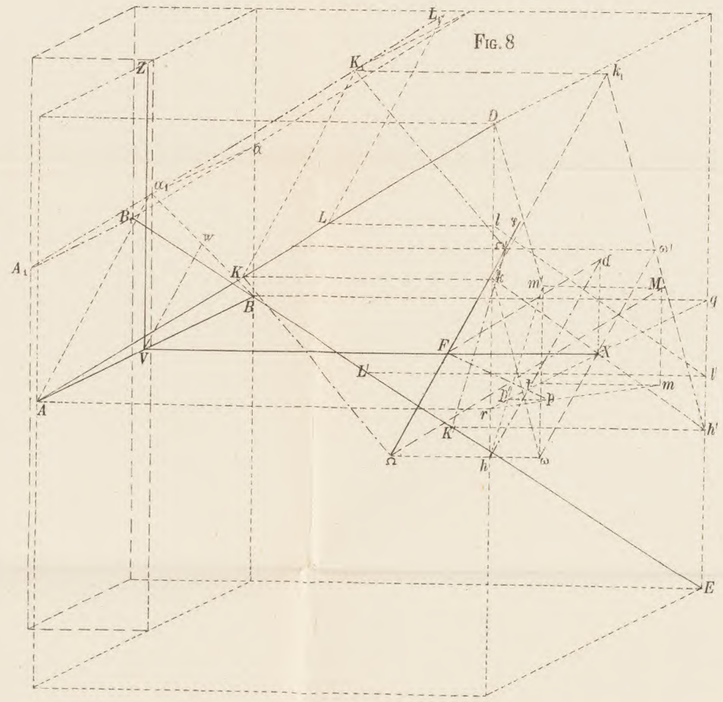


Fig. 8



Photolithographia

Rua do Moinho de Vento-60

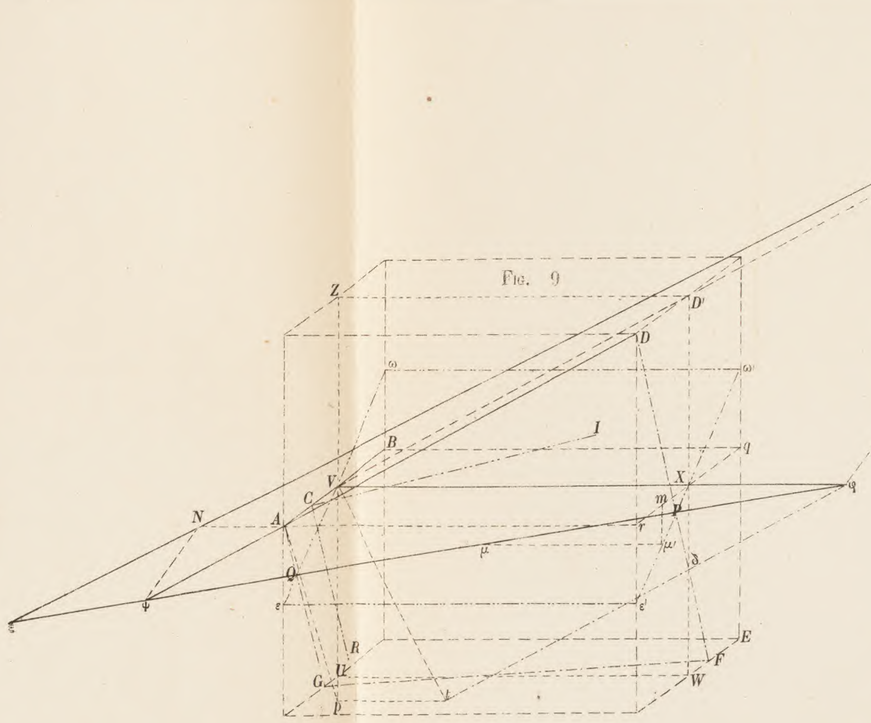


Fig. 9

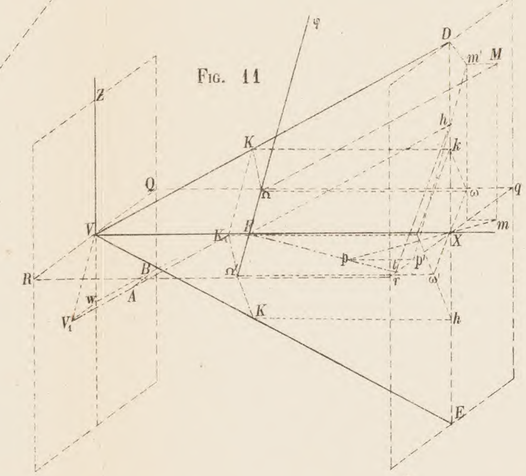


Fig. 11

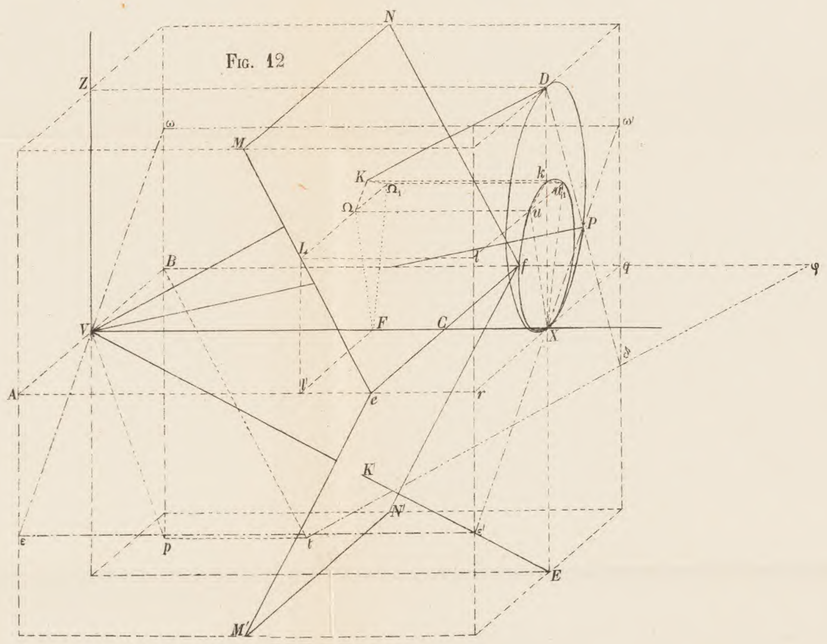


Fig. 12

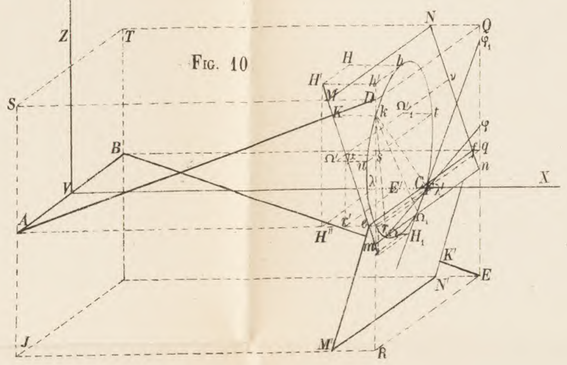


Fig. 10

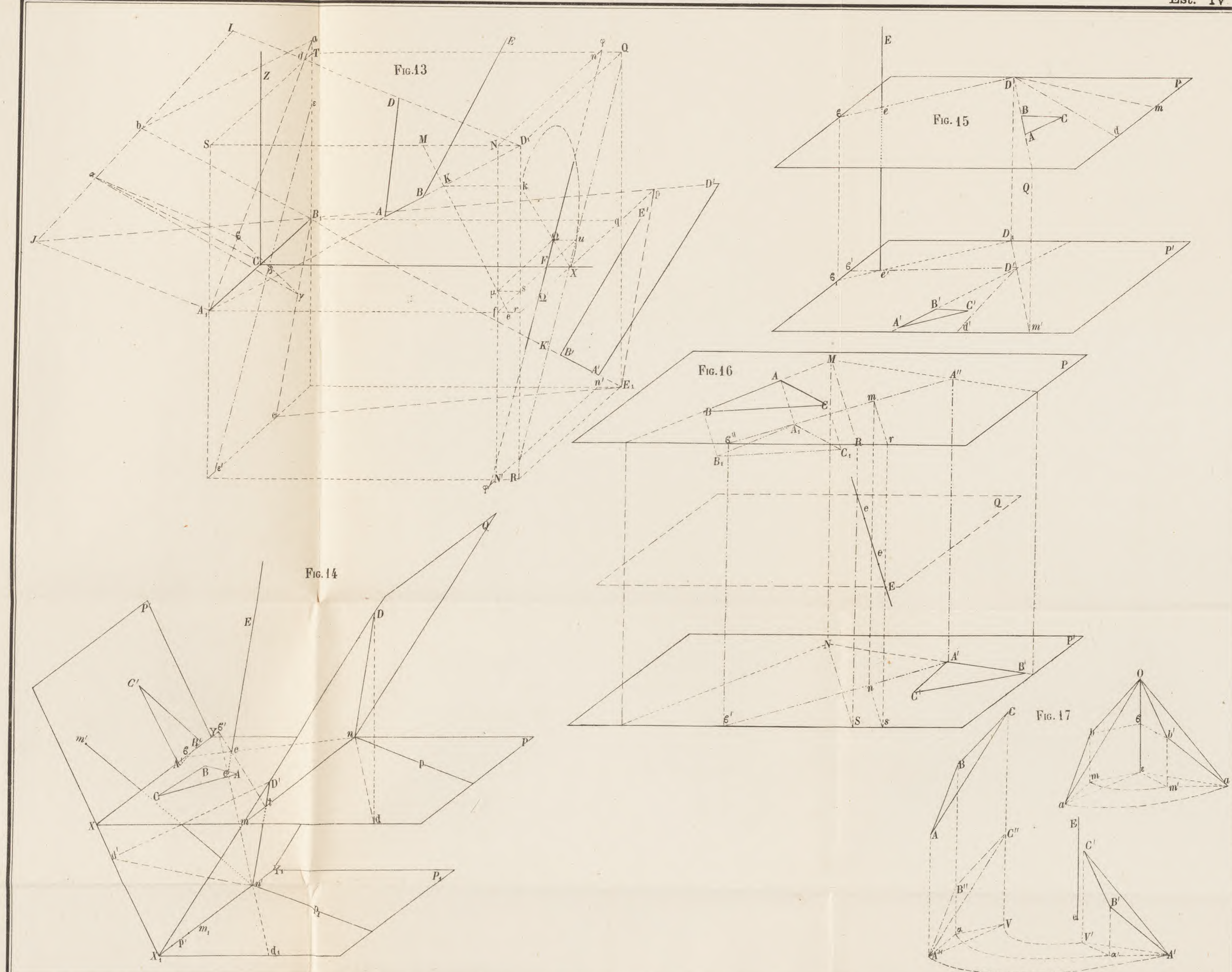


Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17

INDICE

PAG.

INTRODUCÇÃO..... III

CAPITULO I

Dos diversos movimentos de rotação de uma recta obrigada a passar por duas posições não situadas no mesmo plano

§§

1 a 6 Por duas rectas no espaço passam uma infinidade de hyperboloides de revolução. Diversos elementos d'estes hyperboloides..... 1

7 a 16 Logar geometrico dos eixos de todos os hyperboloides. Determinação dos diversos elementos d'este logar..... 6

17 a 20 Pontos e segmentos homologos das duas rectas. Propriedades das cordas homologas. Eixo do hyperboloide correspondente a cada systema de pontos homologos..... 14

21 a 23 Logar geometrico das cordas homologas..... 16

24 As cordas homologas de duas rectas no espaço existem em planos parallelos e egualmente inclinados sobre as duas rectas..... 20

25 a 28 Os planos perpendiculares ao meio das cordas homologas do mesmo systema têem uma intersecção commum As menores distancias d'esta intersecção commum ás duas rectas são eguaes e existem n'um plano parallelo ás cordas homologas. N'este plano existe tambem a menor distancia d'aquella intersecção á recta, que passa pelo meio das cordas homologas. Eixo do hyperboloide correspondente a cada systema de pontos homologos..... 21

29 a 32 Eixos dos hyperboloides de revolução relativos aos diversos systemas de pontos homologos. Propriedades e logar geometrico d'estes eixos..... 23

§§		PAG.
	dal, que satisfaça a esta condição. Relação analytica entre a inclinação do eixo central e os elementos, que fixam a posição relativa das rectas.	75
77	Um systema invariavel formado por duas rectas concorrentes, ou por tres pontos não situados em linha recta pode, em geral, passar de qualquer posição no espaço para outra por meio de um movimento helicoidal. Ha só um movimento helicoidal, que satisfaça a esta condição.....	79
78 e 79	Um systema invariavel formado por duas rectas parallelas pode, em geral, passar de qualquer posição no espaço para outra por meio de um movimento helicoidal. Ha só um movimento helicoidal, que satisfaça a esta condição. Applicação ao movimento helicoidal de qualquer solido no espaço	81
80 a 82	Demonstração directa da existencia de um eixo central unico no movimento de um solido invariavel obrigado a passar por duas posições dadas	81
83 e 84	Dois theoremas fundados na demonstração precedente.....	87
85	Outra demonstração directa da existencia do eixo central.....	88

3 2044 093 250 710